

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Қазақстан Республикасының
Ғылым Академиясының
им. аль-Фараби

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
Al-Farabi
Kazakh National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

2 (336)

MARCH – APRIL 2021

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series physico-mathematical journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of chemistry and technologies in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of chemical sciences to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы "ҚР ҰҒА Хабарлары. Физикалық-математикалық сериясы" ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Химия және технология сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді химиялық ғылымдар бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАН РК сообщает, что научный журнал «Известия НАН РК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАН РК в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по химическим наукам для нашего сообщества.

Б а с р е д а к т о р
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі
Ғ.М. Мұтанов

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошкаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Байгунчеков Ж.Ж. проф., академик (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Калимолдаев М.Н. проф., академик (Қазақстан)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорусь)
Мырзакулов Р. проф., академик (Қазақстан)
Рамазанов Т.С. проф., академик (Қазақстан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)
Уалиев З.Г. проф., чл.-корр. (Қазақстан)
Харин С.Н. проф., академик (Қазақстан)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.).

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінің Ақпарат комитетінде
14.02.2018 ж. берілген № 16906-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Тақырыптық бағыты: *физика-математика ғылымдары және ақпараттық
технологиялар саласындағы басым ғылыми зерттеулерді
жариялау.*

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекен-жайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28; 219 бөл.;
тел.: 272-13-19; 272-13-18

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2021

Типографияның мекен-жайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Мұратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК
Г.М. Мутанов

Редакционная коллегия:

Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Байгунчеков Ж.Ж. проф., академик (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Калимолдаев М.Н. проф., академик (Казахстан)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Мырзакулов Р. проф., академик (Казахстан)
Рамазанов Т.С. проф., академик (Казахстан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)
Уалиев З.Г. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Харин С.Н. проф., академик (Казахстан)

«Известия НАН РК. Серия физика-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации Министерства информации и коммуникаций Республики Казахстан № 16906-Ж, выданное 14.02.2018 г.

Тематическая направленность: *публикация приоритетных научных исследований в области физико-математических наук и информационных технологий.*

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28; ком. 219; тел.: 272-13-19; 272-13-18

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2021

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK

G.M. Mutanov

Editorial board:

Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)

Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)

Baigunchekov Zh.Zh. prof., akademik (Kazakhstan)

Quevedo Hemando prof. (Mexico)

Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)

Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)

Kalimoldaev M.N. prof., akademik (Kazakhstan)

Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)

Myrzakulov R. prof., akademik (Kazakhstan)

Ramazanov T.S. prof., akademik (Kazakhstan)

Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.

Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

Ualiev Z.G. prof., chl.-korr. (Kazakhstan)

Kharin S.N. prof., academician (Kazakhstan)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of information of the Ministry of Information and Communications of the Republic of Kazakhstan **No. 16906-Ж**, issued on 14.02.2018.

Thematic scope: *publication of priority research in the field of physical and mathematical sciences and information technology.*

Periodicity: 6 times a year.

Circulation: 300 copies.

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, Almaty, 050010, tel. 272-13-19; 272-13-18

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2021

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str., Almaty.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 6 – 14

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.15>

UDC 517.958; 517.968.7; 519.62/.64

MRNTI 27.29.17; 27.29.25; 27.33.19

Zh. M. Kadirbayeva^{1,2}, E. A. Bakirova^{1,3}, A. Sh. Dauletbayeva³, A. A. Kassymgali³

¹Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan;

²International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan;

³Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan

E-mail: bakirova1974@mail.ru

AN ALGORITHM FOR SOLVING A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR ESSENTIALLY LOADED DIFFERENTIAL EQUATIONS

Abstract. A linear boundary value problem for essentially loaded differential equations is considered. Using the properties of essentially loaded differential we reduce the considering problem to a two-point boundary value problem for loaded differential equations. This problem is investigated by parameterization method. We offer algorithm for solving to boundary value problem for the system of loaded differential equations. This algorithm includes of the numerical solving of the Cauchy problems for system of the ordinary differential equations and solving of the linear system of algebraic equations. For numerical solving of the Cauchy problem we apply the Runge–Kutta method of 4th order. The proposed numerical implementation is illustrated by example.

Key words: essentially loaded differential equation, numerically approximate method, algorithm.

Funding: This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP08955489).

Introduction. The mathematical description of various dynamic control processes in which the future flow of processes depends not only on the present, but also is substantially determined by the history of the process, is carried out using ordinary differential equations with different types of memory, also called equations with aftereffect or loaded differential equations [1]. Loaded differential equations are used to solve problems of long-term prediction and control of the groundwater level and soil moisture [2-4]. Various problems for loaded differential equations and methods of finding their solutions considered in [1, 6-16].

In the present paper, a linear boundary value problem for essentially loaded differential equations is investigated. The significance is that the loading member of the equation appear in the form of derivative of solution at loaded point of the interval, i.e. the order of the loaded term is equal to the order of the differential part of the equation. Presence of derivative of solution in loaded point has a strong influence on the properties of equations.

Statement of problem.

We consider a linear boundary value problem for essentially loaded differential equations

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{j=0}^m M_j(t)x(\theta_j) + K(t)\dot{x}(\theta_0) + f(t), t \in (0, T), \quad (1)$$

$$Bx(0) + Cx(T) = d, d \in R^n, x \in R^n, \quad (2)$$

where the $(n \times n)$ -matrices $A(t)$, $K(t)$, $M_j(t)$ ($j = 0, 1, \dots, m$), and n -vector-function $f(t)$ are continuous on $[0, T]$, B and C are constant $(n \times n)$ -matrices, d is constant n -vector, and $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T$, $\|x\| = \max_i |x_i|$.

Let $C([0, T], R^n)$ denote the space of continuous on $[0, T]$ functions $x(t)$ with norm $\|x\|_1 = \max_{t \in [0, T]} \|x(t)\|$.

A solution to problem (1), (2) is a continuously differentiable on $(0, T)$ function $x(t) \in C([0, T], R^n)$ satisfying the essentially loaded differential equations (1) and boundary condition (2).

By setting $t = \theta_0$ in equation (1), we get

$$[I - K(\theta_0)]\dot{x}(\theta_0) = A(\theta_0)x(\theta_0) + \sum_{j=0}^m M_j(\theta_0)x(\theta_j) + f(\theta_0). \quad (3)$$

Assume that the matrix $[I - K(\theta_0)]$ is invertible. We obtain

$$\dot{x}(\theta_0) = [I - K(\theta_0)]^{-1}\{A(\theta_0)x(\theta_0) + \sum_{j=0}^m M_j(\theta_0)x(\theta_j) + f(\theta_0)\}. \quad (4)$$

We consider the following linear boundary value problem for loaded differential equations

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{i=0}^m D_i(t)x(\theta_i) + F(t), t \in (0, T), \quad (5)$$

$$Bx(0) + Cx(T) = d, d \in R^n, x \in R^n, \quad (6)$$

where

$$D_0(t) = M_0(t) + K(t)[I - K(\theta_0)]^{-1}\{A(\theta_0) + M_0(\theta_0)\}$$

$$D_j(t) = M_j(t) + K(t)[I - K(\theta_0)]^{-1}M_j(\theta_0), j = \overline{1, m},$$

$$F(t) = K(t)[I - K(\theta_0)]^{-1}f(\theta_0) + f(t).$$

Let us consider an example showing that loads influences significantly to the property of boundary value problem. Consider the following Cauchy problem for the loaded differential equation:

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha x(0.4) + f(t), t \in [0, 1], \quad (7)$$

$$x(0) = 1. \quad (8)$$

Solving the problem (7), (8) we get

$$x(t) - 1 = -\alpha x(0.4)t + \int_0^t f(\tau) d\tau.$$

The value of $x(0.4)$ satisfies the following equation:

$$\left(1 + \frac{2}{5}\alpha\right)x(0.4) = 1 + \int_0^{0.4} f(\tau) d\tau. \quad (9)$$

But if we take $\alpha = -\frac{5}{2}$, $f(t) = 1$ then the equation (9) does not hold and the Cauchy problem (7), (8) is not solved. At the same time, the Cauchy problem for a linear system of ordinary differential equations (without loading) always has a unique solution.

On $[0, 1]$ we consider a periodic boundary value problem for an ordinary differential equation

$$\frac{dx}{dt} = t, x(0) = x(1), t \in [0, 1].$$

The General solution of the differential equation has the form: $x(t) = \frac{t^2}{2} + C$. Substituting the General solution in the boundary conditions for determining C , we obtain the relation: $C = C + \frac{1}{2}$. Since there is no such number C , the problem has no solution.

Now, adding the load at the point $t = 0.5$ to the right side of the differential equation we obtain the following periodic boundary value problem for a loaded differential equation

$$\frac{dx}{dt} = t + x(0.5), x(0) = x(1), t \in [0, 1],$$

and the solution of this problem has the form $x(t) = -\frac{3}{8} + \frac{t^2}{2} - \frac{t}{2}$.

Scheme of parametrization method.

We use the approach offered in [16-21] to solve the boundary value problem (5), (6). This approach based on the algorithms of the parameterization method and numerical methods for solving Cauchy problems.

Let us now investigate boundary value problem (5), (6) by the parametrization method. The interval $[0, T]$ is divided into subintervals by loading points:

$$[0, T] = \cup_{r=1}^{m+1} [\theta_{r-1}, \theta_r).$$

Introduce $C([0, T], \theta_m, R^{n(m+1)})$ as a space of systems of functions $x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{m+1}(t))$, where $x_r: [\theta_{r-1}, \theta_r) \rightarrow R^n$ are continuous on $[\theta_{r-1}, \theta_r)$ and have finite left-sided limits $\lim_{t \rightarrow \theta_r-0} x_r(t)$ for all $r = 1: (m+1)$, with norm $\|x[\cdot]\|_2 = \max_{r=1, m+1} \sup_{t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)} \|x_r(t)\|$.

Let $x_r(t)$ be the restriction of the function $x(t)$ to the r -th interval $[\theta_{r-1}, \theta_r)$, i.e. $x_r(t) = x(t)$ for $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$, $r = 1: (m+1)$. Then we reduce problem (5), (6) to the equivalent multipoint boundary value problem

$$\frac{dx_r}{dt} = A(t)x_r + \sum_{i=0}^m D_i(t)x_{i+1}(\theta_i) + F(t), t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = 1: (m+1), \quad (10)$$

$$Bx_1(0) + C \lim_{t \rightarrow T-0} x_{m+1}(t) = d, \quad (11)$$

$$\lim_{t \rightarrow \theta_s-0} x_s(t) = x_{s+1}(\theta_s), s = 1: m, \quad (12)$$

where (12) are conditions for matching the solution at the interior points of partition.

The solution of problem (10) - (12) is a system of functions $x^*[t] = (x_1^*(t), x_2^*(t), \dots, x_{m+1}^*(t)) \in C([0, T], \theta_m, R^{n(m+1)})$, where the functions $x_r^*(t), r = \overline{1, m+1}$, are continuously differentiable on $[\theta_{r-1}, \theta_r)$, which satisfies system (10) and conditions (11), (12).

Problems (5), (6) and (10)-(12) are equivalent. If a system of functions $\tilde{x}[t] = (\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_{m+1}(t)) \in C([0, T], \theta_m, R^{n(m+1)})$ is a solution of problem (10)-(12), then the function $\tilde{x}(t)$ defined by the equalities $\tilde{x}(t) = \tilde{x}_r(t), t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = 1: (m+1)$, $\tilde{x}(T) = \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{x}_{m+1}(t)$ is a solution of the original problem (5), (6). Conversely, if $x(t)$ is a solution of problem (5), (6), then the system of functions $x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{m+1}(t))$, where $x_r(t) = x(t), t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = 1: (m+1)$, and $\lim_{t \rightarrow T-0} x_{m+1}(t) = x(T)$, is a solution of problem (10)-(12).

Introducing the additional parameters $\lambda_r = x_r(\theta_{r-1}), r = 1: (m+1)$, and performing a replacement of the function $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$ on each r -th interval $[\theta_{r-1}, \theta_r), r = 1: (m+1)$, we obtain the boundary value problem with parameters

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)[u_r + \lambda_r] + \sum_{i=0}^m D_i(t)\lambda_{i+1} + F(t), \quad (13)$$

$$t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = 1: (m+1),$$

$$u_r(\theta_{r-1}) = 0, r = 1: (m+1), \quad (14)$$

$$B\lambda_1 + C\lambda_{m+1} + C \lim_{t \rightarrow T-0} u_{m+1}(t) = d, \quad (15)$$

$$\lambda_s + \lim_{t \rightarrow \theta_s-0} u_s(t) = \lambda_{s+1}, s = 1: m. \quad (16)$$

A pair $(u^*[t], \lambda^*)$ with elements $u^*[t] = (u_1^*(t), u_2^*(t), \dots, u_{m+1}^*(t)) \in C([0, T], \theta_m, R^{n(m+1)})$, $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*) \in R^{n(m+1)}$ is said to be a solution to problem (13)-(16) if the functions $u_r^*(t), r = 1: (m+1)$, are continuously differentiable on $[\theta_{r-1}, \theta_r)$ and satisfy (13) and additional conditions (15), (16) with $\lambda_j = \lambda_j^*, j = 1: (m+1)$, and initial conditions (14).

Problems (5), (6) and (13)-(16) are equivalent. If the $x^*(t)$ is a solution of problem (5), (6), then the pair $(u^*[t], \lambda^*)$, where $u^*[t] = (x^*(t) - x^*(\theta_0), x^*(t) - x^*(\theta_1), \dots, x^*(t) - x^*(\theta_m))$, and $\lambda^* = (x^*(\theta_0), x^*(\theta_1), \dots, x^*(\theta_m))$, is a solution of problem (13)-(16). Conversely, if a pair $(\tilde{u}[t], \tilde{\lambda})$ with elements $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t)) \in C([0, T], \theta_m, R^{n(m+1)})$, $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$, is a solution of (13)-(16), then the function $\tilde{x}(t)$ defined by the equalities $\tilde{x}(t) = \tilde{u}(t) + \tilde{\lambda}_r, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = 1: (m+1)$, will be the solution of the original problem (5), (6).

Using the fundamental matrix $X_r(t)$ of differential equation $\frac{dx}{dt} = A(t)x$ on $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = 1: (m+1)$, we reduce the Cauchy problem for the system of ordinary differential equations with

parameters (13), (14) to the equivalent system of integral equations

$$u_r(t) = X_r(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X_r^{-1}(\tau)A(\tau)d\tau \lambda_r + X_r(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X_r^{-1}(\tau) \sum_{i=0}^m D_i(\tau)\lambda_{i+1} d\tau + X_r(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X_r^{-1}(\tau)F(\tau)d\tau, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], r = 1: (m + 1). \tag{17}$$

Substituting the corresponding right-hand sides of (17) into the conditions (15), (16), we obtain a system of linear algebraic equations with respect to the parameters $\lambda_r, r = 1: (m + 1)$

$$B\lambda_1 + C\lambda_{m+1} + CX_{m+1}(T) \int_{\theta_m}^T X_{m+1}^{-1}(\tau) \left\{ A(\tau)\lambda_{m+1} + \sum_{i=0}^m D_i(\tau)\lambda_{i+1} \right\} d\tau = d - CX_{m+1}(T) \int_{\theta_m}^T X_{m+1}^{-1}(\tau)F(\tau)d\tau, \tag{18}$$

$$\lambda_s + X_s(\theta_s) \int_{\theta_{s-1}}^{\theta_s} X_s^{-1}(\tau)A(\tau)d\tau \lambda_s + X_s(\theta_s) \int_{\theta_{s-1}}^{\theta_s} X_s^{-1}(\tau) \sum_{i=0}^m D_i(\tau)\lambda_{i+1} d\tau - \lambda_{s+1} = -X_s(\theta_s) \int_{\theta_{s-1}}^{\theta_s} X_s^{-1}(\tau)F(\tau)d\tau, s = 1: m. \tag{19}$$

We denote the matrix corresponding to the left side of the system of equations (18), (19) by $Q_*(\theta)$ and write the system in the form

$$Q_*(\theta)\lambda = F_*(\theta), \lambda \in R^{n(m+1)}, \tag{20}$$

where

$$F_*(\theta) = \left(d - CX_{m+1}(T) \int_{\theta_m}^T X_{m+1}^{-1}(\tau)F(\tau)d\tau, -X_1(\theta_1) \int_{\theta_0}^{\theta_1} X_1^{-1}(\tau)F(\tau)d\tau, \dots, -X_m(\theta_m) \int_{\theta_{m-1}}^{\theta_m} X_m^{-1}(\tau)F(\tau)d\tau \right)'$$

It is not difficult to establish that the solvability of the boundary value problem (5), (6) is equivalent to the solvability of the system (20). The solution of the system (20) is a vector $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*) \in R^{n(m+1)}$ consists of the values of the solutions of the original problem (5), (6) in the initial points of subintervals, i.e. $\lambda_r^* = x^*(\theta_{r-1}), r = 1: (m + 1)$.

Further we consider the Cauchy problems for ordinary differential equations on subintervals

$$\frac{dz}{dt} = A(t)z + P(t), z(\theta_{r-1}) = 0, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], r = 1: (m + 1), \tag{21}$$

where $P(t)$ is either $(n \times n)$ matrix, or n vector, both continuous on $[\theta_{r-1}, \theta_r], r = 1: (m + 1)$. Consequently, solution to problem (21) is a square matrix or a vector of dimension n . Denote by $a(P, t)$ the solution to the Cauchy problem (21). Obviously,

$$a(P, t) = X_r(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X_r^{-1}(\tau)P(\tau)d\tau, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r],$$

where $X_r(t)$ is a fundamental matrix of differential equation (21) on the r -th interval.

An algorithm for solving problem (1), (2).

We offer the following numerical implementation of algorithm based on the Runge–Kutta method of 4th order.

1. Suppose we have a partition: $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T$. Divide each r -th interval $[\theta_{r-1}, \theta_r], r = 1: (m + 1)$, into N_r parts with step $h_r = (\theta_r - \theta_{r-1})/N_r$. Assume on each interval $[\theta_{r-1}, \theta_r]$ the variable $\hat{\theta}$ takes its discrete values: $\hat{\theta} = \theta_{r-1}, \hat{\theta} = \theta_{r-1} + h_r, \dots, \hat{\theta} = \theta_{r-1} + (N_r -$

1) $h_r, \hat{\theta} = \theta_r$, and denote by $\{\theta_{r-1}, \theta_r\}$ the set of such points.

2. Solving the Cauchy problems for ordinary differential equations

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= A(t)z + A(t), z(\theta_{r-1}) = 0, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], \\ \frac{dz}{dt} &= A(t)z + D_i(t), z(\theta_{r-1}) = 0, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], i = 0: m, \\ \frac{dz}{dt} &= A(t)z + F(t), z(\theta_{r-1}) = 0, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], r = 1: (m + 1), \end{aligned}$$

by using again the Runge–Kutta method of 4th order, we find the values of $(n \times n)$ matrices $a_r(A, \hat{\theta}), a_r(D_i, \hat{\theta}), i = 0: m$, and n vector $a_r(f, \hat{\theta})$ on $\{\theta_{r-1}, \theta_r\}, r = 1: (m + 1)$

3. Construct the system of linear algebraic equations with respect to parameters

$$Q_*^{\tilde{h}}(\theta)\lambda = -F_*^{\tilde{h}}(\theta), \lambda \in R^{n(m+1)}, \quad (22)$$

Solving the system (22), we find $\lambda^{\tilde{h}}$. As noted above, the elements of $\lambda^{\tilde{h}} = (\lambda_1^{\tilde{h}}, \lambda_2^{\tilde{h}}, \dots, \lambda_{m+1}^{\tilde{h}})$ are the values of approximate solution to problem (5), (6) in the starting points of subintervals: $x^{\tilde{h}r}(\theta_{r-1}) = \lambda_r^{\tilde{h}}, r = 1: (m + 1)$.

4. To define the values of approximate solution at the remaining points of set $\{\theta_{r-1}, \theta_r\}$, we solve the Cauchy problems

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= A(t)x + \sum_{i=0}^m D_i(t)\lambda_{r+1}^{\tilde{h}} + F(t), \\ x(\theta_{r-1}) &= \lambda_r^{\tilde{h}}, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], r = 1: (m + 1). \end{aligned}$$

And the solutions to Cauchy problems are found by the Runge–Kutta method of 4th order. Thus, the algorithm allows us to find the numerical solution to the problem (5), (6).

We can see that the solution of boundary value problem (5), (6) also is the solution of boundary value problem (1), (2), when the matrix $[I - K(\theta_0)]$ is invertible.

To illustrate the proposed approach for the numerical solving linear two-point boundary value problem for essentially loaded differential equations (1), (2) on the basis of parameterization method, let us consider the following example.

Example. We consider a linear boundary value problem for essentially loaded differential equations

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{i=0}^3 M_i(t)x(\theta_i) + K(t)\dot{x}(\theta_0) + f(t), t \in (0,1), \quad (23)$$

$$Bx(0) + Cx(T) = d, d \in R^2, x \in R^2. \quad (24)$$

Here

$$\theta_0 = 0, \theta_1 = \frac{1}{4}, \theta_2 = \frac{1}{2}, \theta_3 = \frac{3}{4}, \theta_4 = T = 1, A(t) = \begin{pmatrix} t+2 & t^3 \\ t^2 & t-1 \end{pmatrix},$$

$$M_0(t) = \begin{pmatrix} 6 & t \\ t^2 & 4t \end{pmatrix}, M_1(t) = \begin{pmatrix} 3t & 5 \\ t & t^2 \end{pmatrix}, M_2(t) = \begin{pmatrix} t^2 & t+3 \\ 0 & 11 \end{pmatrix},$$

$$M_3(t) = \begin{pmatrix} 9 & t-3 \\ t^2+5 & t^3 \end{pmatrix}, K(t) = \begin{pmatrix} t^2+3 & 5t \\ 2 & t-3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -5 & -1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 18 \\ -43 \end{pmatrix}, f(t) = \begin{pmatrix} -t^5 + t^4 - \frac{37t^2}{8} + \frac{601t}{64} - \frac{1179}{64} \\ -t^5 - \frac{17t^3}{16} + \frac{177t^2}{64} + \frac{719t}{64} + \frac{57}{64} \end{pmatrix}.$$

We find $\dot{x}(0)$ from (23):

$$[I - K(0)]\dot{x}(0) = A(0)x(0) + \sum_{i=0}^3 M_i(0)x(\theta_i) + f(0).$$

The matrix $[I - K(0)]$ is invertible. Then

$$\dot{x}(0) = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 \\ -0.25 & 0.25 \end{pmatrix} \left\{ A(0)x(0) + \sum_{i=0}^m M_i(0)x(\theta_i) + f(0) \right\}.$$

We consider a linear boundary value problem for loaded differential equations

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{i=0}^3 D_i(t)x(\theta_i) + F(t), t \in (0,1),$$

$$Bx(0) + Cx(T) = d, d \in R^2, x \in R^2,$$

where

$$D_0(t) = M_0(t) + K(t)[I - K(0)]^{-1}\{A(0) + M_0(0)\} = \begin{pmatrix} -4t^2 - 10t - 6 & -\frac{t}{4} \\ t^2 - 2t - 2 & \frac{15t}{4} + \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$D_1(t) = M_1(t) + K(t)[I - K(0)]^{-1}M_1(0) = \begin{pmatrix} 3t & -\frac{5}{4}(2t^2 + 5t + 2) \\ t & t^2 - \frac{5t}{4} - \frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

$$D_2(t) = M_2(t) + K(t)[I - K(0)]^{-1}M_2(0) = \begin{pmatrix} t^2 & 11t - \frac{2t^2}{3} - \frac{3}{2} \\ 0 & 2t + 2 \end{pmatrix}$$

$$D_3(t) = M_3(t) + K(t)[I - K(0)]^{-1}M_3(0) = \begin{pmatrix} -\frac{9t^2}{2} - 5t - \frac{9}{2} & \frac{3t^2}{2} + \frac{19t}{4} + \frac{3}{2} \\ t^2 - t - 1 & t^3 + \frac{3t}{4} + \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$F(t) = K(t)[I - K(0)]^{-1}f(0) + f(t) = \begin{pmatrix} -t^5 + t^4 + \frac{587t^2}{128} + \frac{1073t}{32} + \frac{1179}{128} \\ -t^5 - \frac{17t^3}{16} + \frac{177t^2}{64} + \frac{257t}{16} + \frac{309}{64} \end{pmatrix}.$$

We use the numerical implementation of algorithm. Accuracy of solution depends on the accuracy of solving the Cauchy problem on subintervals and evaluating definite integrals. We provide the results of the numerical implementation of algorithm by partitioning the subintervals $[0, 0.25]$, $[0.25, 0.5]$, $[0.5, 0.75]$, $[0.75, 1]$ with step $h = 0.025$.

Solving the system of equations (22), we obtain the numerical values of the parameters

$$\lambda_1^{\tilde{h}} = \begin{pmatrix} -0.000000041 \\ -2.00000002 \end{pmatrix}, \lambda_2^{\tilde{h}} = \begin{pmatrix} 0.765624981 \\ -2.437500012 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_3^{\tilde{h}} = \begin{pmatrix} 1.625000009 \\ -2.750000008 \end{pmatrix}, \lambda_4^{\tilde{h}} = \begin{pmatrix} 2.671875034 \\ -2.937500004 \end{pmatrix}.$$

We find the numerical solutions at the other points of the subintervals using Runge-Kutta method of the 4-th order to the following Cauchy problems

$$\frac{d\tilde{x}_r}{dt} = A(t)\tilde{x}_r + \sum_{i=0}^3 D_i(t)\lambda_{r+1}^{\tilde{h}} + F(t),$$

$$x(\theta_{r-1}) = \lambda_r^{\tilde{h}}, t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], r = 1:4.$$

Exact solution of the problem (23), (24) is $x^*(t) = \begin{pmatrix} t^3 + 3t \\ t^2 - 3t - 2 \end{pmatrix}$.

The results of calculations of numerical solutions at the partition points are presented in the following table:

t	$\tilde{x}_1(t)$	$\tilde{x}_2(t)$	t	$\tilde{x}_1(t)$	$\tilde{x}_2(t)$
0	-0.000000041	-2.000000002	0.5	1.625000009	-2.750000008
0.025	0.075015586	-2.049375019	0.525	1.719703137	-2.774375007
0.05	0.150124963	-2.097500018	0.55	1.816375014	-2.797500007
0.075	0.22542184	-2.144375017	0.575	1.915109392	-2.819375007
0.1	0.300999967	-2.190000016	0.6	2.01600002	-2.840000006
0.125	0.376953094	-2.234375015	0.625	2.119140648	-2.859375006
0.15	0.453374971	-2.277500014	0.65	2.224625025	-2.877500006
0.175	0.530359349	-2.319375014	0.675	2.332546903	-2.894375005
0.2	0.607999976	-2.360000013	0.7	2.443000003	-2.910000005
0.225	0.686390603	-2.399375012	0.725	2.556078157	-2.924375005
0.25	0.765624981	-2.437500012	0.75	2.671875034	-2.937500004
0.275	0.845796858	-2.474375011	0.775	2.79048441	-2.949375004
0.3	0.926999986	-2.510000011	0.8	2.912000037	-2.960000004
0.325	1.009328114	-2.54437501	0.825	3.036515662	-2.969375004
0.35	1.092874991	-2.57750001	0.85	3.164125037	-2.977500004
0.375	1.177734369	-2.60937501	0.875	3.294921912	-2.984375005
0.4	1.263999997	-2.640000009	0.9	3.429000036	-2.990000005
0.425	1.351765625	-2.669375009	0.925	3.566453159	-2.994375006
0.45	1.441125003	-2.697500008	0.95	3.707375031	-2.997500007
0.475	1.532171881	-2.724375008	0.975	3.851859402	-2.999375009
0.5	1.625000009	-2.750000008	1	4.000000021	-3.000000011

For the difference of the corresponding values of the exact and constructed solutions of the problem the following estimate is true:

$$\max_{j=0,40} \|x^*(t_j) - \tilde{x}(t_j)\| < 0.00000004.$$

Conclusion. In this work, we propose a numerical implementation of parametrization method for finding solutions to linear two-point boundary value problem for system of essentially loaded differential equations. Using the parametrization method, we reduce the considered problem to the equivalent boundary value problem with parameters. The example illustrating the numerical algorithms of parametrization method are provided.

Ж. М. Кадирбаева^{1,2}, Э. А. Бакирова^{1,3},
А. Ш. Даулетбаева³, А. А. Касымғали³

¹Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қаласы, Қазақстан;

²Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы қаласы, Қазақстан;

³Қазақ Ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қаласы, Қазақстан

ЕЛЕУЛІ ТҮРДЕ ЖҮКТЕЛГЕН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕПТІ ШЕШУ АЛГОРИТМІ

Аннотация. Елеулі түрде жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін сызықтық шеттік есеп қарастырылады. Біз қарастырылып отырған есепті елеулі түрде жүктелген дифференциалдық теңдеу қасиеттерін пайдалана отырып жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін екі нүктелі шеттік есептерге келтіреміз. Аталған есеп параметрлеу әдісі арқылы зерттеледі. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есептің шешімін табудың алгоритмі ұсынылады. Бұл алгоритм жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін Коши есептерін сандық шешуді және алгебралық теңдеулер жүйесін шешуді қамтиды. Коши есептерін сандық түрде шешу үшін төртінші ретті Рунге-Куттаның әдісі қолданылады. Ұсынылып отырған сандық жүзеге асырылу мысалмен көрсетіледі.

Түйін сөздер: елеулі түрде жүктелген дифференциалдық теңдеу, сандық жуықталған әдіс, алгоритм.

Ж. М. Кадирбаева^{1,2}, Э. А. Бакирова^{1,3}, А. Ш. Даулетбаева³, А. А. Касымгали³

¹Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан;

²Международный Университет Информационных Технологий, Алматы, Казахстан;

³Казахский Национальный Женский Педагогический Университет, Алматы, Казахстан

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СУЩЕСТВЕННО НАГРУЖЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация. Рассматривается линейная краевая задача для существенно нагруженных дифференциальных уравнений. Используя свойства существенно нагруженного дифференциального уравнения, мы сводим рассматриваемую задачу к двухточечной краевой задаче для нагруженных дифференциальных уравнений. Данная задача исследуется методом параметризации. Предлагается алгоритм нахождения решения краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений. Данный алгоритм включает численное решение задач Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и решение линейной системы алгебраических уравнений. Для численного решения задачи Коши применяется метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Предлагаемая численная реализация иллюстрируется примером.

Ключевые слова: существенно нагруженное дифференциальное уравнение, численно приближенный метод, алгоритм.

Information about authors:

Kadirbayeva Zhazira Muratbekovna, Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Institute of Information and Computational Technologies, Chief researcher, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, International Information Technology University, assistant professor, zh.kadirbayeva@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-8861-4100>;

Bakirova Elmira Ainabekovna, Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, leading scientific researcher, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, ass. professor, Kazakh National Women's Teacher Training University, professor, bakirova1974@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-3820-5373>;

Dauletbayeva Arshat Sharapatkyzy, Kazakh National Women's Teacher Training University, master, arshat0107.d@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7498-196X>;

Kassymgali Akerke Aibynkyzy, Kazakh National Women's Teacher Training University, master, kasyngalieva99@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-8945-8004>

REFERENCES

- [1] Nakhushiev A.M. (2012) Loaded equations and their applications [Nagruzhennyye uravneniya i ih primeneniye]. Moscow, Nauka (in Russian).
- [2] Nakhushiev A.M. (1995) Equations of mathematical biology [Uravneniya matematicheskoy biologii]. Moscow, Vyshaiya shkola (in Russian).
- [3] Nakhushiev A.M. (1982) An approximation method for solving boundary value problems for differential equations with applications to the dynamics of soil moisture and groundwater [Ob odnom priblizhennom metode resheniya kraevykh zadach dlja differencial'nykh uravnenij i ego prilozheniya k dinamike pochvennoj vlagi gruntovykh vod]. Differential equations. V. 18, No. 1. P. 72-81 (in Russian).
- [4] Nakhushiev A.M. (2006) Displacement problems for partial differential equations. [Zadachi so smeshheniem dlja uravnenij v chastnykh proizvodnykh]. Moscow, Nauka (in Russian).
- [5] Dzhenaliev M.T., Ramazanov M.I. (2010) Loaded equations as perturbations of differential equations [Nagruzhennyye uravneniya kak vozmushheniya differencial'nykh uravnenij]. Almaty: Gylym (in Russian).
- [6] Dzhenaliev M.T. (2001) Loaded equations with periodic boundary conditions. Differential equations. V. 37, No. 1. P. 51-57.
- [7] Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. (2014) Numerical method of solution to loaded nonlocal boundary value problems for ordinary differential equations. Computational Mathematics and Mathematical Physics. V.54, No 7. P. 1096-1109.
- [8] Aida-zade K.R., Abdullaev V.M. (2014) On the numerical solution to loaded systems of ordinary differential equations with non-separated multipoint and integral conditions. Numerical Analysis and Applications. V. 7, No. 1. P. 1-14.
- [9] Aida-zade K.R., Abdullaev V.M. (2004) On a numerical solution of loaded differential equations. Journal of computational mathematics and mathematical physics. V. 44, No. 9. P. 1585-1595.
- [10] Alikhanov A.A., Berezkov A.M., Shkhanukhov-Lafishev M.Kh. (2005) Boundary value problems for certain classes of loaded differential equations and solving them by finite difference methods. Computational Mathematics and Mathematical Physics. V. 48. P. 1581-1590.

- [11] Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M. **(2016)** On a solvability of linear multipoint boundary value problem for the loaded differential equations [O razreshimosti linejnoj mnogotochečnoj kraevoj zadachi dlja nagruzhennyh differencial'nyh uravnenij]. Izvestiya NAN PK. Ser. fiz.-mat. V. 5, No 309. P. 168-175. (in Russian).
- [12] Assanova A. T., Imanchiyev A. E., Kadirbayeva Zh. M. **(2018)** Numerical solution of systems of loaded ordinary differential equations with multipoint conditions. Computational Mathematics and Mathematical Physics. V.58, No.4. P.508–516.
- [13] Assanova A.T., Kadirbayeva Zh.M. **(2018)** On the numerical algorithms of parametrization method for solving a two-point boundary-value problem for impulsive systems of loaded differential equations. Computational and Applied Mathematics. V. 37, No 4. P. 4966-4976.
- [14] Bakirova E.A., Tleulesova A.B., Kadirbayeva Zh.M. **(2017)** On one algorithm for finding a solution to a two-point boundary value problem for loaded differential equations with impulse effect. Bulletin of the Karaganda university. Mathematics series. No 3(87). P. 43-50.
- [15] Kadirbayeva Zh.M. **(2017)** On the method for solving linear boundary-value problem for the system of loaded differential equations with multipoint integral condition. Mathematical Journal. V. 17, No 4(66). P. 50-61.
- [16] Assanova A.T., Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M. **(2019)** Numerical implementation of solving a boundary value problem for a system of loaded differential equations with parameter // News of the NAS RK. Phys.-Math. Series. V3, No. 325. P. 77-84. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.27> ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)
- [17] Dzhumabayev D.S. **(1989)** Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation [Priznaki odnoznachnoj razreshimosti linejnoj kraevoj zadachi dlja obyknovennogo differencial'nogo uravnenija]. U.S.S.R. Computational Mathematics and Mathematical Physics. V. 29, No. 1. P. 50-66. (in Russian).
- [18] Dzhumabaev D.S. **(2010)** A method for solving the linear boundary value problem for an integro-differential equation. Computational Mathematics and Mathematical Physics. V. 50, No. 7. P. 1150-1161.
- [19] Dzhumabaev D.S. **(2016)** On one approach to solve the linear boundary value problems for Fredholm integro-differential equations. Journal of Computational and Applied Mathematics. V. 294. P. 342-357.
- [20] Assanova A.T., Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M. **(2020)** Numerical solution to a control problem for integro-differential equations // Computational mathematics and mathematical physics, 2020 Vol. 60, №2. P. 203-221.
- [21] Assanova A.T., Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M., Uteshova R.E. **(2020)** A computational method for solving a problem with parameter for linear systems of integro-differential equations // Computational and Applied Mathematics, 2020. Vol. 39, №3. Article number: 248. <https://doi.org/10.1007/s40314-020-01298-1>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 15 – 23

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.16>

UDK 517.951

MRNTI 27.31.15

B. D. Koshanov¹, A. Baiarystanov², M. Daurenkyzy³, S. O. Turymbet⁴¹Institute of Mathematics and Mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan;²Gumilev Eurasian National University, Nursultan, Kazakhstan;^{1,3,4}Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: koshanov@list.ru, oskar_62@mail.ru, daurenova.meruert@mail.ru, salta_04kz@mail.ru

**GREEN'S FUNCTIONS OF SOME BOUNDARY VALUE PROBLEMS
FOR BIHARMONIC OPERATORS
AND THEIR CORRECT CONSTRUCTIONS**

Abstract. In this paper, a constructive method is given for constructing the Green function of the Dirichlet problem for a biharmonic equation in a multidimensional ball.

The need to study boundary value problems for elliptic equations is dictated by numerous practical applications in the theoretical study of the processes of hydrodynamics, electrostatics, mechanics, thermal conductivity, elasticity theory, and quantum physics. The distributions of the potential of the electrostatic field are described using the Poisson equation. When studying the vibrations of thin plates of small deflections, biharmonic equations arise.

There are various ways to construct the Green Function of the Dirichlet problem for the Poisson equation. For many types of domains, it is constructed explicitly. And for the Neumann problem in multidimensional domains, the construction of the Green function is an open problem. For the ball, the Green function of the internal and external Neumann problem is constructed explicitly only for the two-dimensional and three-dimensional cases.

Finding general correct boundary value problems for differential equations is always an urgent problem. The abstract theory of operator contraction and expansion originates from the work of John von Neumann, in which a method for constructing self-adjoint extensions of a symmetric operator was described and a theory of extension of symmetric operators with finite defect indices was developed in detail. Many problems for partial differential equations lead to operators with infinite defect indices.

In the early 80s of the last century, M.O. Otelbaev and his students built an abstract theory that allows us to describe all correct constrictions of a certain maximum operator and separately - all correct extensions of a certain minimum operator, independently of each other, in terms of the inverse operator.

In this paper, the correct boundary value problems for the biharmonic operator are described using the Green's function.

Key words: biharmonic equations, Dirichlet problem, biharmonic operator, domain of operator definition, correct problems, correct operator constrictions.

1. Introduction. The distributions of the potential of the electrostatic field are described using the Poisson equation. When studying the vibrations of thin plates of small deflections, biharmonic equations arise [1,2].

There are various ways to construct the Green Function of the Dirichlet problem for the Poisson equation. For many types of domains, it is constructed explicitly. And for the Neumann problem in multidimensional domains, the construction of the Green function is an open problem. For the ball, the Green function of the internal and external Neumann problem is constructed explicitly only for the two-dimensional and three-dimensional cases. In the general case, for a multidimensional ball, the explicit form of the Green function of the Neumann and Robin problems for the Poisson equation is constructed recently in [3,4].

Note that recently there has been renewed interest in the explicit construction of Green's functions for classical problems. In [5-7], the Green function of the Dirichlet problem for a polyharmonic equation in a multidimensional ball is constructed explicitly. In [8], the Green harmonic functions of the Dirichlet, Neumann, and Robin problems are used to construct the Green functions of the biharmonic Dirichlet, Neumann, and Robin problems in a two-dimensional circle. Similar results in the class of inhomogeneous biharmonic and triharmonic functions in the sector were obtained in [9-12]. Note also that the construction of explicit Green functions of the Robin problem in a circle, when the parameter in the boundary condition is equal to one, is devoted to the work [13,14]. The results of these studies are based on the classical theory of integral representations for analytic, harmonic, and polyharmonic functions on the plane.

The solvability of various boundary value problems for a biharmonic equation in a multidimensional sphere is studied in [15-18].

The abstract theory of operator contraction and expansion originates from the work of John von Neumann [19], in which a method for constructing self-adjoint extensions of a symmetric operator was described and a theory of extension of symmetric operators with finite defect indices was developed in detail. Many problems for partial differential equations lead to operators with infinite defect indices.

M.I. Vishik [20, 21] considered extensions of the minimal operator, rejecting its symmetry, and described the areas of definition of the extension that have certain solvability properties. M.I. Vishik applied his results to the study of general boundary value problems for general elliptic differential equations of the second order. Then A.V. Bitsadze and A.A. Samarsky [22] found a correct problem that is not contained among the problems described by M.I. Vishik. This type of problem for ordinary differential equations was studied by A.A. Desin [23].

In the early 80s of the last century, M.O. Otelbaev and his students [24-26] constructed an abstract theory that allows us to describe all correct constrictions of a certain maximum operator and separately - all correct extensions of a certain minimum operator, independently of each other, in terms of the inverse operator. This theory was extended to the case of Banach spaces [27].

This paper is devoted to the construction of the Green Function of the Dirichlet problem for a biharmonic equation in a multidimensional ball and to the description of correct boundary value problems for the biharmonic operator.

Green's function of the Dirichlet, Neumann, and Robin problem for the Poisson equation in a multidimensional unit ball

In the n -dimensional ball $\Omega = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n : |x| < r\}$, we consider the Dirichlet problem for the biharmonic equation

$$\Delta^2 u(x) = f(x), x \in \Omega, \quad (1)$$

$$u(x) = \varphi_0(x), \frac{\partial u(x)}{\partial n_x} = \varphi_1(x), x \in \partial\Omega. \quad (2)$$

The classical solution $u(x) \in C^4(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$ of the Dirichlet problem (1), (2) exists, is unique, and is represented by the Green's function $G_{4,n}(x, y)$ in the following form [1]

$$u(x) = \int_{\Omega} G_{4,n}(x, y) f(y) dy + \int_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial n_y} G_{4,n}(x, y) \cdot \Delta_y \varphi_0(y) - G_{4,n}(x, y) \cdot \frac{\partial}{\partial n_y} \Delta_y \varphi_0(y) \right] dS_y + \int_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial n_y} \Delta_y G_{4,n}(x, y) \cdot \varphi_1(y) - \Delta_y G_{4,n}(x, y) \cdot \frac{\partial}{\partial n_y} \varphi_1(y) \right] dS_y, \quad (3)$$

where $\frac{\partial}{\partial n_y}$ is the outer normal to the boundary of $\partial\Omega$.

The Green function of the Dirichlet problem (1), (2) is determined from the following theorem.

Theorem 1. a) If n is odd or n is fair and $n > 4$, then the Green function of the Dirichlet problem (1), (2) is representable as

$$G_{4,n}(x, y) / d_{4,n} = |x - y|^{4-n} - \left[\left| \frac{y}{r} \right| \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right| \right]^{4-n} + \frac{(4-n)}{2} r^2 \left[\left| \frac{y}{r} \right| \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right| \right]^{2-n} \left(1 - \left| \frac{y}{r} \right|^2 \right) \left(1 - \left| \frac{x}{r} \right|^2 \right) \quad (4)$$

where are $d_{4,n} = \frac{\Gamma(n/2 - 2)\Gamma(n/2 - 2)}{8n\pi^{n/2}\Gamma(n/2)}$

b) In the case of $n = 2$ and $n = 4$, function $G_{4,n}(x, y)$ has the form

$$G_{4,2}(x, y) / d_{4,2} = |x - y|^2 \left(\ln|x - y|^2 - \ln \left[\left| \frac{y}{r} \right| \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right| \right]^2 \right) + r^2 \left(1 - \left| \frac{y}{r} \right|^2 \right) \left(1 - \left| \frac{x}{r} \right|^2 \right),$$

$$d_{4,2} = -\frac{1}{32\pi},$$

$$G_{4,4}(x, y) / d_{4,4} = \ln|x - y| - \ln \left[\left| \frac{y}{r} \right| \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right| \right] + 2 \left[\left| \frac{y}{r} \right| \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right| \right]^{-2} r^2 \left(1 - \left| \frac{y}{r} \right|^2 \right) \left(1 - \left| \frac{x}{r} \right|^2 \right),$$

$$d_{4,4} = \frac{1}{32\pi^2}.$$

In the future, for convenience, we will only consider the cases n -odd or n -fair and $n > 4$.

Lemma 1. [2] a) In the case of n -odd or n -fair and $n > 4$ the function

$$\varepsilon_{4,n}(x, y) = d_{4,n} |x - y|^{4-n}$$

is the fundamental solution of equation (1);

b) [6,7] Functions

$$g_{4,n}^0(x, y) = d_{4,n} \left| \frac{y}{r} \right|^{4-n} \cdot \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right|^{4-n}, \quad g_{4,n}^1(x, y) = -\frac{d_{4,n}}{2} \left| \frac{y}{r} \right|^{2-n} \cdot \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right|^{2-n} \quad (5)$$

are biharmonic functions, i.e. satisfy the homogeneous biharmonic equation

$$\Delta_x^2 g_{4,n}^k(x, y) = 0, x \in \Omega, k = 0, 1.$$

It is easy to show that the functions

$$|x - y|^2 = X^2(x, y) = X^2, \quad \left| \frac{y}{r} \right|^2 \cdot \left| x - \frac{y}{|y|^2} r^2 \right|^2 = Y^2(x, y) = Y^2,$$

$$\left(1 - \left| \frac{y}{r} \right|^2 \right)^k \left(1 - \left| \frac{x}{r} \right|^2 \right) r^2 = Z^2(x, y) = Z^2 \quad (6)$$

satisfies the identity

$$X^2 - Y^2 = -Z^2, x, y \in \Omega. \quad (7)$$

Proof of Theorem 1. a) Using equality (7) and decomposition of function $f(x) = (1-x)^\alpha, 0 < x \leq 1$, we decompose the fundamental solution $\varepsilon_{4,n}(x, y)$ into a series

$$\begin{aligned} \varepsilon_{4,n}(x, y) &= X^{4-n} = Y^{4-n} \cdot \left(1 - \frac{Z^2}{Y^2}\right)^{\frac{4-n}{2}} = Y^{4-n} - \left(2 - \frac{n}{2}\right)Y^{2-n}Z^2 + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left(1 - \frac{n}{2}\right)\left(-\frac{n}{2}\right)\dots\left(2 - \frac{n}{2} - k\right)Y^{2-n-2k}Z^{2k}. \end{aligned}$$

Moving the two terms to the left side of the equality, we get the desired Green's function in the following form

$$G_{4,n}(x, y) = G_{4,n}^2(x, y) = G_{4,n}^\infty(x, y),$$

where are

$$\begin{aligned} G_{4,n}^2(x, y) &= d_{4,n} \left[X^{4-n} - Y^{4-n} + \frac{(4-n)}{2}Y^{2-n}Z^2 \right], \\ G_{4,n}^\infty(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left(1 - \frac{n}{2}\right)\left(-\frac{n}{2}\right)\dots\left(2 - \frac{n}{2} - k\right)Y^{2-n-2k}Z^{2k}. \end{aligned}$$

Because

$$\begin{aligned} \left(X^2 - Y^2\right) \Big|_{x \in \partial\Omega, y \in \Omega} &= -Z^2 \Big|_{x \in \partial\Omega, y \in \Omega} = -r^2 \left(1 - \frac{|y|^2}{r}\right) \left(1 - \frac{|x|^2}{r}\right) \Big|_{x \in \partial\Omega, y \in \Omega} = 0, \\ Z^2 \Big|_{x \in \partial\Omega, y \in \Omega} &= 0, \quad \frac{\partial Z^2}{\partial n_x} \Big|_{x \in \partial\Omega, y \in \Omega} = 0 \end{aligned}$$

it is easy to show that function $G_{4,n}^\infty(x, y)$ satisfies the boundary condition

$$G_{4,n}^\infty(x, y) \Big|_{x \in \partial\Omega, y \in \Omega} = 0, \quad \frac{\partial G_{4,n}^\infty(x, y)}{\partial n_x} \Big|_{x \in \partial\Omega, y \in \Omega} = 0.$$

According to Lemma 1 and Representation $G_{4,n}^2(x, y)$ we have

$$\Delta^2 G_{4,2}(x, y) = \Delta^2 G_{4,2}^2(x, y) = \delta(x - y), \quad x, y \in \Omega.$$

Due to the uniqueness of the solution of the Dirichlet problem for the biharmonic equation, the Green function of the problem (1), (2) is (4):

$$G_{4,n}(x, y) = d_{4,n} \left[X^{4-n} - Y^{4-n} + \frac{(4-n)}{2}Y^{2-n}Z^2 \right].$$

3. Correct constrictions and extensions of differential operators

In the early 80s of the last century, M. O. Otelbaev and his students [24-26] constructed an abstract theory that allows us to describe all correct constrictions of a certain maximum operator and separately - all correct extensions of a certain minimum operator, independently of each other, in terms of the inverse operator. Moreover, this theory was extended to the case of Banach spaces and it was possible to partially abandon the linearity of operators. Moreover, M. O. Otelbaev shows that the Bitsadze-Samarsky problem [22] is a correct narrowing of the corresponding maximal operator. We give a brief summary of this theory in the case of Hilbert spaces.

Let the Hilbert space H be a linear operator L with a domain of definition $D(L)$ and a domain of value $R(L)$. The kernel of operator L is the set $KerL = \{f \in D(L) : Lf = 0\}$.

Definition 1. A linear closed operator \hat{L} in a Hilbert space H is called *maximal* if $R(\hat{L}) = H$ and $\text{Ker}\hat{L} \neq \{0\}$.

Definition 2. A linear closed operator L_0 in a Hilbert space H is called *minimal* if $\overline{R(L_0)} \neq H$ and there is a bounded inverse operator L_0^{-1} by $R(L_0)$.

Definition 3. A linear closed operator L in a Hilbert space H is called *correct* if there is a bounded inverse operator L^{-1} defined on all H .

Definition 4. Operator L is called a *contraction* of operator L_1 , and operator L_1 is called an extension of operator L , and briefly write $L \subset L_1$ if

- 1) $D(L) \in D(L_1)$,
- 2) $Lf = L_1f, \forall f \in D(L)$.

Definition 5. The correct operator L in the Hilbert space H is called the correct contraction of the *maximum operator* \hat{L} (the correct extension of the minimum operator L_0) if $L \subset \hat{L}$ ($L_0 \subset L$).

Definition 6. A correct operator L in a Hilbert space H is called a *boundary-correct extension* if L is both a correct contraction of the maximum operator \hat{L} and a correct extension of the minimum operator L_0 , i.e., $L_0 \subset L \subset \hat{L}$.

Theorem 2 [24,25]. Let \hat{L} be a maximal linear operator in a Hilbert space H , L – a known correct narrowing of operator \hat{L} and K – an arbitrary linear operator bounded in H that satisfies the following condition

$$R(K) \subset \text{Ker}\hat{L}. \quad (8)$$

Then the operator L_K^{-1} defined by the formula

$$L_K^{-1}f = L^{-1}f + Kf, \forall f \in H, \quad (9)$$

is the inverse of some correct narrowing of L_K of the maximal operator \hat{L} , i.e. $L_K \subset \hat{L}$.

Conversely, if L_1 is some correct narrowing of the maximal operator \hat{L} , then there exists a linear operator K_1 bounded in H that satisfies condition (8), such that the equality holds

$$L_1^{-1}f = L^{-1}f + K_1f, \forall f \in H.$$

As a rule, it is difficult to describe the kernel of the maximal operator. Therefore, often the following Theorem 3 is more effective than Theorem 2.

Theorem 3 [26]. Let \hat{L} be the maximal operator, L_ϕ be the known correct constriction of \hat{L} , and K be the continuous operator acting from H to $D(\hat{L})$ be the domain of the definition of operator \hat{L} . Then operator L_K^{-1} , defined by the formula

$$L_K^{-1}f = L_\phi^{-1}f + (E - L_\phi^{-1}\hat{L})Kf \quad (10)$$

is the inverse of some correct narrowing \hat{L} , i. e. $L_K \subset \hat{L}$.

Conversely, any correct narrowing of operator \hat{L} is represented as (10).

This theory will then be applied to the biharmonic operator.

4. Correct boundary value problems for a biharmonic operator in a multidimensional ball

In this paragraph $\Omega = \{x \in R^n : |x| < r\}$. On the set $D(\hat{L}) = W_2^4(\Omega)$, we define the maximum operator \hat{L} by the formula $\hat{L}u \equiv \Delta_x^2 u(x), \forall u \in D(\hat{L})$.

By definition, $R(\hat{L}) = L_2(\Omega)$, and $\text{Ker}(\hat{L}) \neq \{0\}$ is not trivial.

In the previous section, we proved that the Dirichlet boundary value problem for the biharmonic equation

$$L_\phi u = \{u : \Delta_x^2 u(x) = f(x), x \in \Omega, u(x)|_{\partial\Omega} = 0, \frac{\partial u(x)}{\partial n_x} \Big|_{\partial\Omega} = 0\}$$

has a unique solution of $u(x)$ and it is represented as

$$L_\phi^{-1} f = u(x) = \int_{\Omega} G_{4,n}^D(x, y) f(y) dy, \quad (11)$$

where $G_{4,n}^D(x, y) \equiv G_{4,n}(x, y)$ is the Green function of the Dirichlet problem from (4). Thus, operator L_ϕ is invertible.

Further, based on the representation of the solution (11) of the Dirichlet problem, we give other correct boundary value problems for the inhomogeneous biharmonic equation. To do this, we apply Theorem 3 to describe the correct constrictions of the maximal operator \hat{L} .

Lemma 2. Using the explicit form of the Green function of the Dirichlet problem (4), for the biharmonic equation (1) and for any $h(x) \in W_2^4(\Omega)$, the representation is valid

$$\begin{aligned} (E - L_\phi^{-1} \hat{L})h(x) &= \int_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial n_y} G_{4,n}(x, y) \cdot \Delta_y h(y) - G_{4,n}(x, y) \cdot \frac{\partial}{\partial n_y} \Delta_y h(y) \right] dS_y + \\ &+ \int_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial n_y} \Delta_y G_{4,n}(x, y) \cdot h(y) - \Delta_y G_{4,n}(x, y) \cdot \frac{\partial}{\partial n_y} h(y) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Lemma 3. The Green function of the Dirichlet problem on the boundary of the domain has the following properties:

$$\begin{aligned} G_{4,n} \Big|_{x \in \partial\Omega} &= 0, \quad \frac{\partial G_{4,n}}{\partial n_x} \Big|_{x \in \partial\Omega} = 0, \quad \Delta_y G_{4,n} \Big|_{x \in \partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \Delta_y G_{4,n}}{\partial n_y} \Big|_{x \in \partial\Omega} = \delta(x - y) \Big|_{x \in \partial\Omega}, \\ \frac{\partial^2 G_{4,n}}{\partial n_x \partial n_y} \Big|_{x \in \partial\Omega} &= 0, \quad \frac{\partial^2 \Delta_y G_{4,n}}{\partial n_x \partial n_y} \Big|_{x \in \partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \Delta_y G_{4,n}}{\partial n_x} \Big|_{x \in \partial\Omega} = -\delta(x - y) \Big|_{x \in \partial\Omega}. \end{aligned}$$

The following statement is true, which allows us to describe the domain of the definition of the maximum operator \hat{L} in terms of the Green's function $G_{4,n}(x, y)$.

Lemma 4. The domain of definition $D(\hat{L})$ of the maximal operator \hat{L} has the representation

$$\begin{aligned} D(\hat{L}) &= \{u : u(x) = \int_{\Omega} G_{4,n}(x, y) \cdot f(y) dy + \int_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial n_y} G_{4,n}(x, y) \cdot \Delta_y h(y) - G_{4,n}(x, y) \cdot \frac{\partial}{\partial n_y} \Delta_y h(y) \right] dS_y + \\ &+ \int_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial n_y} \Delta_y G_{4,n}(x, y) \cdot h(y) - \Delta_y G_{4,n}(x, y) \cdot \frac{\partial}{\partial n_y} h(y) \right] dS_y, \forall f \in L_2(\Omega), \forall h \in W_2^4(\Omega)\}. \end{aligned}$$

In particular, if

$$h \Big|_{y \in \partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial n_y} \Big|_{x \in \partial\Omega} = 0, \quad \Delta_y h \Big|_{x \in \partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \Delta_y h}{\partial n_y} \Big|_{y \in \partial\Omega} = 0$$

then $D(\hat{L})$ coincides with the scope of definition $D(L_\phi)$ of operator L_ϕ .

Now the question arises: how to describe the definition areas of other possible correct constrictions of the maximum operator \hat{L} ?

Let K be an operator that matches each function $f(x) \in L_2(\Omega)$ with a single function $h(x) \in W_2^4(\Omega)$, such that $\|Kf\|_{L_2(\Omega)} \leq C\|f\|_{L_2(\Omega)}$, for the chosen operator K , we take the set $D(K) = \{u(x) \in D(\hat{L}) : h = Kf\}$. On the set $D(K)$, we define the operator $\hat{L}|_{D(K)} = L_K$.

From Theorem 3, it follows that L_K is a correct narrowing of the maximal operator \hat{L} . From Theorem 3, we obtain the following statement describing the operator L_K in terms of boundary conditions.

Theorem 4. Let K be an arbitrary continuous operator acting from $L_2(\Omega)$ to $D(\hat{L})$. Then the inhomogeneous operator equation $L_K u = f$ is equivalent to the following boundary value.

$$\Delta_x^2 u(x) = f(x), x \in \Omega, \quad (13)$$

$$u|_{x \in \partial\Omega} = (Kf)|_{x \in \partial\Omega}, \quad \frac{\partial u}{\partial n_x} \Big|_{x \in \partial\Omega} = \frac{\partial (Kf)}{\partial n_x} \Big|_{x \in \partial\Omega}. \quad (14)$$

Note 1. If the invertible operator is on all $L_2(\Omega)$, then the boundary conditions in (14) can be written as

$$Ru|_{x \in \partial\Omega} = R(Kf)|_{x \in \partial\Omega}, \quad R \left(\frac{\partial u}{\partial n_x} \right) \Big|_{x \in \partial\Omega} = R \left(\frac{\partial (Kf)}{\partial n_x} \right) \Big|_{x \in \partial\Omega}. \quad (15)$$

Therefore, to check the correctness of the boundary value problem, you need to try to convert the boundary conditions to the form (15).

Note 2. If the linear operator L is the correct contraction of the maximum, then passing to the conjugates, we get the correct extensions of the minimum operator corresponding to the formally conjugate. This also leads to a class of "loaded" equations.

Note 3. Note that in Theorem 3, K – nonlinear transformations can be taken as K .

Other applications of the results of M. Otelbaev in various sections of the theory of differential equations can be found in [27,28].

Б. Д. Қошанов¹, А. О. Байарыстанов², М. Дәуренқызы³, С. О. Тұрымбет⁴

¹Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан;

²Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұрсұлтан, Қазақстан;

^{1,3,4}Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан.

БИГАРМОНИКАЛЫҚ ОПЕРАТОРЛАР ҮШІН КЕЙБІР ШЕТТІК ЕСЕПТЕРДІҢ ГРИН ФУНКЦИЯЛАРЫ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ДҰРЫС ТАРЫЛУЛАРЫ

Аннотация. Бұл жұмыста көп өлшемді шарда бигармоникалық теңдеу үшін Дирихле есебінің Грин функциясын құрудың тиімді әдісі көрсетілген.

Эллиптикалық теңдеулер үшін шеттік есептерді зерттеу қажеттілігі гидродинамика, электростатика, механика, жылу өткізгіштік, серпімділік теориясы, кванттық физика процестерін теориялық зерттеуде көптеген практикалық қосымшалармен тығыз байланысты. Электростатикалық өріс потенциалдарының таралуы Пуассон теңдеуімен, ал кіші иілімдердің жұқа такталарының тербелістерінің таралуы бигармоникалық теңдеулермен сипатталады.

Пуассон теңдеуі үшін Дирихле есебінің Грин функциясын құрудың әртүрлі тәсілдері бар. Аудандардың көптеген түрлері үшін ол айқын түрде құрылған. Нейман есебі үшін көп өлшемді облыстарда Грин функ-

циясын құру мәселесі қазіргі таңда ашық міндет болып табылады. Шар үшін Нейманның ішкі және сыртқы есебінің Грин функциясы тек екі өлшемді және үш өлшемді жағдайлар үшін айқын түрде құрылған.

Дифференциалдық тендеулер үшін жалпы дұрыс шекаралық есептерді табу әрқашан өзекті мәселе болып табылады. Операторлардың тарылуы мен кеңеюінің абстрактілі теориясы Джон фон Нейманның жұмысынан бастау алады, онда ол симметриялық оператордың өз-өзіне түйіндес кеңейтулерін құру әдісі сипатталған және ақаудың ақырлы индекстері бар симметриялық операторларды кеңейту теориясы егжей-тегжейлі жасалған. Дербес туындылы дифференциалдық тендеулерге арналған көптеген есептері ақаулары шексіз индексті операторларға алып келеді.

Өткен ғасырдың 80-ші жылдарының басында М. Өтелбаев және оның шәкірттері абстрактілі теория құрды. Бұл теорияның көмегімен белгілі бір максималды оператордың барлық дұрыс тарылуын сипаттауға болады, сондай-ақ белгілі бір минималды оператордың барлық дұрыс кеңеюін сипаттауға болады.

Бұл мақала операторлардың тарылуы мен кеңеюі теориясы қысқаша сипатталған және бигармоникалық операторлар үшін тиянақты шекаралық есептерді сипаттауға арналған.

Түйін сөздер: бигармоникалық тендеулер, Дирихле есебі, бигармоникалық оператор, оператордың анықтау аймағы, дұрыс есептер, оператордың дұрыс тарылуы.

Б. Д. Кошанов¹, А. О. Байарыстанов², М. Дауренқызы³, С. О. Турымбет⁴

¹Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан;

²Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нурсултан, Казахстан;

^{1,3,4}Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан

ФУНКЦИИ ГРИНА НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ И ИХ КОРРЕКТНЫЕ СУЖЕНИЯ

Аннотация. В данной работе дан конструктивный способ построения функции Грина задачи Дирихле для бигармонического уравнения в многомерном шаре.

Необходимость исследования краевых задач для эллиптических уравнений продиктована с многочисленными практическими приложениями при теоретическом изучении процессов гидродинамики, электростатики, механики, теплопроводности, теории упругости, квантовой физики. Распределения потенциала электростатического поля описываются с помощью уравнения Пуассона. При исследовании колебаний тонких пластин малых прогибов возникают бигармонические уравнения.

Существуют различные способы построения функции Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Для многих видов областей она построена в явном виде. А для задачи Неймана в многомерных областях построение функции Грина является открытой задачей. Для шара функция Грина внутренней и внешней задачи Неймана построена в явном виде только для двумерном и трехмерном случаях.

Нахождение общих корректных краевых задач для дифференциальных уравнений всегда является актуальной задачей. Абстрактная теория сужения и расширения операторов берет свое начало с работы Джон фон Нейман, в которой был описан метод построения самосопряженных расширений симметрического оператора и подробно разработана теория расширения симметрических операторов с конечными индексами дефекта. Многие задачи для дифференциальных уравнений в частных производных приводят к операторам с бесконечными индексами дефекта.

В начале 80-х годов прошлого столетия М.О. Отелбаевым и его учениками была построена абстрактная теория, которая позволяет описать все корректные сужения некоторого максимального оператора и отдельно - все корректные расширения некоторого минимального оператора, независимо друг от друга, в терминах обратного оператора.

В настоящей работе с помощью построенного функции Грина описаны корректные краевые задачи для бигармонического оператора.

Ключевые слова: бигармонические уравнения, задача Дирихле, бигармонический оператор, область определения оператора, корректные задачи, корректные сужения оператора.

Information about authors:

Koshanov Bakhytbek Danebekovich, Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Chief scientific researcher, Abai Kazakh National Pedagogical University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, koshanov@list.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0784-5183>;

Baiarystanov Askar, L.N. Gumilev Eurasian National University, Professor of the Department of higher mathematics, oskar_62@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5840-5401>;

Dayrenkyzy Meruert, Abai Kazakh National Pedagogical University, student, daurenova.meruert@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7241-9279>;

Turymbet Saltanat Ospankyzy, Abai Kazakh National Pedagogical University, student, salta_04kz@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3432-8840>

REFERENCES

- [1] Sobolev S. L. Introduction to the theory of cubature formulas. Moscow.: Nauka. 1974. 808 p.
- [2] Vladimirov V. S. Equations of mathematical physics. Moscow: Nauka, 1981. 512 p.
- [3] Sadybekov M.A., Torebek B.T., Turmetov B.Kh. Representation of Green's function of the Neumann problem for a multi-dimensional ball // Complex Variables and Elliptic Equation, 61:1 (2016) 104-123.
- [4] Sadybekov M.A., Turmetov B.Kh., Torebek B.T. On an explicit form of the Green function of the Robin problem for the Laplace operator in a circle // Adv. Pure Appl. Math. 6:3 (2015) 163-172.
- [5] Kalmenov T.Sh., Koshanov B.D., Nemchenko M.Y. Green function representation for the Dirichlet problem of the polyharmonic equation in a sphere // Complex Variables and Elliptic Equations, 53:2 (2008) 177-183. Doi: <http://dx.doi.org/10.1080/17476930701671726>
- [6] Kalmenov T.Sh., Koshanov B.D. Representation for the Green's function of the Dirichlet problem for the polyharmonic equations in a ball // Siberian Mathematical Journal. 49:3 (2008) 423-428. <http://dx.doi.org/10.1007/s11202-008-0042-8>
- [7] Kalmenov T. Sh., Suragan D. On a new method for constructing the Green function of the Dirichlet problem for a polyharmonic equation // Differential equations. 48:3 (2012) 435-438. DOI: <http://dx.doi.org/10.1134/S0012266112030160>
- [8] Begehr H. Biharmonic Green functions // Le matematiche. 2006. Vol. LXI. P. 395-405.
- [9] Wang Y., Ye L. Biharmonic Green function and biharmonic Neumann function in a sector // Complex Variables and Elliptic Equations. 58:1 (2013) 7-22.
- [10] Wang Y. Tri-harmonic boundary value problems in a sector // Complex Variables and Elliptic Equations. 59:5 (2014) 732-749.
- [11] Begehr H., Du J., Wang Y. A Dirichlet problem for polyharmonic functions // Ann. Math. Pura Appl. 187:4 (2008) 435-457.
- [12] Begehr H., Vaitekhovich T. Harmonic boundary value problems in half disc and half ring // Funct. Approx. Comment. Math. 40:2 (2009) 251-282.
- [13] Begehr H., Vaitekhovich V., Some harmonic Robin functions in the complex plane // Advances in Pure and Applied Mathematics. 1:1 (2010) 19-34.
- [14] Begehr H., Vaitekhovich T. Modified harmonic Robin function // Complex Variables and Elliptic Equations. 58:4 (2013) 483-496.
- [15] Koshanov B. D., Koshanova M. D. Dirichlet problem with Helder and L_p boundary data for polyharmonic functions in a unit ball // Bulletin of the NAS RK, Series of Physics and Mathematics, 4 (2013) 35-41.
- [16] Koshanov B. D., Edyl K. Green function of the Dirichle problem and polynomial solution of the Poisson equation for bigarmonic tengе on a wheel // Bulletin of the NAS RK, Series of Physics and Mathematics, 3 (2016) 102-121.
- [17] Koshanov B.D., Nurikenova Zh.S. On the solvability of the generalized Dirichlet - Neumann problem for a higher order elliptic equation // Bulletin of the NAS RK, Series of Physics and Mathematics, 3 (2017) 125-131.
- [18] Koshanov B.D., Koshanova G.D., Azimkhan G.E., Segizbayeva R.U. Solvability of boundary value problems with non-local conditions for multidimensional hyperbolic equations // Bulletin of the NAS RK, Series of Physics and Mathematics, 2:312 (2020) 116-125.
- [19] J.von Neumann. Allgemeine Eigenwerttheorie Hermitescher Funktionaloperatoren // Math. Ann. 102 (1929) 49-131.
- [20] Vishik M. I. On general boundary value problems for elliptic differential equations // Works of Matem. 3, (1952) 187-246.
- [21] Vishik M. I. Boundary value problems for elliptic equations degenerating on the boundary of a domain // Math. Collection. 77:3 (1954) 1307-1311.
- [22] Bitsadze A.V., Samarsky A. A. On some simplest generalizations of linear elliptic boundary value problems // Reports of the USSR Academy of Sciences 185:4 (1969) 739-740.
- [23] Dezin A.A. Partial differential equations. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1987.
- [24] Kokebaev B. K., Otelbaev M., Shynybekov A. N. The theory of contraction and expansion operators. I // The news of the Kazakh SSR. Ser. Fiz.-Mat. 5 (1982) 24-27.
- [25] Kokebaev B. K., Otelbaev M., Shynybekov A. N. The theory of contraction and expansion operators. II // The news of the Kazakh SSR. Ser. Fiz.-Mat. 1. (1983)24-27.
- [26] Otelbaev M., Kokebaev B. K., Shynybekov A. N. On the issues of expanding and narrowing operators // Reports of the USSR Academy of Sciences. 6. (1983) 1307-1311.
- [27] Oynarov R., Parasidi I. N. Correctly solvable extensions of operators with finite defects in a Banach space // The news of the Kazakh SSR. Ser. fiz-mat. 5 (1988) 35-44.
- [28] Koshanov B.D., Otelbaev M.O. Correct Contractions stationary Navier-Stokes equations and boundary conditions for the setting pressure // AIP Conference Proceedings. 1759 (2016) <http://dx.doi.org/10.1063/1.4959619>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 24 – 32

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.17>

UDC 514.753

D. Kurmanbayev^{1,2}, K. Yesmakhanova³

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

²Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan;

³L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan.

E-mail: kurmanbaev.damir@gmail.com

SOLITON DEFORMATION OF INVERTED CATENOID

Abstract. The minimal surface (see [1]) is determined using the Weierstrass representation in three-dimensional space. The solution of the Dirac equation [2] in terms of spinors coincides with the representations of this surface with conservation of isothermal coordinates. The equation represented through the Dirac operator, which is included in the Manakov's L, A, B triple [3] as equivalent to the modified Veselov-Novikov equation (mVN) [4]. The potential U of the Dirac operator is the potential of representing a minimal surface. New solutions of the mVN equation are constructed using the pre-known potentials of the Dirac operator and this algorithm is said to be Moutard transformations [5]. Firstly, the geometric meaning of these transformations which found in [6], [7], gives us the definition of the inversion of the minimal surface, further after finding the exact solutions of the mVN equation, we can represent the inverted surfaces. And these representations of the new potential determine the soliton deformation [8], [9]. In 2014, blowing-up solutions to the mVN equation were obtained using a rigid translation of the initial Enneper surface in [6]. Further results were obtained for the second-order Enneper surface [10]. Now the soliton deformation of an inverted catenoid is found by smooth translation along the second coordinate axis.

In this paper, in order to determine catenoid inversions, it is proposed to find holomorphic objects as Gauss maps and height differential [11]; the soliton deformation of the inverted catenoid is obtained; particular solution of modified Korteweg-de Vries (KdV) equation is found that give some representation of KdV surface [12],[13].

Keywords: Modified Veselov-Novikov equation, Dirac operator, Gauss maps, height differential, stereographic projection, soliton deformation, Moutard transformations, catenoid.

1. Preliminaries. The minimal surface (see [1]) is determined using the Weierstrass representation in three-dimensional space. The introduction to this representation is proposed in the following lemma:

Lemma 1. If $\varphi: D \rightarrow \mathbb{C}^3$ - is a vector function that satisfies the following conditions:

1. φ - is holomorphic function;
- 2.

$$\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2 = 0, \quad (1)$$

then there exists a minimal surface $r: D \rightarrow \mathbb{R}^3$ for isothermal coordinates

$$\varphi = \frac{\partial r}{\partial z} = (u_z^1, u_z^2, u_z^3).$$

The problem of constructing minimal surfaces is to find functions $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ that satisfy equation (1). And the general solution of equation (1) is represented through some holomorphic functions $\psi_1, \bar{\psi}_2$ in the following form:

$$\varphi_1 = \frac{i}{2}(\psi_1^2 + \bar{\psi}_2^2), \varphi_2 = \frac{1}{2}(\bar{\psi}_2^2 - \psi_1^2), \varphi_3 = \psi_1 \bar{\psi}_2. \quad (2)$$

Now it could be found all the components u^1, u^2, u^3 of minimal surfaces by the Weierstrass representations [2]. For example, catenoid $\psi: \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^3$ constructed by the following Weierstrass representations:

$$\begin{aligned}u^1(x, y) &= -chx\sin y, \\u^2(x, y) &= chx\cos y, \\u^3(x, y) &= x.\end{aligned}\tag{3}$$

Gauss map is written in terms of $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$, as well as the solution of the following Dirac equation [2]:

$$\mathcal{D}\psi = 0, \tag{4}$$

where ψ - are called *spinors*. And

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} U & \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{\partial}{\partial \bar{z}} & U \end{pmatrix}$$

-Dirac operator with real-valued potential U .

Likewise the solution of the Dirac equation in terms of spinors

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

coincides with the representations of minimal surface with conservation of isothermal coordinates. Because of this notation catenoid could be given by $\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{z}{2}}, \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{z}{2}}$.

The equation represented through the Dirac operator is included in the Manakov's L, A, B triple [3], which is equivalent (will be discussed below) to the modified Veselov-Novikov equation (mVN) [4]. The potential of the Dirac operator is the potential of representing a minimal surface. New solutions of the mVN equation are constructed using the pre-known potentials of the Dirac operator and this algorithm is said to be Moutard transformations [5]. These transformations could be illustrated in the following form:

$$\mathcal{D}\psi = 0 \rightarrow \tilde{\mathcal{D}}\tilde{\psi} = 0$$

where $\tilde{\mathcal{D}} = \begin{pmatrix} \tilde{U} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{\partial}{\partial \bar{z}} & \tilde{U} \end{pmatrix}$, \tilde{U} - real-valued function ($z = x + iy$).

To phrase problem statement firstly, we consider the geometric meaning of these transformations (which found in [6],[7]) and definition of the inversion of the minimal surface; further the inverted surfaces could be represented after finding the exact solutions of the mVN equation. And these representations of the new potential determine the soliton deformation of inverted surfaces [8],[9].

Our problem is to analyze the soliton deformation of inverted catenoid by the following items:

1. Gauss maps, height differential;
2. Weierstrass representations;

Differential of the third coordinate is -

$$du^3 = \text{Re}(dh), \tag{5}$$

where dh – is called *height differential* [11].

To understand the geometry of minimal surfaces, we consider the complex-analytic properties of the Gauss map G and dh .

The Gauss map [2] is determined by the formula $G(z) = \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{1}{2}(r_u - ir_v)$ and by (2), (5) we obtain

$$G(z) = \left(\frac{i}{2}(\psi_1^2 + \bar{\psi}_2^2), \frac{1}{2}(\bar{\psi}_2^2 - \psi_1^2), \psi_1\bar{\psi}_2 \right), \tag{6}$$

$$dh = \frac{\partial}{\partial z}(\psi_1\bar{\psi}_2)dz + \frac{\partial}{\partial \bar{z}}(\psi_1\bar{\psi}_2)d\bar{z}. \tag{7}$$

Surfaces $\tilde{\Psi}$ constructed by $\psi_1(z, \bar{z}, t), \psi_2(z, \bar{z}, t)$ (will be found below) using Weierstrass representations determine the soliton deformation of the surface Ψ [8],[9].

It is known in [3],[4] that *modified Veselov-Novikov equations* (mVN) -

$$U_t = \left(U_{zzz} + 3U_z V + \frac{3}{2} UV_z \right) + \left(U_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}} + 3U_{\bar{z}} \bar{V} + \frac{3}{2} U \bar{V}_{\bar{z}} \right), \quad (8)$$

$$V_{\bar{z}} = (U^2)_z, \quad (9)$$

are represented by Manakov's $L, \mathcal{A}, \mathcal{B}$ triple:

$$\mathcal{D}_t + [\mathcal{D}, \mathcal{A}] - \mathcal{B}\mathcal{D} = 0$$

where \mathcal{D} – Dirac operator and \mathcal{A}, \mathcal{B} – are special differential operators represented by the following forms ([5],[6]):

$$\mathcal{A} = \frac{\partial^3}{\partial z^3} + \frac{\partial^3}{\partial \bar{z}^3} + 3 \begin{pmatrix} V & 0 \\ U_z & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} + 3 \begin{pmatrix} 0 & -U_{\bar{z}} \\ 0 & \bar{V} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \frac{3}{2} \begin{pmatrix} V_z & 2U\bar{V} \\ -2UV & \bar{V}_{\bar{z}} \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{B} = 3 \begin{pmatrix} -V & 0 \\ -2U_z & V \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} + 3 \begin{pmatrix} \bar{V} & 2U_{\bar{z}} \\ 0 & -\bar{V} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \bar{V}_{\bar{z}} - V_z & 2U_{z\bar{z}} \\ -2U_{zz} & V_z - \bar{V}_{\bar{z}} \end{pmatrix}.$$

Usually Manakov's L, A, B triple was written in [5],[7] by

$$L_t + [L, A] - BL = 0,$$

in terms of operator

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} & -U \\ U & \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \end{pmatrix},$$

and Dirac operator given above $\mathcal{D} = L \cdot \Gamma$, where $\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

So operators \mathcal{A}, \mathcal{B} obtained by the following formulas [3], [7]:

$$\mathcal{A} = -\Gamma A \Gamma, \mathcal{B} = \Gamma A \Gamma + A + B.$$

If U, V depend on variables x, y , then mVN equations (8),(9) can be rewritten in the following form:

$$U_t = U_{xxx} - 3U_x U_{yy} + \frac{3}{2} U_x (V + \bar{V}) + \frac{3}{4} U (V_x + \bar{V}_x) + \frac{3i}{2} U_y (\bar{V} - V) + \frac{3i}{4} U (\bar{V}_y - V_y), \quad (10)$$

$$V_x - (U^2)_x = -i(V_y + (U^2)_y). \quad (11)$$

Let U, V pre-known solutions of mVN equations (8),(9) and $\Psi_0 = \begin{pmatrix} \psi_1 & -\bar{\psi}_2 \\ \psi_2 & \bar{\psi}_1 \end{pmatrix}$ satisfy the following

system:

$$\begin{cases} \mathcal{D}\Psi_0 = 0, \\ \Psi_{0t} = \mathcal{A}\Psi_0. \end{cases}$$

Last system lead to the system of linear equations is the following Airy type equations (G.Airy) for pre-known $U = V = 0$ solutions:

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial z^3}, \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = \frac{\partial^3 \psi_2}{\partial \bar{z}^3}, \quad (12)$$

with initial data

$$\psi_1(z, \bar{z}, 0) = \frac{e^{-\frac{z}{2}}}{\sqrt{2}}, \psi_2(z, \bar{z}, 0) = \frac{e^{\frac{\bar{z}}{2}}}{\sqrt{2}}. \quad (13)$$

By the successive approximation methods [14], the following solutions of problem (12), (13) are found:

$$\psi_1(z, \bar{z}, t) = \frac{e^{\frac{z}{2} \frac{t}{8}}}{\sqrt{2}}, \psi_2(z, \bar{z}, t) = \frac{e^{\frac{\bar{z}}{2} \frac{t}{8}}}{\sqrt{2}}.$$

which also satisfy the Dirac equations ($U = V = 0$):

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial \bar{\psi}_2}{\partial z} = 0.$$

Inversion for minimal surfaces is obtained by new surface $\tilde{\psi}$ constructed by $\psi_1(z, \bar{z}, t), \psi_2(z, \bar{z}, t)$ with conservation of isothermal coordinates, and in order to analyze the deformation of this surface, will be found the solution of the Dirac equation by the Moutard transformations [5].

These transformations are also called the Darboux transformations for finding solutions of the following modified Veselov-Novikov equation (mVN):

$$\tilde{U}_t = \left(\tilde{U}_{zzz} + 3\tilde{U}_z \tilde{V} + \frac{3}{2} \tilde{U} \tilde{V}_z \right) + \left(\tilde{U}_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}} + 3\tilde{U}_{\bar{z}} \bar{\tilde{V}} + \frac{3}{2} \tilde{U} \bar{\tilde{V}}_{\bar{z}} \right), \tag{14}$$

where

$$\tilde{V}_{\bar{z}} = (\tilde{U}^2)_z. \tag{15}$$

Note that solutions of mVN equations will be found in variables x, y , therefore

$$\tilde{U}_t = \tilde{U}_{xxx} - 3\tilde{U}_x \tilde{U}_{yy} + \frac{3}{2} \tilde{U}_x (\tilde{V} + \bar{\tilde{V}}) + \frac{3}{4} \tilde{U} (\tilde{V}_x + \bar{\tilde{V}}_x) + \frac{3i}{2} \tilde{U}_y (\bar{\tilde{V}} - \tilde{V}) + \frac{3i}{4} \tilde{U} (\bar{\tilde{V}}_y - \tilde{V}_y), \tag{16}$$

$$\tilde{V}_x - (\tilde{U}^2)_x = -i(\tilde{V}_y + (\tilde{U}^2)_y). \tag{17}$$

Now, in accordance with $\psi \rightarrow \tilde{\psi}$ following surfaces are constructed by $S \rightarrow S_t$ [6]:

$$S(x, y) = \begin{pmatrix} ix & -ie^{iy} chx \\ -ie^{-iy} chx & -ix \end{pmatrix}, \tag{18}$$

where the initial points on $u_0^1 = u_0^3 = 0, u_0^2 = 1$,

$$S_t(x, y, t) = \begin{pmatrix} iu^3 & -u^1 - iu^2 \\ u^1 - iu^2 & -iu^3 \end{pmatrix} - i \int_0^t \begin{pmatrix} l & \bar{k} \\ k & -l \end{pmatrix} d\tau, \tag{19}$$

where

$$k(z, \bar{z}, t) = \psi_{1,z}^2 - \psi_{2,\bar{z}}^2 - 2(\psi_1 \psi_{1,zz} - \psi_2 \psi_{2,\bar{z}\bar{z}}),$$

$$l(z, \bar{z}, t) = \psi_{1,z} \bar{\psi}_{2,z} + \bar{\psi}_{1,\bar{z}} \psi_{2,\bar{z}} - \psi_{1,zz} \bar{\psi}_2 - \psi_1 \bar{\psi}_{2,\bar{z}\bar{z}} - \bar{\psi}_{1,\bar{z}\bar{z}} \psi_2 - \bar{\psi}_1 \psi_{2,\bar{z}\bar{z}},$$

will give some deformation of surface S .

For the inverted catenoid S_t corresponds one of nontrivial solutions \tilde{U} of the mVN equations (16), (17).

2. Inverted catenoid. If the surface $\psi: \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^3$ is minimal (for example, catenoid), then its inversion $\tilde{\psi} = T \cdot \psi$. Accordingly, the inversion of surface S (which passes through points $u_0 = (0,1,0)$ with zero potential) is the following mapping:

$$S^{-1}: x \rightarrow -\frac{x}{|x|^2}$$

which transfer the catenoid to the surface S_t at some time $t = const$ at a point $x = 0, y = 0$ with potential \tilde{U} .

In the following examples, for given minimal surfaces, their inversions are constructed by the Weierstrass representations (for surfaces $\tilde{\psi}$), the Gauss map (6), and the height differential (7).

Example 1. (Enneper surface) $\psi_1 = z, \psi_2 = 1,$

$$\tilde{\psi} = \begin{pmatrix} z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

By Weierstrass representations, we find the following components of this surface:

$$u^1(z, \bar{z}) = \int_{(0,0)}^{(z,\bar{z})} (z^2 + 1)dz - (\bar{z}^2 + 1)d\bar{z} = \frac{y^3}{3} - x^2y - y,$$

$$u^2(z, \bar{z}) = \int_{(0,0)}^{(z,\bar{z})} (1 - z^2)dz + (1 - \bar{z}^2)d\bar{z} - C = x - \frac{x^3}{3} + xy^2 - C,$$

$$u^3(z, \bar{z}) = \int_{(0,0)}^{(z,\bar{z})} zdz + \bar{z}d\bar{z} = x^2 - y^2,$$

here linear integrals do not depend on the integration path in the domain $D, C > 0$ -some constant.

Gauss map

$$G(z) = (z^2 + 1, 1 - z^2, z)$$

depends on the choice of the initial point of the surface.

Stereographic projection is the mapping of a single sphere into a complex plane. In this example, the line that intersects the pole of the unit sphere and any other point of this sphere will be parallel to the complex plane, since the inverted Enneper surface $\tilde{\psi}$ translates the point $x = y = 0, t = C$ to ∞ . In [6] were found blowing-up solutions of the mVN equation by rigid translation of the second coordinate axis of the initial Enneper surface ψ . Obviously, $dh = dz$ means there is no surface rotation.

Example 2.(catenoid) $\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{z}{2}}, \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{\bar{z}}{2}}.$

$$u^1(z, \bar{z}) = \frac{i}{2} \int_{(0,0)}^{(z,\bar{z})} \left(\frac{e^z - e^{-z}}{2} dz - \frac{e^{\bar{z}} - e^{-\bar{z}}}{2} d\bar{z} \right) = -chx \sin y,$$

$$u^2(z, \bar{z}) = \frac{1}{2} \int_{(0,0)}^{(z,\bar{z})} \left(\frac{e^z + e^{-z}}{2} dz + \frac{e^{\bar{z}} + e^{-\bar{z}}}{2} d\bar{z} \right) = chx \cos y,$$

$$u^3(z, \bar{z}) = \int_{(0,0)}^{(z,\bar{z})} \left(\frac{1}{2} dz + \frac{1}{2} d\bar{z} \right) = x.$$

Inverted catenoid as solutions of equations (12)

$$\tilde{\psi}: \tilde{\psi}_1(z, \bar{z}, t) = \frac{e^{-\frac{z}{2} - \frac{t}{8}}}{\sqrt{2}}, \tilde{\psi}_2(z, \bar{z}, t) = \frac{e^{\frac{\bar{z}}{2} - \frac{t}{8}}}{\sqrt{2}}$$

also determined by Weierstrass representations

$$u^1(z, \bar{z}, t) = -ch \left(x + \frac{t}{4} \right) \cdot \sin y,$$

$$u^2(z, \bar{z}, t) = ch \left(x + \frac{t}{4} \right) \cdot \cos y - ch \frac{t}{4} + 1,$$

$$u^3(z, \bar{z}, t) = x.$$

Gauss map

$$G(z) = \left(sh z, ch z, \frac{1}{2} \right),$$

depends on the choice of the initial point of the surface, and

$$dh = 0.$$

The stereographic projection maps each point of the unit sphere to the all point of the complex plane. It means that solutions of the mVN equation $\tilde{U}(x, y, t)$ are determined for all constants $t = const$, by smooth translation of the initial catenoid ψ along the second coordinate axis $u^2 = u^2 \pm t$.

3. Soliton deformation of inverted catenoid. By substituting in (19), deformation part of surface S is found by the following time dynamics:

$$k = \frac{1}{4} e^{-iy} sh \left(x + \frac{t}{4} \right), l = -\frac{3}{4}.$$

Surface

$$S_t = \begin{pmatrix} i(x + \frac{3t}{4}) & -ie^{iy}ch(x + \frac{t}{4}) \\ -ie^{-iy}ch(x + \frac{t}{4}) & -i(x + \frac{3t}{4}) \end{pmatrix}$$

is constructed by is constructed by S at some time $t = const$:

$$\begin{aligned} u^1(x, y) &= -ch(x + \frac{const}{4})siny, \\ u^2(x, y) &= ch(x + \frac{const}{4})cosy, \\ u^3(x, y) &= x + \frac{const}{4}, \end{aligned} \tag{20}$$

with initial point $u_0^1 = 0, u_0^2 = ch \frac{const}{4}, u_0^3 = \frac{const}{4}$

Soliton deformation at the surface $S(x, y) = \begin{pmatrix} iu^3 & -u^1 - iu^2 \\ u^1 - iu^2 & -iu^3 \end{pmatrix}$, is determined by formulas (19).

In [6], it was shown that the following surface:

$$S_t(x, y, t) = S(x, y) - i \int_0^t \begin{pmatrix} l & \bar{k} \\ k & -l \end{pmatrix} d\tau$$

will give soliton deformation of the surface S by the Moutard transformations [5],[6].

We present the algorithm of Moutard transformations for surface S_t , obtained in [5],[6].

By this algorithm, we find W, A, B, C by introducing (see [6]) the following notation:

$$K(\Psi_0) = \begin{pmatrix} iW & A \\ -\bar{A} & -iW \end{pmatrix}, M(\Psi_0) = \begin{pmatrix} B & C \\ -\bar{C} & \bar{B} \end{pmatrix}.$$

$$\tilde{U} = W, \tag{21}$$

$$\tilde{V} = A^2 + 2(A\bar{B} - i\bar{C}W). \tag{22}$$

$$W = \frac{(const + 1)cosy + (x + \frac{3t}{4})sh(x + \frac{t}{4}) - ch(x + \frac{t}{4})}{(const + 1)^2 - 2(const + 1)cosy \cdot ch(x + \frac{t}{4}) + (x + \frac{3t}{4})^2 + ch^2(x + \frac{t}{4})},$$

$$A = i \cdot \frac{(const + 1) \cdot (cosy \cdot sh(x + \frac{t}{4}) + isiny \cdot ch(x + \frac{t}{4})) - sh(x + \frac{t}{4})ch(x + \frac{t}{4}) - x - \frac{3t}{4}}{(const + 1)^2 - 2(const + 1)cosy \cdot ch(x + \frac{t}{4}) + (x + \frac{3t}{4})^2 + ch^2(x + \frac{t}{4})},$$

$$B = -\frac{i}{2} \cdot th(x + \frac{t}{4}), C = \frac{i}{2 \cdot ch(x + \frac{t}{4})}.$$

Then, by formulas (21), (22), we finally obtain solutions of the mVN equations (16, 17) for the inverted catenoid $u^2 \rightarrow u^2 - const$

$$\begin{aligned} \tilde{U}(z, \bar{z}, t) &= \\ &= \frac{(const + 1)(\frac{z-\bar{z}}{2}) + (\frac{z+\bar{z}}{2} + \frac{3t}{4})sh(\frac{z+\bar{z}}{2} + \frac{t}{4}) - ch(\frac{z+\bar{z}}{2} + \frac{t}{4})}{(const + 1)^2 - 2(const + 1)(\frac{z+\bar{z}}{2} + \frac{t}{4}) \cdot ch(\frac{z-\bar{z}}{2}) + (\frac{z+\bar{z}}{2} + \frac{3t}{4})^2 + ch^2(\frac{z+\bar{z}}{2} + \frac{t}{4})} \end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x, y, t) &= \\ &= \frac{(\text{const} + 1)\text{cosy} + (x + \frac{3t}{4})\text{sh}(x + \frac{t}{4}) - \text{ch}(x + \frac{t}{4})}{(\text{const} + 1)^2 - 2(\text{const} + 1)\text{cosy} \cdot \text{ch}(x + \frac{t}{4}) + (x + \frac{3t}{4})^2 + \text{ch}^2(x + \frac{t}{4})}, \quad (23) \\ \tilde{V}(x, y, t) &= \frac{\text{th}^2(x + \frac{t}{4})}{4} - \\ &- \left(\frac{\text{th}(x + \frac{t}{4})}{2} \right. \\ &+ \left. + \frac{(\text{const} + 1)(\text{cosysh}(x + \frac{t}{4}) + \text{isinych}(x + \frac{t}{4})) - \text{sh}(x + \frac{t}{4})\text{ch}(x + \frac{t}{4}) - x - \frac{3t}{4}}{(\text{const} + 1)^2 - 2(\text{const} + 1)\text{cosych}(x + \frac{t}{4}) + (x + \frac{3t}{4})^2 + \text{ch}^2(x + \frac{t}{4})} \right)^2 - \\ &- \frac{\tilde{U}}{\text{ch}(x + \frac{t}{4})}. \quad (24) \end{aligned}$$

In particular, with condition $x = y = 0, t = 0$ new potential $\tilde{U} = 0$. So we obtain

$$\tilde{U}(0, 0, t) = \begin{cases} \frac{1}{\text{const}}, & \text{if } t > 0, u^2 \rightarrow u^2 - t, \\ 0, & \text{if } t = 0, u^2 \rightarrow u^2, \\ -\frac{1}{\text{const}}, & \text{if } t < 0, u^2 \rightarrow u^2 + t. \end{cases}$$

Therefore, deformation of the catenoid generates a smooth function $\frac{1}{\text{const}} \text{sgn } t$ at all points t except the zero of potential \tilde{U} at the point $x = y = 0$.

It is known that the derivative of the signum is equal to the Dirac delta function.

4. Main result.

Theorem.

1. The soliton deformation is determined by the smooth translation of the catenoid ψ along the second coordinate axis $u^2 = u^2 + 1$, and exact solution $\tilde{U}_1(x, t)$ of following modified Karteweg-de Vries equation (mKdV) [15]: $\tilde{U}_{1t} = \frac{1}{4}\tilde{U}_{1xxx} + 6\tilde{U}_{1x}\tilde{U}_1^2$, is found

$$\tilde{U}_1(x, t) = \frac{(x + \frac{3t}{4})\text{sh}(x + \frac{t}{4}) - \text{ch}(x + \frac{t}{4})}{(x + \frac{3t}{4})^2 + \text{ch}^2(x + \frac{t}{4})}. \quad (25)$$

2. Inverted catenoid generates a smooth function $\frac{1}{\text{const}} \text{sgn } t$ at all points t except the zero of potential \tilde{U} at the point $x = y = 0$ and

$$\frac{d}{dt} \tilde{U}(0, 0, t) = \frac{1}{\text{const}} \delta(t)$$

where $\delta(t)$ is the Dirac delta function, $\text{const} \neq 0$ - nonzero constant.

The smooth translation of the catenoid ψ is also determined along the second coordinate axis $u^2 = u^2 \pm \text{const}$ until $\text{const} \neq 0$ and $\tilde{U}(x, y, t), \tilde{V}(x, y, t)$ satisfy the mVN equations represented by (23), (24).

Proof. mKdV solution $\tilde{U}_1(x, t)$ is obtained by simple substituting $\text{const} = -1$ in potential (23). Therefore potential \tilde{U}_1 depends on variable x . By substituting $\text{const} = -1$ in potential (24), we obtain

$\tilde{V}_1(x, t)$, which satisfy $\tilde{V}_1 = \tilde{U}_1^2$. This implies the well-known fact that mVN equations can be reduced to mKdV equation. Note that potential representation of inverted catenoid satisfies mVN equations by Moutard transformations and inverted catenoid satisfies Airy type equations. Analogically potential representation (25) of mKdV surface satisfy mKdV equation by condition $const = -1$ and catenoid is intended to initial data (11). Second part of theorem is clearly.

The obtained results can also be applied in the physical sciences by considered as [12], [13], [16], [17].

Acknowledgments. This work was supported by the Ministry of Education and Science of Kazakhstan under grants AP08856912.

Д. Құрманбаев^{1,2}, Қ. Есмаханова³

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан;

²Сүлеймен Демирел атындағы Университет, Қаскелең, Қазақстан;

³Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан;

ИНВЕРСИЯЛАНҒАН КАТЕНОИД ҮШІН СОЛИТОНДЫҚ ДЕФОРМАЦИЯ

Аннотация. Минималды бет ([1] қараңыз) үш өлшемді кеңістікте Вейерштрасс көрінісі арқылы анықталады. Спинор терминінде Дирак теңдеуінің ([2] жұмысындағы) шешімі изотермалды координаталары сақталған осы минималды бет арқылы ұсынылады. Манаковтың L, A, B үштігіне енетін Дирак операторы ([3] енгізілген) арқылы жазылатын теңдеу модификацияланған Веселов-Новиковтың теңдеуіне (мВН) ([4] қараңыз) эквивалентті болады. Дирак операторының U потенциалы минималды бетті ұсынатын потенциал болып табылады. Дирак операторының белгілі потенциалдары арқылы мВН теңдеуінің жаңа шешімдері құрастырылатын алгоритм Мутар түрлендіруі ([5]) деп аталады. Біріншіден, осы түрлендірудің [6], [7] жұмыстарында табылған геометриялық мағынасы минималды беттің инверсиясына анықтама береді, ары қарай мВН теңдеуінің нақты шешімдерін табу арқылы инверсияланған беттерді сипаттай аламыз. Бұл жаңа потенциалдардың сипаттамасы [8], [9] жұмыстарында енгізілген солитонды деформацияны анықтайды. 2014 жылы бастапқы Эннепер бетін қатаң жылжыту арқылы мВН теңдеуінің бұзушы шешімдері [6] жұмысында табылған. Ары қарай екінші ретті Эннепер беті үшін [10] жұмысында нәтижелер алынған. Енді екінші координаталық осьтің бойымен тегіс жылжыту арқылы инверсияланған катеноид үшін солитондық деформация алынады.

Бұл жұмыста катеноидтың инверсиясын анықтау үшін Гаусс бейнелеуі, биік дифференциал ([11] қараңыз) деген голоморфты объектілерді табу ұсынылады; сонымен қатар, инверсияланған катеноидтың солитонды деформациясы алынды; модификацияланған Картевег-де-Вриз теңдеуінің (КдВ) дербес шешімі табылды, ал бұл өз кезегінде КдВ беттері туралы сипаттама береді ([12], [13]).

Түйін сөздер: Модификацияланған Веселов-Новиков теңдеуі, Дирак операторы, Гаусс бейнелеуі, биік дифференциал, стереографикалық проекция, солитондық деформация, Мутар түрлендіруі, катеноид.

Д. Курманбаев^{1,2}, К. Есмаханова³

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

²Университет им. Сулеймана Демиреля, Каскелең, Казахстан;

³Евразийский Национальный Университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

СОЛИТОННАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ИНВЕРСИРОВАННОГО КАТЕНОИДА

Аннотация. Минимальная поверхность (см.[1]) определяется с помощью представления Вейерштрасса в трехмерном пространстве. Решение уравнения Дирака [2] в терминах спиноров совпадает с представлениями этой поверхности с сохранением изотермических координат. Уравнение, представляемое через оператора Дирака, который входит в L, A, B тройку Манакова (см.[3]), равносильно модифицированному уравнению Веселова-Новикова (мВН) (см.[4]). Потенциал U оператора Дирака является потенциалом представления минимальной поверхности. Новые решения уравнения мВН строятся с помощью известных потенциалов оператора Дирака, и этот алгоритм называется преобразованием Мутара [5]. Геометрический смысл этого преобразования, найденный в работах [6], [7], во-первых, дает нам определение инверсии минимальной поверхности, далее, с нахождением точных решений уравнения мВН, мы можем представить инверсированные поверхности. А эти представления нового потенциала определяют солитонную деформа-

цию, введенную в работах [8] и [9]. В 2014 году были найдены разрушающие решения уравнения мВН с помощью жесткой трансляцией изначальной поверхности Эннепера в работе [6]. Дальнейшие результаты найдены в работе [10] при поверхности Эннепера второго порядка. Теперь находится солитонная деформация при инверсированного катеноида с помощью гладкой трансляцией второй координатной оси.

В данной работе для определения инверсий катеноида предлагается найти голоморфные объекты как отображения Гаусса и высокого дифференциала (см. [11]); также в работе получена солитонная деформация инверсированного катеноида; найдено частное решение модифицированного уравнения Картевега-де-Вриза (КдВ), что дает нам представление о КдВ-поверхностях (см.[12],[13]).

Ключевые слова: модифицированное уравнение Веселова-Новикова, оператор Дирака, отображение Гаусса, высокий дифференциал, стереографическая проекция, солитонная деформация, преобразование Мутара, катеноид.

Information about authors:

Kurmanbayev Damir Muratbekovich, PhD student at the Department of Fundamental Mathematics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; senior-lecturer of the Department of Mathematics and Natural Science, Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan, kurmanbaev.damir@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-4824-8737>;

Yesmakhanova Kuralay Ratbaevna, Associate Professor of the Department of Mathematical and Computer Modeling, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan, kryesmakhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4305-5939>

REFERENCES

- [1] Taimanov I.A. (2008). Lectures on Differential Geometry. European Mathematical Society, 211 pages.
- [2] Taimanov I.A.(2006). Two-dimensional Dirac operator and the theory of surfaces. Russian Math. Surveys 61, no. 1, 79-159.
- [3] Manakov S.V. (1976). The method of the inverse scattering problem and two dimensional evolution equations. Uspekhi Mat. Nauk, Vol.31, 245-246.
- [4] Bogdanov L.V. (1987). Veselov-Novikov equation as a natural two-dimensional generalization of the Korteweg-de Vries equation. Theor. Math. Phys. 70.
- [5] Yu Delong, Liu Q.P., Wang Shikun. (2001). Darboux transformation for the modified Veselov Novikov equation. J. of Physics A35, 2001, 3779-3785.
- [6] Taimanov I.A. (2015). Blowing up solutions of the modified Novikov-Veselov equation and minimal surfaces. Theoret. and Math. Phys., 182:2, 173-181.
- [7] Taimanov I.A. (2015). The Moutard Transformation of Two-Dimensional Dirac Operators and Moëbius Geometry. Math. Notes, 97:1, 124-135.
- [8] Konopelchenko B.G. (1996) Induced surfaces and their integrable dynamics. Stud. Appl. Math., 96:1, 9-51.
- [9] Taimanov I.A. (1997) Modified Novikov-Veselov equation and differential geometry of surfaces. Amer. Math. Soc. Transl., Ser. 2, V. 179, pp. 133-151.
- [10] Kurmanbayev D. (2018) Construction blowing up solutions of modified Novikov-Veselov equation by second order Enneper surface. Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science, [S.I.], v. 84, n. 1, p. 77-85.
- [11] Weber M. (2001). Classical Minimal Surfaces in Euclidean Space by Examples. Claynotes.
- [12] Perel'man T. L., Fridman A.Kh., and EI'yashevich M. M. (1974). A modified Korteweg-de Vries equation in electrohydrodynamics. Zh. Eksp. Teor. Fiz. Vol. 39, No.4, 1316-1323.
- [13] Castro-Villarreal P., Guven J. (2007) Inverted catenoid as a fluid membrane with two points pulled together. Physical Review E 76, 011922.
- [14] Kurmanbayev D. (2020). Exact Solution of Modified Veselov-Novikov Equation and Some Applications in the Game Theory. International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, ID 9740638, Vol.2020, 1-7.
- [15] Kaya D. (2009). Korteweg-de Vries Equation (KdV) and Modified Korteweg-de Vries Equations (mKdV), Semi-analytical Methods for Solving the. Encyclopedia of Complexity and Systems Science. 5143-5161. doi:10.1007/978-0-387-30440-3, 305.
- [16] Sym A. (1985). Soliton Surfaces and Their Applications. Lecture Notes in Physics. Vol. 239, p.154, Springer, Berlin.
- [17] Yesmakhanova K., Bekova G., Myrzakulov R. (2017). Darboux transformation and soliton solution for the (2+1)-dimensional complex modified Korteweg-de Vries equations. Journal of Physics: Conference Series, 6th International Conference on Mathematical Modelling in Physical Sciences (IC-MSQUARE 2017), Paphos, Cyprus.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
 PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 33 – 38

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.18>

UDC514.83, 514.84, 51-71, 51-73

MRNTI27.31.21, 27.35.00, 27.33.17

Zh. R. Myrzakulova¹, K. R. Yesmakhanova¹, Zh. S. Zhubayeva²

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan;

²Ratbay Myrzakulov Eurasian International Centre for Theoretical Physics, Nur-Sultan, Kazakhstan.

E-mail: zhrmyrzakulova@gmail.com

EQUIVALENCE OF THE HUNTER-SAXTON EQUATION AND THE GENERALIZED HEISENBERG FERROMAGNET EQUATION

Abstract. Integrable systems play an important role in modern mathematics, theoretical and mathematical physics. The display of integrable equations with exact solutions and some special solutions can provide important guarantees for the analysis of its various properties. The Hunter-Saxton equation belongs to the family of integrable systems. The extensive and interesting mathematical theory, underlying the Hunter-Saxton equation, creates active mathematical and physical research. The Hunter-Saxton equation (HSE) is a high-frequency limit of the famous Camassa-Holm equation. The physical interpretation of HSE is the propagation of weakly nonlinear orientation waves in a massive nematic liquid crystal director field.

In this paper, we propose a matrix form of the Lax representation for HSE in $su(n+1)/s(u(1) \oplus u(n))$ -symmetric space for the case $n = 2$. Lax pairs, introduced in 1968 by Peter Lax, are a tool for finding conserved quantities of integrable evolutionary differential equations. The Lax representation expands the possibilities of the equation we are considering. For example, in this paper, we will use the matrix Lax representation for the HSE to establish the gauge equivalence of this equation with the generalized Heisenberg ferromagnet equation (GHFE). The famous Heisenberg Ferromagnet Equation (HFE) is one of the classical equations integrable through the inverse scattering transform. In this paper, we will consider its generalization. And also the connection between the decisions of the HSE and the GHFE will be presented.

Key words: integrable systems, the Hunter-Saxton equation, generalized Heisenberg ferromagnet equation, the Lax representation, gauge equivalence.

Introduction. The equation describing an asymptotic model of liquid crystals was introduced by J.K. Hunter and R. Saxton [1] in the form

$$(u_t + uu_x)_x = \frac{1}{2} u_x^2, \quad (1)$$

$$m_t + um_x + 2u_x m = 0, \quad (2)$$

$$m = -u_{xx}, \quad (3)$$

where $u = u(x, t)$ and $m = m(x, t)$ - real functions.

J.K. Hunter and Y. Zheng Hunter and Zheng introduced the Hamiltonian structure of the HSE, and they also proved the complete integrability of this equation [2]. Further, in work [3], was presented solutions to the inverse scattering problem for HSE. In later works [4-8], analytical and geometric interpretations were reduced to the equation (1).

Lax Representation of the Hunter-Saxton Equation

As mentioned above, the HSE (2), (3) is integrable using the inverse scattering method and has a pseudo-differential formulation of a Lax representation [9] in the form

$$\Phi_{xx} = \lambda m \Phi, \quad (4)$$

$$\Phi_t = \left(\frac{1}{2\lambda} - u \right) \Phi_x + \frac{1}{2} u_x \Phi, \quad (5)$$

where $\Phi(x, t) = \Phi(\Phi_1, \Phi_2)^T$ - eigenfunction and, accordingly, λ - eigenvalues.

To establish the gauge equivalence between HSE and GFHE (spin system), we need the Lax matrix representation. Since the coefficients of linear systems corresponding to the spin equations are related to the symmetric matrix Lax representations [10].

Definition 1. (Lax Equations). Let $\Phi(x, t, \lambda)$ be $SU(2)$ valued function such that $(x, t) \in O \subset \mathbb{R}^2$ and $\lambda \in C$ is spectral parameter. Lax equations are defined as

$$\Phi_x = U\Phi, \quad \Phi_t = V\Phi, \quad (6)$$

where $U(x, t, \lambda)$ and $V(x, t, \lambda)$ are $su(2)$ valued functions and they satisfy the following equation

$$U_t - V_x + [U, V] = 0. \quad (7)$$

Equation (7) is the compatibility condition of the (6). The matrices U and V are known as Lax pairs.

Proposition 1.1 The Lax representation for the HSE (2), (3) in symmetric space $su(n+1)/s(u(1) \oplus u(n))$ at $n = 2$ is given in the form

$$\Phi_x = U_2\Phi, \quad (8)$$

$$\Phi_t = V_2\Phi, \quad (9)$$

where

$$U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \lambda m & 0 \end{pmatrix}, \quad V_2 = \begin{pmatrix} \frac{u_x}{2} & \frac{1}{2\lambda} - u \\ \frac{u_{xx}}{2} + \left(\frac{1}{2\lambda} - u\right)\lambda m & -\frac{u_x}{2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Proof. From the compatibility condition for system (4), (5) matrices $U_2(x, t, \lambda)$ and $V_2(x, t, \lambda)$ satisfy the zero curvature condition

$$U_{2t} - V_{2x} + [U_2, V_2] = 0. \quad (11)$$

Let us calculate the necessary components of the equation (11)

$$U_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \lambda m_t & 0 \end{pmatrix}, \quad V_x = \begin{pmatrix} \frac{u_{xx}}{2} & -u_x \\ \frac{1}{2}(u_{xxx} + m_x) - \lambda(u_x m + u m_x) & -\frac{u_{xx}}{2} \end{pmatrix},$$

$$[U, V] = \begin{pmatrix} \frac{u_{xx}}{2} & -u_x \\ \lambda m u_x & -\frac{u_{xx}}{2} \end{pmatrix},$$

and substitute it into the zero curvature condition. Equating the corresponding elements of the second rows and first columns of the matrices in the equations (11), we obtain

$$\lambda m_t - \frac{u_{xxx}}{2} - \left[\left(\frac{1}{2\lambda} - u \right) \lambda m \right]_x + \lambda m u_x = 0. \quad (12)$$

The rest of the elements will be identically equal to zero. Collecting the terms of the equation (12) by degree λ , we get the HSE (2), (3)

$$\lambda^0: \quad -\frac{1}{2}(u_{xxx} + m_x) = 0,$$

$$m_x = -u_{xxx},$$

$$m = -u_{xx},$$

$$\lambda^1: \quad m_t + u_x m + u m_x + m u_x = 0,$$

$$m_t + 2m u_x + u m_x = 0.$$

Thereby the proposition 1 is proved.

A Generalized Heisenberg Ferromagnet Equation

In this subsection, we present one of the integrable generalized Heisenberg ferromagnet equations, which has the form

$$[A, A_{xt} + (u A_x)_x] = 0, \quad (13)$$

where $A = (A_1, A_2, A_3)$ is the spin vector and $A^2 = I$.

Here the real function u is expressed in terms of the spin matrix A as follows:

$$u = \frac{1}{8\beta^2} \partial_x^{-2} (\text{tr}(A_x^2)), \quad (14)$$

where $\beta = \text{const}$ and

$$A = \begin{pmatrix} A_3 & A^- \\ A^+ & -A_3 \end{pmatrix}, \quad A^\pm = A_1 \pm iA_2. \quad (15)$$

The Lax representation corresponding to the GHFE looks as follows

$$\Psi_x = U_1 \Psi, \quad (16)$$

$$\Psi_t = V_1 \Psi, \quad (17)$$

here

$$U_1 = \frac{(\beta - \lambda)}{2} \left[A, \left(u - \frac{1}{2\beta} \right) A_x + A_t \right], \quad (18)$$

$$V_1 = \frac{(\beta - \lambda)}{2} \left(\frac{1}{2\lambda} - u \right) [A, A_t] + \frac{(\beta - \lambda)u}{2} \left(\frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{2\beta} - u \right) [A, A_x]. \quad (19)$$

Gauge equivalence HSE and GHFE

Definition 2. Two systems of nonlinear equations, integrable using the inverse scattering method, are called gauge-equivalent if the corresponding flat connections U_j, V_j , $j = 1, 2$ are defined in one bundle and are obtained from each other by a gauge transformation independent of λ , that is, if

$$U_1 = g U_2 g^{-1} + g_x g^{-1}, \quad V_1 = g V_2 g^{-1} + g_t g^{-1},$$

where $g(x, t) \in GL(n, C)$. It is clear that in this case, in the corresponding systems of linear differential equation $\Phi_1 = g \Phi_2$.

Proposition 2.2 The HSE (2), (3) with matrix Lax representation (8), (9) and the GHFE (13) with Lax representation (16), (17) are gauge equivalent to each other [10, 11].

Proof. Based on the classical theory of gauge equivalence [10], we begin the proof of the theorem with the transformation

$$\Psi = g^{-1} \Phi, \quad g = \Phi|_{\lambda=\beta}, \quad (20)$$

where Ψ is a solution to the system of the corresponding the GHFE (11), Φ - solution of system, corresponding to the HSE (2)-(3), and $g(x, t)$ - an arbitrary 2x2 matrix function that is a solution to the system (8)-(9) for $\lambda = \beta$.

The derivative of the vector function Ψ with respect to x is equal to

$$\Psi_x = (g^{-1}\Phi)_x = (\lambda - \beta)mg^{-1}\Sigma g = U_1\Psi. \quad (21)$$

Carrying out a similar calculation for the derivatives with respect to t , we obtain

$$\Psi_t = (g^{-1}\Phi)_t = (\beta - \lambda)umg^{-1}\Sigma g + \frac{(\beta - \lambda)}{2\lambda\beta}g^{-1}\Upsilon g = V_1\Psi, \quad (22)$$

where

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Upsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Let us introduce the notation

$$A = g^{-1}\sigma_3 g, \quad (23)$$

where $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ is Pauli matrix.

After some calculations, we get

$$[A, A_x] = 4\beta mg^{-1}\Sigma g + 4g^{-1}\Upsilon g, \quad (24)$$

$$[A, A_t] = \left(\frac{u_{xx}}{2\beta m} + \frac{1}{2\beta} - u \right) [A, A_x] - \frac{2u_{xx}}{\beta m} g^{-1}\Upsilon g, \quad (25)$$

$$g^{-1}\Sigma g = \frac{1}{4\beta m} [A, A_x] - \frac{1}{\beta m} g^{-1}\Upsilon g, \quad (26)$$

and

$$g^{-1}\Upsilon g = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{m}{u_{xx}} \right) [A, A_x] - \frac{\beta m}{2u_{xx}} [A, uA_x + A_t]. \quad (27)$$

Substituting (24) - (27) into (21), (22), we obtain the Lax representation for GHFE (18), (19). Now it is easy to verify that the zero curvature condition

$$U_{1t} - V_{1x} + [U_1, V_1] = 0, \quad (28)$$

with allowance for (16) and (17) is equivalent to the GHFE. Proposition 2 is proved.

Corollary. If the functions $u(x, t)$ and $m(x, t)$ are solutions of the HSE (2)-(3), then their connections with the solution A for the GHFE (13) are expressed as (14).

Conclusion. In this paper, a matrix form of the Lax representation of the HSE in symmetric space $su(n+1)/s(u(1) \oplus u(n))$ for the case $n = 2$ was proposed. The Lax representation of this type expands the possibilities of studying the equation under consideration. In particular, using the matrix form of the Lax representation for the HSE, we have established the gauge equivalence of this equation to the GHFE and presented the relationship between their solutions.

This research has been funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP 08856912).

Ж. Р. Мырзакулова¹, К. Р. Есмаханова¹, Ж. С. Жубаева²

¹ Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан;

² Еуразиялық халықаралық теориялық физика орталығы, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

ХАНТЕР-САКСТОН ТЕНДЕУІ МЕН ГЕЙЗЕНБЕРГ ФЕРРОМАГНЕТИГІНІҢ ЖАЛПЫЛАНҒАН ТЕНДЕУІНІҢ ЭКВИВАЛЕНТТІЛІГІ

Аннотация. Интегралданатын жүйелер қазіргі математикада, теориялық және математикалық физикада маңызды рөл атқарады. Нақты шешімдері бар интегралданатын тендеулер мен кейбір арнайы шешімдердің көрінісі оның әр түрлі қасиеттерін талдауда маңызды шарттарды қамтамасыз ете алады. Мұндай интегралданатын жүйелер тобына Хантер-Сакстон тендеуі жатады. Бұл тендеудің негізінде жатқан көлемді әрі қызықты математикалық теория белсенді түрде математикалық және физикалық зерттеулерге ие болып келеді. Хантер-Сакстон тендеуі (ХСТ) – бәрімізге белгілі Камасса-Холм тендеуінің жоғары жиілікті шегі. ХСТ-нің физикалық мағынасы әлсіз сызықты емес бағдарланған толқындардың сұйық кристалл директорының массивті нематикалық өрісінде таралуы болып табылады.

Бұл мақалада $su(n+1)/s(u(1) \oplus u(n))$ симметриялық кеңістігінде, $n = 2$ жағдайы үшін ХСТ -нің Лакс көрінісінің матрицалық түрін ұсынамыз. 1968 жылы Питер Лакс енгізген Лакс жұптары интегралданатын эволюциялық дифференциалдық тендеулердің сақталатын шамаларын табуға септігін тигізеді. Лакс көрінісі қарастыратын тендеудің мүмкіншіліктерін арттырады. Мысалы, берілген жұмыста біз Гейзенберг ферромагнетигінің жалпыланған тендеуімен (ГФЖТ) ХСТ-нің калибрлік эквиваленттілігін орнату үшін, ХСТ-нің матрицалық түрдегі Лакс көрінісін пайдалана-мыз. Әйгілі Гейзенбергтің ферромагнетик тендеуі (ГФТ) кері шашырау түрлендіруі арқылы интегралданатын классикалық тендеулердің бірі болып табылады. Бұл мақалада біз оның жалпылауын қарастырамыз. Сонымен қатар, ХСТ мен ГФЖТ шешімдерінің арасындағы байла-нысты көрсетеміз.

Түйін сөздер: интегралданатын жүйелер, Хантер-Сакстон тендеуі, Гейзенберг ферромагнетигінің жалпыланған тендеуі, Лакс көрінісі, калибрлік эквиваленттілік.

Ж. Р. Мырзакулова¹, К. Р. Есмаханова¹, Ж. С. Жубаева²

¹ Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан;

² Евразийский международный центр теоретической физики, Нур-Султан, Казахстан

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ УРАВНЕНИЯ ХАНТЕРА-САКСОНА И ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКА ГЕЙЗЕНБЕРГА

Аннотация. Интегрируемые системы играют важную роль в современной математике, теоретической и математической физике. Отображение интегрируемых уравнений с точными решениями и некоторых специальных решений может обеспечить важные условия для анализа его различных свойств. К семейству таких интегрируемых систем принадлежит уравнение Хантера-Саксона. Обширная и интересная математическая теория, которая лежит в основе уравнения Хантера-Саксона вызывает активные математические и физические исследования. Уравнение Хантера-Саксона (УХС) – это высокочастотный предел известного уравнения Камассы-Холма. Физической интерпретацией УХС является распространение слабонелинейных ориентационных волн в массивном нематическом поле директора жидкого кристалла.

В этой статье мы предлагаем матричную форму представления Лакса УХС в симметричном пространстве $su(n+1)/s(u(1) \oplus u(n))$ для случая $n = 2$. Пары Лакса, введенные в 1968 году Питером Лаксом, являются инструментом для нахождения сохраняющихся величин интегрируемых эволюционных дифференциальных уравнений. Представление Лакса расширяет возможности рассматриваемого уравнения. Например, в данной работе мы будем использовать матричное представление Лакса для УХС, чтобы установить калибровочную эквивалентность этого уравнения с обобщенным уравнением ферромагнетика Гейзенберга (ОУФГ). Знаменитое уравнение ферромагнетика Гейзенберга (УФГ) является одним из классических уравнений, интегрируемых посредством обратного преобразования рассеяния. В этой статье мы рассмотрим его обобщение, а также будет представлена связь между решениями УХС и ОУФГ.

Ключевые слова: интегрируемые системы, уравнение Хантера-Саксона, обобщенное уравнение ферромагнетика Гейзенберга, представление Лакса, калибровочная эквивалентность.

Information about authors:

Yesmakhanova KuralayRatbaykyzy, associate professor of the department "Mathematical computer modeling" Eurasian National University named after L.N. Gumilyov, PhD, candidate of phys.-math. science of the Republic of Kazakhstan; kryesmakhanova@gmail.com;

MyrzakulovaZhaidaryRatbaykyzy, teacher of the Department of "Algebra and geometry"Eurasian National University named after L.N. Gumilyov; zhrmyrzakulova@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-4047-4484>;

ZhubayevaZhuldyzSuiyndykkyzy, junior researcher of "Ratbay Myrzakulov Eurasian International Centre for Theoretical Physics ", zhuldyz.zhubayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-7137-3793>

REFERENCES

- [1] Hunter J.K., Saxton R. Dynamics of director fields. *SIAM Journal on Applied Mathematics*. Volume 51, Number 6 (1991), PP.1498–1521. <https://doi.org/10.1137/0151075>
- [2] Hunter J.K., Zheng Y.X. On a completely integrable nonlinear hyperbolic variational equation. *Physica D*. Volume 79 (1994), PP.361–386. [https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(05\)80015-6](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(05)80015-6)
- [3] Beals R., Sattinger D.H., Szmigielski J. Inverse scattering solutions of the Hunter-Saxton equation. *Applicable Analysis*. Volume 78 (2001), PP.255-269. <http://dx.doi.org/10.1080/00036810108840938>
- [4] Bressan A., Constantin A. Global Solutions of the Hunter-Saxton Equation. *SIAM J. Math. Anal.* Volume 37 (2005), PP.996-1026. [arXiv:math/0502059](https://arxiv.org/abs/math/0502059)
- [5] Lenells J. The Hunter-Saxton Equation Describes the Geodesic Flow on a Sphere. *Journal of Geometry and Physics*. Volume 57, Number 10 (2007), PP.2049-2064. <https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2007.05.003>
- [6] Hunter J. K., Saxton R. A. Dynamics of director fields, *SIAM J. Appl. Math.* Volume 51 (1991), PP. 1498-1521.
- [7] R. Beals, D. Sattinger, and J. Szmigielski, Inverse scattering solutions of the Hunter-Saxton equation, *Applicable Analysis* 78 (2001), 255-2
- [8] Taishiyeva A., Myrzakul T., Nugmanova G., Myrzakul Sh. Geometric Flows of Curves, Two-Component Camassa-Holm Equation and Generalized Heisenberg Ferromagnet Equation. <https://arxiv.org/abs/1910.13281v1>
- [9] Rossen, Ivanov I. Algebraic Discretization of the Camassa-Holm and Hunter-Saxton Equations. *Journal of Nonlinear Mathematical Physics*. Volume 15, Number 2 (2008), PP 1-12 <https://doi.org/10.2991/jnmp.2008.15.s2.1>
- [10] Myrzakul S.R., Myrzakulova Zh. R. Gauge equivalence between the Γ -spin system and (2+1)-dimensional two-component nonlinear Schrödinger equation. *Volume 2, Number 330 (2020)*, PP.112–119. <https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.22>
- [11] Zakharov V.E., Takhtadzhyan L.A. Equivalence of the nonlinear Schrödinger equation and the equation of a Heisenberg ferromagnet. *Theoretical and Mathematical Physics*. Volume 38 (1979), PP. 17-23. <https://doi.org/10.1007/BF01030253>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 39 – 47

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.19>

UDC 004.2

M. Sarsembayev¹, B. Urmashiev¹, O. Mamyrbayev², M. Turdalyuly³, T. Sarsembayeva¹

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

²Institute of Information and Computational Technologies;

³Satbayev University.

E-mail: magjan@kaznu.kz, baidalet.urmashev@kaznu.kz, morkenj@mail.ru,
m.turdalyuly@satbayev.university, sagdatbek.talshyn1@kaznu.kz

USING THE CUDA TECHNOLOGY TO SPEED UP COMPUTATIONS IN PROBLEMS OF CHEMICAL KINETICS

Abstract. The main idea of the implementation is reducing the time for calculation and thereby implement a multi-user mode for users by placing it on a server with access via a web browser. To model the kinetics of chemical reacting systems were used 4th and 5th grade Runge-Kutta methods and to receive the index of advantages of this elaboration were written programs in C# for sequential computation on a central processor and was used a platform for parallel computation of CUDA on graphic processors. Parallelization of data during calculation on a GPU was performed by the distribution of the reaction to individual strands, when changes of the concentration was calculated over a given time interval of a certain substance. Parallelization is performed over all elementary reactions, with the increasing of the number of reactions in the mechanism, because of this the computation on the GPU has a noticeable gain in time.

Keywords: CUDA, combustion, modeling, parallel computation, performance, computing, thermodynamics, concentration changes, reactions of mechanism.

Nowadays computing technologies significantly permits to increase the speed of mathematical modeling of any processes. However not all program complexes efficiently allows to use parallel processing of the received data. In this case, it concerns to parallel computing with using graphics processors [1-3].

The purpose of the work is to use an NVIDIA graphics card with the calculative abilities of the graphic processors for acceleration of definite chemical reactions processing under different temperature regimes. There was conducted a comparative analysis of programming technologies using graphic processors is carried out. After analyzing of their features and capabilities, the CUDA (Compute Unified Device Architecture) technology, which was developed by NVIDIA, was chosen as the most convenient in terms of programming and presented features. CUDA is a parallel computing architecture from NVIDIA, which significantly allows you to increase computing productivity due to using the GPUs (graphics processors). The applying of this a parallelization technology for solving the equations of chemical kinetics makes it possible to reduce the time and computational costs [4-10].

CUDA computing flows are performed on a separate physical device, the so-called device, which is used as a central processor's (CPU) coprocessor. In its turn, the program in CUDA-C language, the so-called kernel, starts from the central processor for each of the computational flows. The threads' configuration is set on the CPU before the kernel function's calling. For convenience and best performance, computational flows are combined into blocks, which then are combined into a grid. In the course of the implementation of then massively parallel kinetic solver was developed the "Chemical Calculator" software for simulating the kinetics of chemically reacting systems at the zero-dimensional approximation. The work of the program combines the process of computing, the central processing unit and the NVIDIA graphics processor, using CUDA technologies [11-14].

The graphical interface of the program was developed with the use of C # language [2-5]. The program interface was created in the maximally convenient way for users at solving problems of chemically reacting systems. The type of software is shown in figure 1.

Abbreviated files of the Chemkin mechanism are used at the performing of calculations in the developed program. It allows the user to easily transfer their bulk mechanisms into the Chemkin format [2; 4; 6]. The user can download these files using the menu items File → Reactions and File → Thermodynamic Properties. After downloading, the input files appear in the "Input file" program area. Here the separator between the reactions and the thermodynamic properties of substances is a string, which contains the word "THERM". Reading data from the "Input file" area is done line by line and the results of reading are written at the "Reading results" area. The number of reagents and reactions in a given mechanism, the Arrhenius formula coefficients, the direction of the reaction, the derivation of the left and right matrix for the reaction mechanism and the thermodynamic data for each element in the mechanism are determined as a result of reading. The definition of this data is made with only one click of the menu item Reading → Reading the data from a file. After this the input data is entered for conducting calculations, choosing a certain method from the drop-down list. Calculations can be conducted on the central processor as well as on the GPU [6; 10]. At performing of the calculations on NVIDIA with an increasing of the number of computations, time of calculations decreases in comparison with computing time on central processors [11-14].

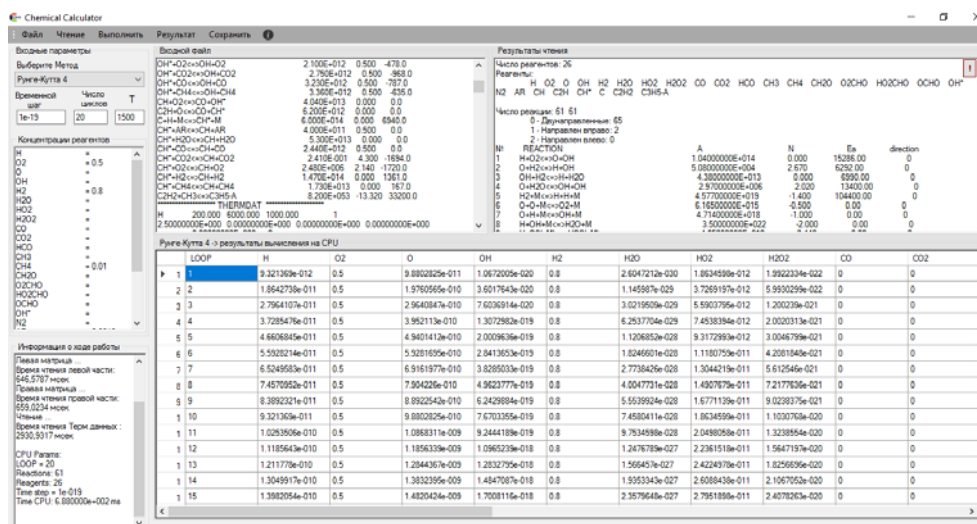


Figure 1 - The main interface of the program "Chemical calculator"

To simulate the kinetics of chemical reacting systems used of grade Runge-Kutta methods. This methods was written a C # program code for sequential computation on the central processor and CUDA technology was used for parallel computation [14-17].

Table 1 - Comparative analysis of the estimated time in the CPU and GPU for different sizes of the input mechanism

Mechanism: Aramco Mech				
4 th grade of Runge-Kutta method				
Number of chemical elements	Number of chemical reactions	Regime of calculations of CPU, msec	Regime of calculation of GPU, msec	Received accelerationx10
21	51	6901,00	9080,24	0,76
33	118	39081,00	20204,50	1,93
39	191	87735,00	29619,10	2,96
52	245	199169,00	49747,80	4,00
61	301	336749,00	67557,10	4,98
66	376	491811,00	83188,70	5,91
84	448	946439,00	125339,00	7,55
103	565	1795548,00	186175,00	9,64
162	1006	6832052,80	390403,00	17,5

In table 1 is given comparative analysis of CPU and GPU time of calculation. Parallelization of data during the calculation for the GPU is carried out by distributing the reactions on separate strings, at the calculating changes of concentrations in a given time interval of a certain substance [15; 18; 19-28].

Each thread calculates how much the concentration of a given substance in a definite reaction has changed over a certain time interval. Parallelization is performed by reactions with increasing of the number of reactions in the mechanism, that's why computation on the GPU considerably saves time (table 1).

The program implements automated reading of data from input files to the Chemkin software package format, subtracted algorithms for calculating rates of reactions, calculating changes in the concentration of substances over time [25-28]. The main calculations could be performed by 4th grade of Runge-Kutta method [29]. The computation on the central processor is performed by using a sequential algorithm. Calculation on NVIDIA graphics cards, using CUDA parallelization technologies, is performed in parallel way. The use of enterprise software was made by a comparative analysis of the computation time on the central processing unit and on the graphics processor. As a result, it was found that accelerating of the computation process using graphics cards gives a very good time win [27-29].

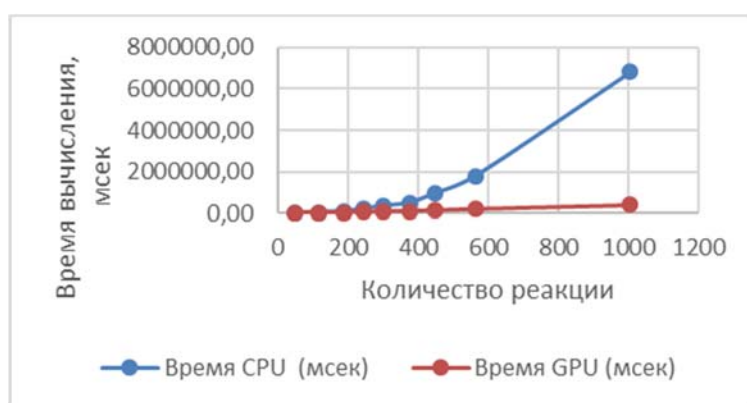


Figure 2 - Comparative analysis of computational algorithms on CPU and GPU using The fourth-order Runge-Kutta method

User's manual of the program "Chemical calculator". When you start the program, opens the main interface. The program interface consists of several components. In the upper area of the interface is a row of menu components. Loading of input files into the program is conducted through the menu item File. File - Thermodynamic properties (figure 2). These downloaded files are imported into the "Input file" program area. "Thermodynamic properties" - the program for automatic insertion of the word-separator "THERMDAT". During the reading of data from the "Input file" area, the beginning of the thermodynamic data line is determined from this word. If necessary, you can edit the input data of the mechanism directly in this area [25-29].

Reading of data from the input area is performed by clicking the menu item Read → Read data from the file. After clicking this menu item on the created algorithm of data recognition from the input area realizes the automatically reading of the data. At reading the data of reaction, four parameters are determined for calculating there action rates (formulas 1, 2).

The rate of the reverse reaction is determined by the following formula

$$k_{ri} = \frac{k_{fi}}{K_{ci}} \quad (1)$$

$$K_{ci} = K_{pi} \left(\frac{P_{atm}}{RT} \right)^{\sum_{k=1}^K \nu_{ki}} \quad (2)$$

The first parameter is the pre-exponential factor, the second parameter is the temperature exponent, the third parameter is the energy activation and the fourth parameter determines the direction of reaction. If the reaction proceeds only in one direction, then only the rate of reaction is calculated only in this direction, in the other case it depends on the rate of the forward and reverse reactions. After reading these reactions, from reactions they all correspond to the reagents of this mechanism [23-29].

The left and right data matrix is then determined. In these matrices the corresponding coefficients of the elements in the given reaction are located. These data are also used at determining in rates of reaction(formulas 3, 4).

The rate of formation of the k-th substance (ω_k) is calculated by the following formula [25-29]:

$$\omega_k = \sum_{i=1}^I v_{ki} q_i \quad (k = 1, \dots, K) \quad (3)$$

Here $v_{ki} = v''_{ki} - v'_{ki}$.

Rate of reaction progress' changing of i-reaction determines by following formula:

$$q_i = k_{fi} \prod_{k=1}^K [X_k]^{v''_{ki}} - k_{ri} \prod_{k=1}^K [X_k]^{v'_{ki}} \quad (4)$$

$[X_k]$ – the molar concentration of the k-substance, k_{fi} and k_{ri} the rate of direct and reverse reactions.

The rate of the direct reaction is determined by the Arrhenius form

$$k_{fi} = A_i T^{\beta_i} \exp\left(\frac{-E_i}{R_c T}\right) \quad (5)$$

Where R is the universal gas constant; A_i is a pre-exponential factor that does not depend on temperature, but is determined only by the type of reaction; β_i is the temperature exponent, E_i is the activation energy of the i-th reaction, which can be characterized as a certain threshold energy: roughly speaking, if the energy of the colliding particles is smaller, then the collision will not occur if the energy exceeds E_i . The activation energy does not depend on temperature.

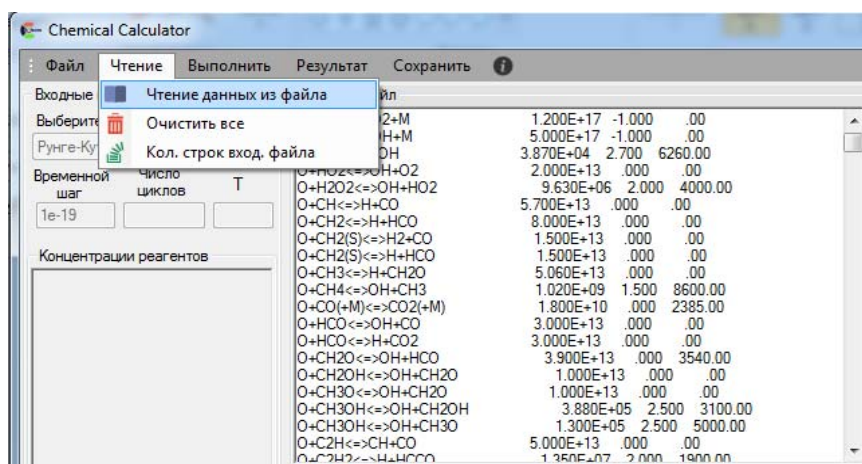


Figure 3 - Reading data from a file

Thermodynamic properties are read for each reagent of this mechanism from the input data of thermodynamic properties. Thermodynamic properties are determined by the heat capacity, enthalpy, entropy, free energies of Gibbs and Helmholtz, for a given substance (formulas 1-5) [28,29].

Basic equations of energy conservation in a medium with constant pressure

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\rho \bar{c}_p} \sum_{k=1}^K H_k \omega_k \quad (6)$$

Here, T is the temperature of the medium, ρ is the mass density, \bar{c}_p is the specific heat, H_k is the molar enthalpy of substances and ω_k is the velocity.

The thermodynamic properties of substances in standard states are temperature "ideal", therefore these properties are defined as temperature-dependent functions and at a constant pressure the heat capacity of these substances is written as a function depending on polynomial coefficients and temperature:

$$\frac{C_{pk}^0}{R} = \sum_{n=1}^N a_{nk} T_k^{(n-1)} \quad (7)$$

Here the sign of the superscript "0" denotes the properties of certain substance in 1 atm. pressure. For ideal gases the heat capacity is independent of temperature, so the value of the heat capacity in the standard state is relevant for them. Other thermodynamic properties of substances at a given temperature are determined in the form of integral functions depending on the specific heat.

The molar enthalpy of substances in standard states is determined by the following formula:

$$H_k^0 = \int_{298}^{T_k} C_{pk}^0 dT + H_k^0(298) \quad (8)$$

$$\frac{H_k^0}{RT_k} = \sum_{n=1}^N \frac{a_{nk} T_k^{(n-1)}}{n} + \frac{a_{N+1,k}}{T_k} \quad (8.1)$$

here, parametre $a_{N+1,k} * R$ denotes the heat of formation at 298K.

The molar entropy in the standard state is written in the form

$$S_k^0 = \int_{298}^{T_k} \frac{C_{pk}^0}{T} dT + S_k^0(298) \quad (9)$$

$$\frac{S_k^0}{R} = a_{1k} \ln T_k + \sum_{n=2}^N \frac{a_{nk} T_k^{(n-1)}}{(n-1)} + a_{N+2,k} \quad (9.1)$$

here, the constant of integration $a_{N+2,k} * R$ is determined depending on the value of the entropy of a given substance at a temperature of 298 K.

The equations, which are given above, are indicated for polynomial of the permissible limits, used in the NASA chemical equations (formula 8). In the Chemkin software complex, these components are divided into two groups for two intervals of the temperature interval (low and high temperature region). In this case, to process the thermodynamic properties [11-14]:

$$\frac{C_{pk}^0}{R} = a_{1k} + a_{2k} T_k + a_{3k} T_k^2 + a_{4k} T_k^3 + a_{5k} T_k^4 \quad (10)$$

$$\frac{H_k^0}{RT_k} = a_{1k} + \frac{a_{2k}}{2} T_k + \frac{a_{3k}}{3} T_k^2 + \frac{a_{4k}}{4} T_k^3 + \frac{a_{5k}}{5} T_k^4 + \frac{a_{6k}}{6} \quad (11)$$

$$\frac{S_k^0}{R} = a_{1k} \ln(T_k) + a_{2k} T_k + \frac{a_{3k}}{2} T_k^2 + \frac{a_{4k}}{3} T_k^3 + \frac{a_{5k}}{4} T_k^4 + a_{7k} \quad (12)$$

Other thermodynamic properties have values C_p^0, H^0 и S^0 . Specific heat at constant volume $-C_{vk}^0$

$$C_{vk}^0 = C_{pk}^0 - R \quad (13)$$

Interior energy U_k^0

$$U_k^0 = H_k^0 - RT \quad (14)$$

Gibb's free energy in a standard state G_k^0

$$G_k^0 = H_k^0 - T_k S_k^0 \quad (15)$$

Helmholtz free energy in the standard state A_k^0

$$A_k^0 = U_k^0 - T_k S_k^0 \quad (16)$$

For ideal gases in the standard state, the internal heat capacity, enthalpy and specific heat are equal to the actual value of these properties.

Equations for determining the reaction's rate

$$\sum_{k=1}^K v'_{ki} \chi_k \Leftrightarrow \sum_{k=1}^K v''_{ki} \chi_k \quad (i = 1, \dots, I) \quad (17)$$

Stoichiometric coefficients v_{ki} integers and χ_k chemical symbol of k – substance. v'_{ki} – direct reaction's rate, v''_{ki} – reverse reaction's rate. Usually, three or four substances participate in elementary reactions.

To calculate the reaction rates in the "input data" area is set the initial temperature of the mixture and by clicking on the menu item **Run** → **Calculate velocities**, for each reaction, the rates of the forward and reverse reaction are calculated.

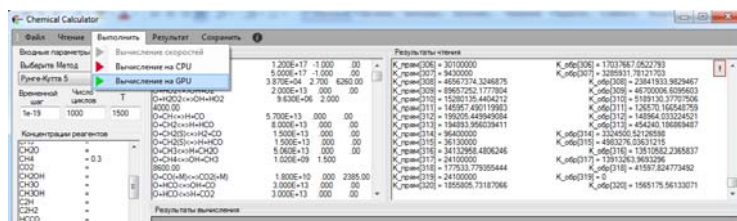


Figure 4 - Running the calculation on the GPU

In this program, the basic computational work can be done with the use of a sequential algorithm on the central processor as well as with the use of parallel algorithm in the graphics processor. Before calculating is chosen a method for calculating the change in concentration over time. Then, the time step and the number of cycles are set. The total calculation time is determined as follows:

$$t = \text{Time step} \times \text{Number of cycles}$$

As it can be seen from the input data, to calculate the change of concentration of all elements of this mechanism a sufficiently resource-intensive calculation is required. With a sufficiently large volume of the computation mechanism, using a sequential algorithm requires a lot of computational costs and time. And the use of a parallel algorithm makes it possible to speed up the computation with increasing the volume of the mechanism [2; 4; 11-14].

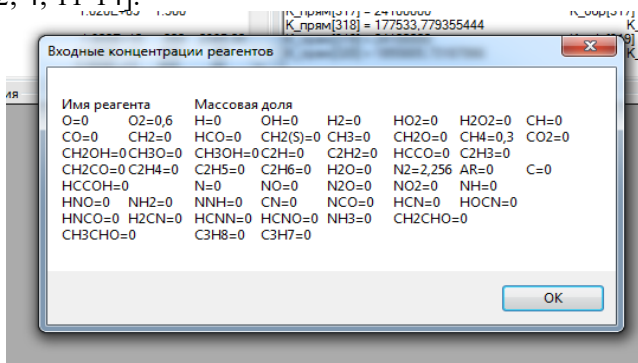


Figure 5 - Checking the concentration value before starting the calculation

For further calculation, the initial concentration of reagents in the mechanism is given in the "Concentration of substances" area. If the initial concentration for some substances is not specified, the initial concentration for these reagents is taken as zero (figure 5). After the end the calculation results are displayed in the form of a table (figure 6). For clarity, you can see this data in the form of a graph (figure 7). To do this, just choose.

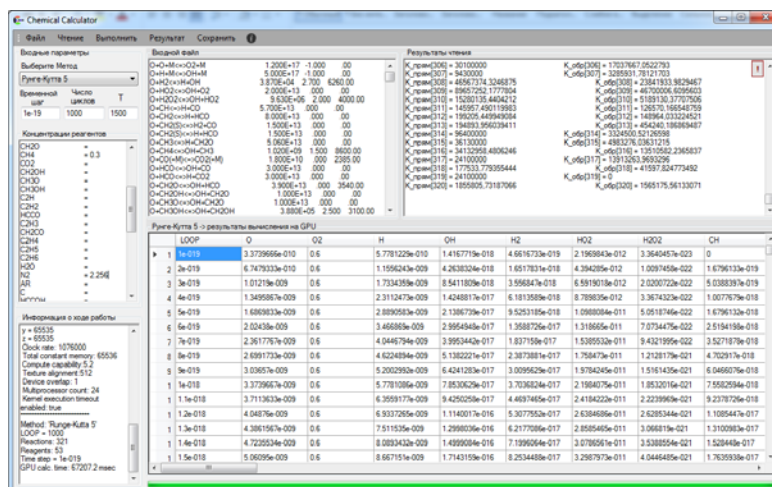


Figure 6 - Results of calculation

menu item **Result** → **Show res. GPU / CPU** → **Show in the graph**. After that, a separate window opens with the graphics area and in the right-hand area of the names of the reagent's mechanism and a label. At the inserting / removing a check mark in these marks a graph concentration changes of the substance over time appears in the graph area [17; 22; 24-27].

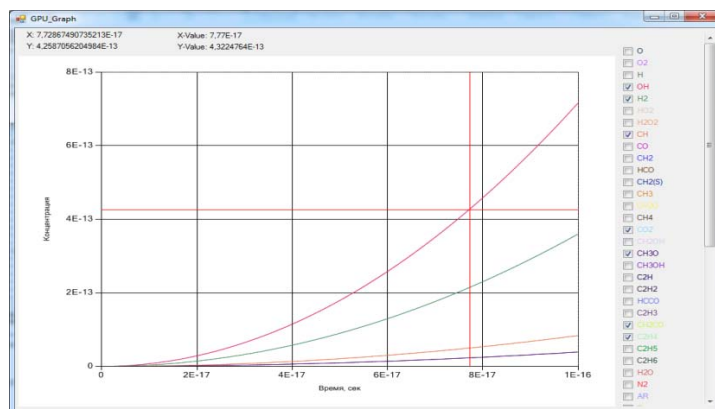


Figure 7 - Change in the concentration of substances by time

This technology and the calculation approach allowed to achieve acceleration by more than 17.5 times in comparison with multi-valued calculation on an IntelCore i7 3.4 GHz processor and 2-3 times in comparison with the best performance of a multithreaded version based on GCD technology on 2x IntelXeon processors 3.06 GHz with 24 cores. The results are obtained for loading parameters, which present practical interest in systems.

Conclusion. In the developed program are used abbreviated files of the Chemkin mechanism. It's allows to use in the created project their volumetric mechanisms in the format of the Chemkin software package. Calculations of the concentration of chemicals can be carried out both on the central processor and on the graphic one. When performing calculations on NVIDIA GPUs, with an increase in the number of chemical reactions, the calculation time decreases compared to the calculation time on central processors. The program implements modules for automated data reading from input files in the format of the Chemkin software package, computational algorithms for calculating reaction rates, and calculating changes in the concentration of substances over time. Basic calculations can be performed using the 4th and 5th order Runge – Kutta methods. The computation on the central processor is performed using a sequential algorithm. Computing on NVIDIA graphics cards, using CUDA parallelization technologies, is performed in a parallel type. Using the software gets a comparative analysis of the time interval of calculations on the central processor, as well as on the graphics processor, was carried out. As a result, when using the Aramco_Mech mechanism with the number of elements of 162 and with the reaction of 1006, it was found that the acceleration of the computation process using graphic cards can reduce the time by 17.5 times compared to the central processor.

**М. С. Сарсембаев¹, Б. А. Урмашев¹,
О. Ж. Мамырбаев², М. Турдалыулы³, Т. С. Сарсембаева¹**

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан;

² Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, Алматы, Қазақстан;

³ Сәтбаев университеті, Алматы, Қазақстан

ХИМИЯЛЫҚ КИНЕТИКАНЫҢ МӘСЕЛЕЛЕРІНДЕ ЕСЕПТЕРДІ ЖЕДЕЛДЕТУ ҮШІН CUDA ТЕХНОЛОГИЯСЫН ПАЙДАЛАНУ

Аннотация. Іске асырудың негізгі идеясы - есептеу уақытын қысқарту және осылайша пайдаланушыларға арналған көп қолданушы режимін енгізіп, оны веб-сервер арқылы қолжетімділігі бар серверге орналастыру. Химиялық реакция жүйелерінің кинетикасын модельдеу үшін Рунге-Куттың 4-ші және 5-ші дәрежелі әдістері қолданылды. Осы әдістерді қолданып C# тіліндегі программалық код жазылды. Ол код

орталық процессорда тізбекті түрде есептеледі және параллельді есептеу үшін CUDA графикалық процессорларда параллельді есептеу платформасы қолданылды. Берілген уақыт аралығында белгілі заттың концентрациясының өзгеруін GPU-да деректерді параллельді есептеу үшін реакцияларды бөлек бағыттарға бөледі. Әр бағыт берілген уақыт аралығында белгілі заттың концентрациясы осы реакцияларда бөлінуі әр бағытта есептеледі. Параллельдеу барлық қарапайым реакциялар үшін жасалғандықтан, механизмдегі реакциялар санының артуымен GPU есептеу уақытты әлде-қайда ұтымды етуге алып келеді.

Түйін сөздер: CUDA, жану, модельдеу, параллельді есептеу, өнімділік, есептеу, термодинамика, концентрацияның өзгеруі, механизм реакциялары.

М. С. Сарсембаев¹, Б. А. Урмашев¹, О. Ж. Мамырбаев², М. Турдалыұлы³, Т. С. Сарсембаева¹

¹Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

²Институт информационных и вычислительных технологий, Алматы, Казахстан;

³Сатпаев Университет, Алматы, Казахстан

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ CUDA ДЛЯ УСКОРЕНИЯ ПРОБЛЕМ ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

Аннотация. Основная идея реализации - сократить время вычислений и тем самым реализовать многопользовательский режим для пользователей, разместив его на сервере с доступом через веб-браузер. Для моделирования кинетики химических реагирующих систем использованы методы Рунге – Кутты 4-го и 5-го порядка. С помощью этих методов было написано код программы на языке C# для последовательного вычисления на центральном процессоре и использовано платформа для параллельного вычисления CUDA на графических процессорах. Распараллеливания данных при расчете на GPU производится распределением реакции на отдельные нити, при вычислении изменений концентрации на заданном временном интервале определенного вещества. Каждая нить вычисляет, насколько изменилась концентрация данного вещества в данной реакции на заданном временном интервале. Так как распараллеливание производится по всем элементарным реакциям, с увеличением количества реакций в механизме вычисление на GPU дает заметный выигрыш по времени.

Ключевые слова: CUDA, горение, моделирование, параллельные вычисления, производительность, вычисления, термодинамика, изменения концентрации, реакции механизма.

Information about authors:

Sarsembayev M., researcher, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan. magjan@kaznu.kz, <https://orcid.org/0000-0003-2139-2456>;

Urmashiev B., Candidate in Phys.and Math.Sci., Dean of faculty of "Information technologies", Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan. baidaulet.urmashev@kaznu.kz, <https://orcid.org/0000-0002-0085-1708>;

Mamyrbayev O., PhD, Institute of Information and Computational Technologies, Almaty, Kazakhstan. morkenj@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8318-3794>;

Turdalyuly M., PhD, Head of Department, Satbayev University, Almaty, Kazakhstan. m.turdalyuly@satbayev.university, <https://orcid.org/0000-0002-1470-3706>;

Sarsembayeva T., department of "Artificial intelligence and big data", Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan. sagdatbek.talshyn1@kaznu.kz, <https://orcid.org/0000-0001-7668-2640>

REFERENCES

[1] Spatford K., Meredith J., Vetter J., Chen J. H., Grout R., Sankaran R. Accelerating S3D: A GPGPU case study, in: EuroPar 2009 Parallel Processing Workshops, LNCS 6043, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010, pp.122–131.

[2] Burke M. P., Chaos M., Ju Y., Dryer F. L., Klippenstein S. J. Comprehensive H₂/O₂ kinetic model for high-pressure combustion, Int. J. Chem. Kinet. 44 (2011) 444–474.

[3] Shi Y., Green W. H., Wong H., Oluwole O. O. Accelerating multi-dimensional combustion simulations using hybrid CPU-based implicit/GPU-based explicit ODE integration, Combust. Flame 159 (2012) 2388–2397.

[4] Chung T.J. Computational Fluid Dynamics. CambridgeUniversityPress, 2002. p. 1012.

[5] Shi Y., Green W. H., Wong H., Oluwole O. Redesigning combustion modeling algorithms for the graphics processing unit (GPU): Chemical kinetic rate evaluation and ordinary differential equation integration, Combust.Flame 158 (2011) 836–847.

[6] NVIDIA, CUDA C Programming Guide, 4.0 ed., 2011.

[7] van der Houwen P. J. The development of Runge–Kutta methods for partial differential equations, Applied Numerical Mathematics 20 (1996) 261–272.

[8] Sankaran R. GPU-accelerated software library for unsteady flamelet modeling of turbulent combustion with complex chemical kinetics, in: 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA 2013-0372, 2013.

[9] Ma F. Performance and emission characteristics of a turbocharged spark-ignition hydrogen-enriched compressed natural gas engine under wide open throttle operating conditions / Ma F., Wang M., Jiang L., Deng J., Chen R., Naeve N., Zhao S. // International journal of Hydrogen Energy. 2010. V. 35. P. 12502–12509.

- [10] Brower M. Ignition delay time experiments and mechanism validation for natural gas/hydrogen blends at elevated pressures / Brower M., Petersen E.L., Metcalfe W., Curran H.J., Fűri M., Bourque G., Aluri N., Gűthe F. // *J. Eng. Gas. Turb. Power.* – 2013. – ArticleNo. 21504.
- [11] Mehl M., Pitz W. J., Westbrook C. K., Curran H. J. Kinetic modeling of gasoline surrogate components and mixtures under engine conditions, *Proc. Combust. Inst.* 33 (2011) 193–200.
- [12] Belleman R.G., Bėdorf J., PortegiesZwart S.F. High performance direct gravitational N-body simulations on graphics processing units II: an implementation in CUDA, 13, *New Astron.*, 2008, pp. 103–112.
- [13] Garland M., S. Le Grand, Nickolls J., Anderson J., Hardwick J., Morton S., Phillips E., Zhang Y., Volkov V. Parallel computing experiences with CUDA, *Micro IEEE* 28 (2008) 13–27.
- [14] Simek V., Dvorak R., Zboril F., Kunovsky J. Towards accelerated computation of atmospheric equations using CUDA, *Proceedings of the UKSim 2009: International Conference on Computer Modelling and Simulation*, 2009, pp. 449–454.
- [15] Dabdub D., Seinfeld J.H. Parallel computation in atmospheric chemical modeling, *Parallel Comput.* 22 (1996) 111–130.
- [16] Senocak I., Thibault J., Caylor M. Rapid-response urban CFD simulations using a GPU computing paradigm on desktop supercomputers, *Eighth Symposium on the Urban Environment*, Phoenix Arizona, 2009, p. J19.2.
- [17] Liu W., Schmidt B., Voss G., Műller-Wittig W. Accelerating molecular dynamics simulations using Graphics Processing Units with CUDA, *Comput. Phys. Commun.* 179 (2008) 634–641.
- [18] Li S., Livshitz B., Lomakin V. Fast evaluation of Helmholtz potential on graphics processing units (GPUs), *J. Comput. Phys.* 229 (2010) 8463–8483.
- [19] Lovas R., Kacsuk P., Lagzi I., Turányi T. Unified development solution for cluster and Grid computing and its application in chemistry, *Lect. Notes Comput. Sci.* 3044 (2004) 226–235.
- [20] Law C. K. *Combustion Physics*, Cambridge University Press, New York, 2006.
- [21] Humphrey J. R., Price D. K., Spagnoli K. E., Paolini A. L., Kelmelis E. J. CULA: Hybrid GPU accelerated linear algebra routines, in: E. J. Kelmelis (Ed.), *Proc. SPIE*, volume 7705, 2010, p. 770502. doi:10.1117/12.850538.
- [22] Kirk D. B., Hwu W. W. *Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach*, Morgan Kaufmann, Burlington, MA, 2010.
- [23] J. G. Verwer, W. Hundsdorfer, B. P. Sommeijer, Convergence properties of the Runge–Kutta–Chebyshev method, *Numer. Math.* 57 (1990) 157–178.
- [24] J. G. Verwer, Explicit Runge–Kutta methods for parabolic partial differential equations, *Appl. Numer.* 22(1996) 359–379.
- [25] G. P. Smith, D. M. Golden, M. Frenklach, N. W. Moriarty, B. Eiteneer, M. Goldenberg, C. T. Bowman, R. K. Hanson, S. Song, W. C. Gardiner Jr., V. V. Lissianski, Z. Qin, *GRI-Mech 3.0*, http://www.me.berkeley.edu/gri_mech/, 2010.
- [26] A. Abdulle, Fourth order Chebyshev methods with recurrence relation, *SIAM J. Sci. Comput.* 23 (2002) 2041–2054.
- [27] C. P. Stone, R. L. Davis, B. Sekar, Techniques for solving stochastic chemical kinetics on GPUs, in: *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA 2013-0369, 2013.
- [28] A. C. Zambon, H. K. Chelliah, Explicit reduced reaction models for ignition, flame propagation, and extinction of C₂H₄/CH₄/H₂ and air systems, *Combust. Flame* 150 (2007) 71–91.
- [29] K. E. Niemeyer, C. J. Sung, Recent progress and challenges in exploiting graphics processors in computational fluid dynamics, Manuscript submitted for publication, 2013.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 48 – 55

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.20>

UDC 004.9

IRSTI 28.23.39

A. Satybaldiyeva¹, A. Ismailova¹, R. Moldasheva¹, A. Mukhanova², K. Kadirkulov¹

¹Saken Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan;

²L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan.

E-mail: satekbayeva@gmail.com

**ABSTRACT DATA TYPES FOR KNOWLEDGE REPRESENTATION
AND SPECIFICATION OF MULTI-AGENT SYSTEMS**

Abstract. Distributed system is a group of decentralized interacting executors. Distributed algorithm is the communication protocol for a distributed system that transforms the group into a team to solve some task. Multiagent system is a distributed system that consists of autonomous reactive agents, i.e. executors which internal states can be characterized in terms Believes (B), Desires (D), and Intentions (I). Multiagent algorithm is a distributed algorithm for a multiagent system.

The article discusses the basic concepts of agents and multi-agent systems. Also, two problems of multi-agent algorithms for representing knowledge in the context of Social Software Engineering are considered. A number of new multi-agent algorithms are presented, and their correctness is proved. The main characteristics of agents are provided, such as autonomy, proactivity, social ability, and reactivity; also, agents can have such additional characteristics as persistence, reasonability, performance, mobility, personality, and rationality. A number of new multi-agent algorithms are presented, and their correctness is proved. Two statements have been proved for solving RAM and MRP problems. This time we address a social issue of agent anonymity and privacy in these algorithms.

Keywords: multiagent systems and algorithms, assignment problem, safety and progress properties, algorithm verification, privacy, anonymity, Social Software.

Overview of multi-agent systems. Users of computer software are becoming more and more dependent on computer systems. One of the many reasons for this is that computer systems have the ability to disseminate information through efficient interaction within mobile and (or) physical networks [1]. This capability has made computer systems attractive because they can solve problems or needs of various users and organizations. Computer systems also have the ability to reflect organizational capabilities and priorities. This includes the ability to represent the interests and objectives of various users (for example, the best auction price, the most relevant search results, etc.). However, reliance on computer systems and the dynamic nature of computing environments (e. g., the Internet) have caused increased requirements (e. g., reliability, performance, and scalability) to computer systems. This has generated interest towards research focused on automated computer systems such as single agents and multi-agent systems [2, 3].

Advances in artificial intelligence research in the mid-1960s and early 1970s led to the development of agents in the 1970s. In 1966, Professor Joseph Weizenbaum of Massachusetts Institute of Technology wrote the first software agent known as ELIZA [2, p. 550].

Research on software agents in the 1970s and 1980s was very limited, being an additional research and did not focus on language analysis, knowledge representation, nor on automatic and machine learning until the advent of the World Wide Web in the early 1990s. With the advent of the World Wide Web, a multi-agent system was created – the Worm search engine. The purpose of that agent was to track web pages [4]. Other agents were created just as computer technologies became more advanced. In 1997, the first sales agent, RoboShopper, was created to help customers or users to shop over the Internet. RoboShopper accomplished that purpose by searching for items online and comparing site item prices.

Microsoft Office Assistant also released an “office assistant”, which consisted of agent programs designed to interact and assist the user based on the Microsoft Office Assistant [5]. The sites were designed to search for recently hosted web pages and add the found pages to the major search engines.

It is not hard to see that such well-known computer programs as the Google search engine and Microsoft Office Assistant are agents or exhibit some form of agent behaviour. They are used frequently, yield satisfactory results to the user, and perform other additional functions.

Since the early 1980s, there has been an increase in research on multi-agent systems. This is because most real-world hard problems involve distributed open systems. An open system is flexible and scalable [4, p. 24].

Agent Definitions. Due to the variety of research areas and examples, there is no standard definition of agents. Below are some examples of such definitions:

SodaBot Definition – “Software agents are programs that participate in dialogues and negotiations, and coordinate the transfer of information” [5, p. 1495]. Sodabot is a development environment for software agents curated by Michael Cohen at Massachusetts Institute of Technology. By his definition, agents communicate with one another about information by perceiving and acting on the environment. This definition excludes most standard programs as agents.

Definition by Pattie Maes – “Autonomous agents are computing systems that represent a defined complex dynamic environment, act autonomously in that environment and thus implement a set of goals or objectives for which they are designed.” According to Mays’ definition, agents are autonomous, that is, they can act without targeted training. They also define the environment in which agents act as strictly complex and dynamic. This means that the conditions in which agents operate constantly change and require to adapt to changes in the environment [6, p.110].

Hayes-Roth Definition – “Intelligent agents continuously perform three functions: perception of dynamic conditions in the environment; solution of problems; and drawing conclusions and determining actions” [7]. According to Hayes-Roth’s definition, INTELIGENT agents must reason before they act. This means that reflex agents are not INTELIGENT agents because they react spontaneously, for no reason.

M. Wooldridge’s definition – “Agents are simply computer systems that are capable of autonomous actions in some environment in order to satisfy their output. As defined by Wooldridge, agents act on their own behalf. Agents can also coordinate with one another to solve problems or satisfy goals without human intervention [8].”

More definitions can be found in the work done by Honavar. From the above definitions, it is clear that agents are autonomous, have the ability to communicate with other agents or users, and are part of the environment. The above definitions can also be used to obtain other important characteristics of the agent [9].

Single (or individual) agents and multi-agent systems are the research part in the field of artificial intelligence and distributed systems, respectively. Research in terms of individual agents on the structure and internal behaviour of an individual agent, which involves autonomy, mobility, learning, and algorithm (-s) is applied to solve problems, etc. Research within the framework of multi-agent systems is on the coordination of several agents and is used to solve problems or perform tasks, i. e. external behaviour of agents. Coordination of multiple agents includes defining interaction protocols, intermediaries, communication languages, etc. Individual agents and multi-agent systems are designed to provide or achieve the most basic qualities of agency systems (agency, intelligence, and mobility) operating in various environments.

There are various definitions for the term “agent”, as discussed above. These definitions can be used to identify the characteristics of an agent. Characteristics can help distinguish a multi-agent system from a typical application. Below are the main characteristics of the agent [10]:

- autonomy – the agent can act independently, without direct human intervention and can control its own actions and internal state;
- proactivity – it is a purposeful agent and it is capable of accomplishing goals without asking the user or other agents. It is also able to adapt to changes in the environment;
- social ability – the agent can interact with people or other agents using the agent’s communication language; and

– reactivity – the agent is able to perceive and respond to changes in the environment immediately or within a short period of time.

In addition to the characteristics of the agents described above, the agent can also have the following additional characteristics:

– persistence – the agent continues to operate with the process continuously until it reaches the desired result.

– reasoning – the agent’s reasoning about its actions before deciding at the output.

Performance – the agent is capable of achieving the desired results.

Mobility – the agent has the ability to move from one platform to another.

Personality – the agent has the ability to manifest a characteristic of human nature.

Rationality – the agent chooses one or another action that maximizes its own assessment of the activity, taking into account the sequence of perceptions and everything that is built into the agent’s knowledge.

Unlike the Turing test, an agent that has the properties defined above is considered to be an autonomous agent, and hence the terms agent and autonomous agent are interchangeable.

The basic concepts of agents and multi-agent systems are discussed in this article. Also, two problems of multi-agent algorithms for representing knowledge in the context of social software engineering are considered. A number of new multi-agent algorithms are presented, and their correctness is proved.

Multi-agent Systems and Algorithms. Many problems that are solved by multi-agent algorithms can be considered examples of problems of Social Software Engineering, i. e. of a relatively new scientific paradigm, the essence of which is as follows. In the modern world, many social requirements and procedures are of a very clearly described algorithmic nature. Therefore, these requirements can be represented in the form of (semi) formal specifications, and procedures can be represented programmatically (in some programming language or semi-formal pseudo code), after which the properties of these procedures can be investigated by methods of program analysis and verification. Well, and the results of formal analysis or verification can be interpreted in socially significant terms. And although they started talking about Social Software Engineering only in the 21st century, the study by H. Steinhaus, B. Knaster, and S. Banach of the problem of slicing the pie [11] can be considered to be the first example of application of this paradigm.

A distributed system is a group of decentralized interacting performers. A distributed algorithm is a protocol for the interaction of performers in a distributed system, which converts a decentralized group into a team that jointly solves a certain problem [11, p. 104].

A multi-agent system is a distributed system consisting of agents. An agent is an autonomous (perceiving the world divided into “itself” and “the environment”, which includes everything else) and a reactive (capable of interacting with the environment and responding to environmental influences) object (in the object-oriented sense), the internal state of which can be characterized in terms of “opinions”, “perceptions” or “believes” (Believes), objectives (Desires), and intentions (Intentions) of the agent. A multi-agent algorithm is a distributed algorithm for a multi-agent system.

The agent’s belief¹ is a set of its opinions about itself and the environment, which may be incomplete, inconsistent, and generally incorrect (not true), whereas the agent’s knowledge is its opinions that correspond to reality². The objectives of the agent are its long-term tasks and responsibilities, which can also be inconsistent. The agent’s intentions are used for short-term planning. The agent is responsive in the sense that it can change its belief, objective or intention after interacting with other agents or the environment, but each agent is still autonomous, which means that the change in its internal state depends only on itself, and not on the environment ... Agents of the described type are commonly referred to as BDI agents.

A rational agent has a clear idea of its preferences among potential objectives and always chooses the action that has the highest priority and (from its point of view) promises the maximum benefit; there is a distinction between a complete and limited rationality: they differ in the cognitive and deductive abilities of agents. An intelligent agent is an agent controlled not by an imperative or functional deterministic program, but by a non-deterministic logical program represented by behaviour rules of the form, where C_1, \dots, C_k are logical conditions on local variables and agent communication channels, $C_1 \& \dots C_k \Rightarrow$

fork $A_{1,1}; \dots A_{1,m} || \dots A_{n,1}; \dots A_{n,m}$ join is a construction of parallel execution of several branches, and $A_{1,1}; \dots A_{1,m}, \dots A_{n,1}, \dots, A_{n,m}$ are actions from the number of assignments of new values to local variables, reading data from input channels and ascribing them to local variables, and sending local data to output channels.

About RAM Problem Solving

At first glance, RAM and MRP are different problems. First, in RAM, agents are rational, while in MRP, agents are just robots that do not care at all about their benefits (about the length of the traversed route, for example). Further, the MRP problem has an obvious geometric interpretation, but it is not at all obvious that there are many routes without intersections, and, therefore, that it can be constructed by any multi-agent algorithm whatsoever; at the same time, the RAM problem does not have a geometric interpretation, but it is obvious that there is such a choice of sellers by buyers that any exchange of sellers by any pair of buyers cannot reduce the total amount to be paid to all buyers together.

But from the algorithmic point of view, both RAM and MRP problems are closely related, since their solutions belong to the class of so-called wave algorithms. This class of distributed algorithms has the following general properties.

- completion: all agents complete their operation in a finite time;
- decision: each agent has a final decision-making moment; and
- interdependence: the decision of each agent affects all agents.

The individual beliefs of each agent in both algorithms are represented by two NC and CF integer counters:

- the current value of NC (Number of Conflicts) is the upper estimate of the number of agents with which the agent may have a conflict of intentions right now;
- the current CF (Conflict Free) value is the lower estimate of the number of agents that have no conflicts at all.

Paper [12] presented two imperative wave algorithms LSM (Look for Salesman) and SWP (SWaPping). LSM algorithm assumes that every buyer b has a fine* f_b for repeating its bids for any salesman. The following two propositions about LSM and SWP were proved in [12, p. 113].

Proposition 1.

If a multiagent system with fair communication consists of $m > 0$ buyers each of which would like to make an individual deal with some of $n \geq m$ salesmen, it is common knowledge (in the system) that all buyers are agents executing algorithm LSM, and for every buyer b its fine f_b is always less than the minimal price in its price-list,

then every agent will eventually terminate, it will know upon termination that nobody in the system will never compete for its current salesman cur_sman , and (hence) it will be able to make a deal with this salesman.

Proposition 2.

If a multiagent system with fair communication consists of $m > 0$ buyers each of which knows some initial individual salesman among $n \geq m$ salesmen, it is common knowledge (in the system) that all buyers are agents executing algorithm SWP,

then every agent will eventually terminate, it will know upon termination an individual salesman (that may be different from the initial one), and it will know that it is impossible to reduce by swapping the total price all buyers have to pay.

These two propositions solve RAM problem, but under assumption of fair communication. This assumption constitutes that if anyone of agents ever wants to communicate with any another agent, sooner or later the communication session between them will surely take place. In this paper we will not discuss how to guarantee this fairness, but we would like to point to one option that solves the problem: one can assign priorities to buyers and allow seniors to initiate communication with juniors.

* Time is money.

Another drawback of the algorithms LSM and SWP is their imperative nature. And, therefore, agents, guided by these algorithms are rational, but have not yet become intelligent.

Social Software Engineering and Agents

At the same time RAM is closely related to the classic Cake Cutting Problem (CC-problem), also known as Fair Division Problem [6, p.124] that has been introduced by a group of Polish mathematicians, Hugo Steinhaus, Bronislaw Knaster and Stefan Banach.

The CC-problem is to divide an infinitely dividable resource (“cake”) in such a way that all recipients believe that they have received a fair. Special cases of the problem are proportional and envy-free division. A division is said to be envy-free if each recipient believes (at the moment of reception) that according to his measure no other recipient has received more than he has of a heterogeneous cake; in contrast, a proportional division deals with a homogeneous cake where each of m recipients have to receive exactly $1/m$ of the cake's volume.

To explain connections between RAM- and CC-problems, it is enough to reformulate a RAM as follows:

The cake is cut on $n > 0$ pieces, which should be divided among $m > 0$ recipients. Each recipient $inb \in [1..m]$ is the intelligent rational agent to whom exactly one of piece of a cake is necessary, and it knows the scale of value of pieces $\{p(b,s) \geq 0 : s \in [1..m]\}$. All recipients can (in P2P-manner) communicate, negotiate, make concessions, flip (individual change) and swap (pairwise exchange) their pieces of a cake so that all concessions and swaps must be rational for both participating recipients. However, each recipient can buy the chosen piece if and only if he/she knows that nobody else will ever apply for this piece of cake.

Problem: Design a multiagent algorithm for recipients, which will allow each agent sooner or later to get a piece of cake and, besides, guarantees that any pairwise swap of pieces can't reduce total value.

Differences between RAM- and CC-problems are evident: in CC-problem a cake is an infinitely dividable resource, while in RAM-problem a “resource” has been cut already onto “salesmen”; solutions of the CC-problem may be sequential, while solutions (if any) of RAM must be multiagent (i.e. distributed, parallel and concurrent) by the problem statement. But even multiagent solution of CC-problem can be unsuitable for a RAM-problem. For example, the classical envy-free solution of CC-problem for two participants consists in the following: one agent cuts the cake so that any of two pieces will satisfy him/her and the second chooses from these two pieces which satisfies her/him. As it is easy to see if the cake is already cut on two pieces, and both agents wish the same piece, the system of these two agents will get to the deadlock.

But in spite of these differences, RAM- and CC-problems have something in common since they both are examples of a new research paradigm of Social Software [13].

In the modern world very many social requirements and procedures have algorithmic character. These requirements can be written as (semi-)formal specifications and procedures – software (in a pseudocode). Then the properties of these procedures can be analyzed and verified by formal methods. Well, the results of the formal analysis or verification may be interpreted in socially significant terms. And though about Social Software started talking only in a XXI century, but it is possible to consider as the first example of application of this paradigm research of the Cake Cutting Problem by H. Shteinhaus, B.Knaster and S. Banach.

This is exactly how in the paper [12, p. 115], LSM and SWP algorithms were formalized and Proposition 1 and 2 were verified (using the methods of verification of imperative programs). And the conclusion that can be drawn from these results is that conflicts between rational agents over the seller (a piece of the cake and so on) can be resolved through penalties for intransigence, but these penalties must be high enough (see Proposition 1).

Cryptographic Aspect Research

As part of the study of the cryptographic aspect of the RinS problem, we will assume that the input data (coordinates of robots and shelters) are taken from some finite set of points in \mathbb{R}^k , $k \geq 2$ space, all the coordinates of which are numbers represented by a finite number of digits of some (fixed) positional

number system. Let us note that in this case the meaning of the shelter distribution protocol is to calculate some function of coordinates of robots and shelters, the value of which is the desired distribution. By virtue of the Oblivious Transfer secure multi-party computation theorem [14, 15, 16] *on confidential calculations*, there is a way to calculate this function, in which the participants will not receive any additional information about one another's input data. Unfortunately, the direct description of this method is too cumbersome.

Therefore, we will somewhat simplify our task: we will assume that the participants are using some kind of clicks-based shelter distribution protocol. Our objective, therefore, is to construct a click protocol in which the participants would not reveal any additional information about their coordinates to one another. We will consider the participants "semi-honest" (honest, but curious). This means that they strictly follow the protocol, although they try to extract as much additional information from one another's messages as possible. This approach is fully consistent with the interpretation of participants as agents who strictly follow their program and, moreover, are interested in the correctness of the protocol.

Cryptographic Aspect: Results

Proposition 3. *Let $S \in \mathbb{R}^k$ be an arbitrary finite set of points, all the coordinates of which are numbers with a fixed number of digits each in some fixed positional number system.*

Then:

- there is a restriction of the simple click protocol to S set, in which the agents do not communicate their coordinates to one another;
- there is a restriction of the click protocol with comparisons to S set, in which the agents do not communicate to one another their distances to covers.

Proof. Let us take a closer look at the simple click protocol. (The click protocol with comparisons is treated similarly). Note that the intersection of two straight-line routes $[R_1, S_1]$ and $[R_2, S_2]$ is equivalent to the conjunction of the three conditions as follows:

- both segments lie in the same plane;
- points R_1 и S_1 are separated by a straight line l (R_2, S_2); and
- points R_2 and S_2 are separated by a straight line l (R_1, S_1).

All these three conditions are easily expressed by means of analytical geometry in the form of equalities and inequalities between (fixed) arithmetic expressions from the coordinates of robots R_i, R_j and covers S_i, S_j . Due to the finiteness of S set and the finiteness of the representation of all the coordinates of all the points, we can consider these expressions as fixed Boolean functions of the binary representation of the coordinates of robots and shelters, i. e. just as the well-known Boolean function. We can apply the split computation protocol to this function [17].

Conclusion. Basic concepts of agents and multi-agent systems have been discussed in the article. A review of multi-agent systems has been performed. Such main characteristics of the agent have been provided as autonomy, proactivity, social ability, and reactivity; also, agents can possess such additional characteristics as resilience, reasonability, productivity, mobility, personality, and rationality. A number of new multi-agent algorithms have been presented, and their correctness has been proved. Two propositions for solving RAM and MRP problems have been proved.

**А. Сатыбалдиева¹, А. Исмаилова¹,
Р. Молдашева¹, А. Муханова², Қ. Қадірқұлов¹**

¹С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан;

²Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан

БІЛІМДЕРДІ БЕЙНЕЛЕУГЕ АРНАЛҒАН ДЕРЕКТЕРДІҢ АБСТАРКТЫ ТИПІ ЖӘНЕ КӨП АГЕНТТІК ЖҮЙЕЛЕРДІҢ СПЕЦИФИКАЦИЯЛАРЫ

Аннотация. Көп агенттік алгоритмдермен шешілетін көптеген мәселелерді әлеуметтік бағдарламалық жасақтама (Social Software) проблемаларының мысалдары деп санауға болады - бұл салыстырмалы түрде жаңа ғылыми парадигма, оның мәні келесіде. Қазіргі әлемде көптеген әлеуметтік талаптар мен процедуралар

өте айқын сипатталған алгоритмдік сипатқа ие. Сондықтан бұл талаптарды (жартылай) формальды спецификациялар түрінде, ал процедураларды бағдарламалық түрде (кейбір бағдарламалау тілінде немесе жартылай формалы псевдокодта) ұсынуға болады, бұл процедуралардың қасиеттерін бағдарламалық талдау және тексеру әдістерімен зерттеуге болады.

Мақалада агенттер мен көп агенттік жүйелер туралы негізгі түсініктер қарастырылады. Сонымен қатар, әлеуметтік-бағдарламалық жасақтама контекстінде білімді ұсынудың көп агенттік алгоритмдерінің екі мәселесі қарастырылған. Бірқатар жаңа агенттер алгоритмдері ұсынылды және олардың дұрыстығы дәлелденді. Агенттің автономия, белсенділік, әлеуметтік қабілеттілік, реактивтілік сияқты негізгі сипаттамалары келтірілген, сонымен қатар агенттер табандылық, парасаттылық, өнімділік, ұтқырлық, жеке тұлға, парасаттылық сияқты қосымша сипаттамаларға ие бола алады. Бірқатар жаңа агенттер алгоритмдері ұсынылды және олардың дұрыстығы дәлелденді. RAM және MRP мәселелерін шешуге арналған екі тұжырым дәлелденді.

Түйін сөздер: мультиагенттік жүйелер, мультиагенттік алгоритмдер, әлеуметтік-бағдарламалық инженерия, RAM және MRP тапсырмалары, формальды сипаттамалар, үлестірілген жүйе, SWP алгоритмі, верификация.

**А. Сатыбалдиева¹, А. Исмаилова¹,
Р. Молдашева¹, А. Муханова, К. Кадиркулов¹**

¹Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан;

²Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

АБСТРАКТНЫЕ ТИПЫ ДАННЫХ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ И СПЕЦИФИКАЦИИ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМ

Аннотация. Многие задачи, которые решаются мультиагентными алгоритмами можно считать примерами задач социо-программной инженерией (Social Software) – сравнительно новой научной парадигмы, суть которой состоит в следующем. В современном мире очень многие социальные требования и процедуры носят очень чётко описанный алгоритмический характер. Поэтому эти требования можно представить в виде (полу) формальных спецификаций, а процедуры – программно (на каком-либо языке программирования или на полупоформальном псевдокоде), после чего свойства этих процедур можно исследовать методами анализа и верификации программ.

В статье рассматриваются основные понятия агентов и мультиагентных систем. Также рассматриваются две проблемы мультиагентных алгоритмов для представления знаний в контексте социо-программной инженерии. Представлен ряд новых мультиагентных алгоритмов, доказана их корректность. Приведены основные характеристики агента, такие как автономность, проактивность, социальная способность, реактивность, также агенты могут иметь дополнительные характеристики, такие как стойкость, рассуждаемость, производительность, мобильность, личность, рациональность. Представлены ряд новых мультиагентных алгоритмов, доказана их корректность. Доказаны два утверждения для решения RAM и MRP задач.

Ключевые слова: мультиагентные системы, мультиагентные алгоритмы, социо-программная инженерия, RAM и MRP задачи, формальные спецификации, распределённая система, алгоритм SWP, верификация.

Information about authors:

Satybaldiyeva A., PhD, Senior Lecturer of Department “Information systems”, S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, satekbayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5740-7934>;

Ismailova A., PhD, Senior Lecturer of Department “Information systems”, S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, a.ismailova@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8958-1846>;

Moldasheva R., PhD Student of Department “Information systems”, S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, rashan85_07@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4570-0487>;

Mukhanova Ayagoz Asanbekovna – Ph.D., Associate Professor of the Department “Information systems”, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satbayev str, 2, Nur-Sultan, 010000, Kazakhstan. E-mail: ayagoz198302@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3987-0938>;

Kadirkulov K., PhD Student of Department “Information systems”, S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, kkuanysh@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-0506-4890>

REFERENCES

- [1] Weiss G. Multiagent Systems. A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence. Cambridge: Press, 1999. P. 79-120.
- [2] Stone P., Veloso M. Multi-agent Systems: A Survey from a Machine Learning Perspective // Journal of Artificial Intelligent Research. 2007. Vol. 24, №6. P. 547-578.
- [3] Weizenbaum J. Computer Power and Human Reason. San Francisco, 1976. 542 p.
- [4] Seipp A. Intelligent Agent // School of Library, Archival and Information Studies. – Columbia: University of British Columbia, 2001. 140 p.
- [5] Coen M. SodaBot: A Software Agent Environment and Construction System: MIT AI Lab Technical Report, 1994. P. 1493-1500 // <http://citeseer.ist.psu.edu/coen94sodabot.html>.
- [6] Maes P. Artificial Life Meets Entertainment: Lifelike Autonomous Agents // Communications of the ACM. 1995. Vol. 38, №11. P. 108-114.
- [7] Hayes-Roth B. An Architecture for Adaptive Intelligent Systems // Artificial Intelligence: Special Issue on Agent Interactivity. 1995. Vol. 72, № 1-2. P. 329-365.
- [8] Wooldridge M. An Introduction to Multiagent Systems. Kyoto, 2002. 255 p.
- [9] Honavar V. Intelligent Agents and Multi-agent Systems. John Wiley & Sons Ltd, 1998. 302 p. // <http://www.cs.iastate.edu/~honavar>.
- [10] Sycara K.P. The Many Faces of Agents. AI Magazine. California, USA, 1998 // <http://www.aaai.org/AITopics/assets/PDF/AIMag19-02-1-article.pdf>.
- [11]. A. Yu., Bernshtein, N. V. Shilov. Multi-agent problem about robots in space: complexity, information, and cryptographic aspects // Modeling and analysis of information systems. 2012. V. 20, No. 2. Pages 34-53.
- [12] Bodin E.V., Garanina N.O., Shilov N.V. Mars Robot Puzzle (a Multiagent Approach to the Dijkstra Problem) // Modeling and analysis of information systems. 2001. №18(2). P. 111-126.
- [13] Brams S.J., Taylor A.D. Fair Division – From cake-cutting to dispute resolution. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 324 p.
- [14] Fagin R., Halpern J.Y., Moses Y., Vardi M.Y. Reasoning about Knowledge. London: MIT Press, 1995. 345 p.
- [15] Goldreich O. Foundations of Cryptography - A Primer // Foundations and Trends in Theoretical Computer Science. 2005. №1. P. 1-116.
- [16] Schneier B. Applied Cryptography: Protocols, Algorithms, and Source Code C. New York: John Wiley&Sons, 1996. 276 p.
- [17] Some Results on Multiagent Algorithms in Social Computing/Software Context. International Journal of INFORMATION (Indexed by Scopus, JDream, Mathematical Reviews, Zentralblatt MATH, ProQuest, Swets, EBSCO). 2014. Vol.17, No.1. P. 229-240.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 56 – 65

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.21>

УДК 519.68.02

Е. С. Голенко, А. А. Исмаилова

Казахский агротехнический университет им. С. Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан.

E-mail: golenko.katerina@gmail.com, a.ismailova@mail.ru

СОВРЕМЕННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ДЛЯ ВЫВОДА БЕЛКОВ В ПРОТЕОМИКЕ ДРОБОВИКА

Аннотация. Сегодня протеомика дробовика (Shotgun proteomics) является достаточно мощным подходом, дающим возможность охарактеризовать протеомы в биологических образцах. В отличие от стратегии протеомики «сверху вниз» протеомика дробовика характеризуется высокой эффективностью разделения и масс-спектральной чувствительностью. В то же время он предъявляет более высокие требования к вычислительным и статистическим методам, необходимым для идентификации пептидов, идентификации белков и количественного определения без меток. Основная цель протеомики дробовика – идентифицировать форму и количество каждого белка путем сочетания жидкостной хроматографии с тандемной масс-спектрометрией. Анализ и интерпретация экспериментальных данных являются заключительным и наиболее важным этапом в протеомике, они же порождают большое количество проблем, требующих сложных вычислительных решений. Одной из важнейших задач, безусловно, является идентификация белков, присутствующих в экспериментальном образце. Как правило, данную задачу подразделяют на две основные составляющие: этап присвоения экспериментальных тандемных масс-спектров пептидам, полученным из базы данных белков, и этап сопоставления пептидов с белками и количественной оценки достоверности идентифицированных белков. Также стоит принять во внимание, что оценка достоверности полученных данных может представлять собой отдельную, не менее важную и сложную задачу. В данной статье мы предлагаем рассматривать идентификацию белков не иначе как проблему статистического вывода, а также описываем ряд методов, которые могут быть использованы для её решения. Существующие подходы мы классифицируем на (1) методы, основанные на правилах, (2) комбинаторные методы оптимизации и (3) методы вероятностного вывода. Для представления методов используются целочисленное программирование и фреймворки байесовского вывода. Мы также обсуждаем основные проблемы идентификации белков и предлагаем возможные решения этих проблем.

Ключевые слова: протеомика дробовика, идентификация белков, масс-спектрометрия, LC/MS, вывод белков.

Введение. Основная цель протеомики на основе масс-спектрометрии – предоставить молекулярный снимок формы, уровня изобилия и функциональных аспектов каждого белка в биологический образец [1-3]. Среди протеомных стратегий восходящая или дробная протеомика стала высокопроизводительной технологией, способной одновременно охарактеризовать сотни белков. В этом сценарии белки в образце сначала перевариваются в пептиды, обычно с использованием сайт-специфических протеолитических ферментов. Затем пептиды разделяют с помощью жидкостной хроматографии (ЖХ) и анализируют тандемной масс-спектрометрией (МС/МС), в результате чего получают набор спектров МС/МС [4].

В стандартном вычислительном конвейере МС/МС спектры масс-спектрометра ищутся по спектральным библиотекам [5] и/или *in silico* спектрам [6], соответствующим пептидам из базы данных белков, чтобы обеспечить совпадение пептидных спектров (Peptide-Spectrum Matches - PSM). Такой поиск в базе данных, в зависимости от параметров поиска и платформы MS/MS, может привести к большому количеству PSM, которым присваиваются баллы, указывающие уровень достоверности правильной идентификации соответствующего пептида. Следующим шагом является составление списка идентифицированных белков из всех или подмножества PSM

и предоставление статистических уровней достоверности для каждого белка. Идентификация белков – это особый случай количественной оценки белков без меток, потому что в идеальном сценарии каждый белок с правильно выведенным ненулевым количеством будет считаться идентифицированным.

Получение списка идентифицированных белков из набора пептидных последовательностей с идентификационными баллами осложняется несколькими факторами: 1) обычно для каждого белка доступно лишь небольшое количество идентификаций пептидов, в большинстве своем ненадежные [7]. Это связано с тем, что только PSM с наивысшими баллами для каждого пептида обычно включаются в набор кандидатов для идентификации пептидов, и среди этих кандидатов только небольшая подгруппа считается достоверной идентификацией. Это приводит к трудностям в обеспечении надежной идентификации белков, например, если из белка идентифицируется только один пептид. 2) Пептиды, даже из одного и того же белка, вряд ли могут быть идентифицированы в протеомном эксперименте с одинаковой вероятностью [8]. Вероятность того, что пептид будет идентифицирован в стандартном протеомном эксперименте называется детектируемостью пептида [8]. 3) Многие пептидные последовательности, встречающиеся в типичном рабочем процессе протеомики, могут быть сопоставлены более чем с одним белком в базе данных. Их называют вырожденными или общими пептидами [9,10]. 4) Оценка частоты ложного обнаружения (False Discovery Rates - FDR) идентифицированных пептидов и белков также является весьма нетривиальной задачей. Некоторые подходы к оценке FDR на уровне пептидов включают создание ложных баз данных или неконтролируемую оценку условных распределений классов (распределения оценок PSM при правильной и ложной идентификации, соответственно). Однако большое количество PSM с низкой оценкой может создавать трудности в определении достоверности идентификации как пептидов, так и белков. Хотя методы оценки FDR на уровне пептидов хорошо описаны, вычисление FDR на уровне белков остается открытой проблемой [11, 12].

Процесс идентификации белков, присутствующих в биологическом образце, сегодня широко рассматривается и как проблема статистического вывода, и как проблема вывода белков [9, 10]. На сегодняшний день предложен ряд подходов для решения этой проблемы [9, 13-14]. Мы делим эти подходы на три большие группы:

1. Стратегии, основанные на правилах - методы, основанные на относительно небольшом наборе достоверно идентифицированных (уникальных) пептидов, которые впоследствии назначаются белкам.

2. Алгоритмы комбинаторной оптимизации - методы, которые полагаются на формулировку ограниченной оптимизации задачи вывода белков, приводящие, например, к минимальным спискам белков, которые покрывают некоторые или все достоверно идентифицированные пептиды.

3. Алгоритмы вероятностного вывода - методы, которые формулируют проблему вероятностно и назначают вероятности идентификации для каждого белка в базе данных.

В следующих разделах мы приводим обоснование разработки усовершенствованных алгоритмов вывода белков, а затем рассмотрим основные вычислительные стратегии. Все комбинаторные методы оптимизации представлены в рамках целочисленного программирования; с другой стороны, вероятностные алгоритмы резюмируются с использованием принципов байесовского вывода.

Основная часть. В большинстве экспериментов ЖХ-МС/МС, приводящих к потенциально большому количеству идентификаций белков, были сделаны выводы относительно влияния ошибочно идентифицированных белков на биомедицинскую науку. Это привело к созданию так называемого «правила двух пептидов» или правила двух совпадений, требующего наличия двух или более однозначно идентифицированных пептидов для определения достоверной идентификации белка [15]. Также рекомендовался принцип экономии в качестве объяснения достоверной идентификации пептидов и предлагалось, что «семейство белков» - белки со схожими последовательностями из-за вариантов одной аминокислоты, гомологов, вариантов сплайсинга или ошибок аннотации - следует рассматривать как одну группу, если белки имеют одни и те же идентифицированные пептиды. В принципе, одного правильного уникального пептида должно быть достаточно для правильной идентификации белка. Однако даже для низкого FDR, связанного

с набором пептидов, многие отдельные пептиды в большом наборе данных идентифицированы неправильно. Более того, белки, идентифицированные с помощью одиночных попаданий пептидов, с большей вероятностью будут идентифицированы неправильно, чем белки с более высоким пептидным покрытием. Сообщалось, что FDR для белков с однократным попаданием могут быть более чем в 10 раз выше, чем FDR на уровне PSM [16], вероятно, из-за кластеризации правильных идентификаций пептидов с правильными белками и отсутствия поведения кластеризации для неправильных пептидов [16]. Позже правило двух пептидов было оспорено по нескольким причинам [17]. Во-первых, хотя включение белков с однократным попаданием без строгого контроля качества может поставить под угрозу специфичность, игнорирование таких белков, безусловно, снизит чувствительность [17]. Во-вторых, контроль достоверности (FDR) на уровне пептидов и последующее вычисление белков с использованием эвристических правил приводит к неопределенным FDR на уровне белков [16, 17]. С другой стороны, контроль FDR непосредственно на уровне белка может спасти некоторые из надежных белков с единичным попаданием. Gupta и Revnzer продемонстрировали, что использование «правила одного пептида» приводит к увеличению количества идентификаций белков на 10-40% по сравнению с правилом двух пептидов при фиксированном уровне FDR [17]. Правило одного пептида просто использует пептид с наивысшей оценкой из белка в качестве балла для этого белка, а затем напрямую оценивает FDR на уровне белка (а не на уровне пептида) с использованием баз данных-приманок. Таким образом, любой белок, который имеет один или несколько пептидов с оценкой выше определенного порога, считается достоверным.

С помощью оценки FDR на уровне белка можно разработать более совершенные и более сложные правила для достижения еще более высокой чувствительности. Например, Weatherly и др. предложили установить отдельные пороги оценки для белков с разным количеством достоверных идентификаций пептидов. Для охвата 1 (то есть белков, пораженных отдельными пептидами) требовалось 44 балла по шкале MASCOT, а для охвата 6 баллов по шкале MASCOT всего 11 для того же FDR [18]. Несмотря на относительную простоту подходов, основанных на правилах, эффективность эвристических правил существенно ограничена из-за отсутствия строгой обработки и надлежащей комбинации баллов идентификации пептидов и предшествующих знаний.

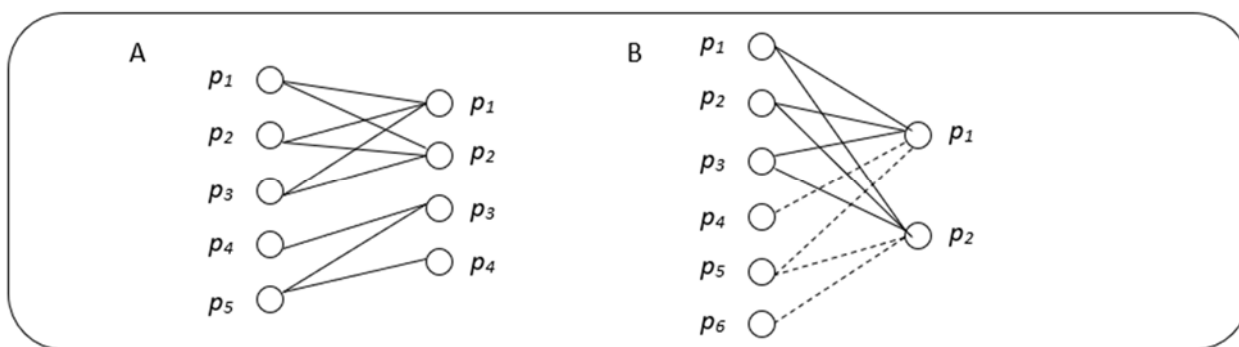
Комбинаторные алгоритмы оптимизации. Входные данные для этого класса алгоритмов обычно состоят из набора достоверно идентифицированных пептидов $\mathcal{C} = \{p_j | t_j = 1\}$ и базы данных белков \mathcal{P} . Цель таких алгоритмов состоит в том, чтобы предоставить список белков, который оптимизирует определенные критерии. Как правило, все такие постановки приводят к NP-трудным задачам и обычно решаются с помощью приближенных алгоритмов.

Задача минимального покрытия множества (Minimum set cover (MSC) problem): имея набор достоверных идентификаций пептидов \mathcal{U} и базу данных белков \mathcal{P} , необходимо найти наименьший список белков $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{P}$, чтобы каждый пептид из \mathcal{L} был назначен хотя бы одному белку из \mathcal{L} . Эта формулировка логического вывода белков идентична классической задаче информатики о минимальном покрытии множества, где при заданном наборе элементов (пептидов) \mathcal{U} и наборе подмножеств (белков) над \mathcal{U} , цель состоит в том, чтобы найти наименьшее (не обязательно уникальное) множество подмножеств, которые содержат все элементы в \mathcal{U} . Формулировку MSC удобно визуализировать с помощью двудольных графов (рисунок А). Используя представление графа, относительно легко увидеть, что оптимальное решение проблемы MSC также может быть предоставлено, если исходный граф разделен на связанные компоненты, а оптимальное решение MSC предоставляется отдельно для каждого компонента.

Хотя состав MSC основан на наборе достоверно идентифицированных пептидов, предполагается, что подмножество таких пептидов будет неправильной идентификацией. Этот факт дает мотивацию для подходов к частичному покрытию множества, где цель состоит в том, чтобы найти минимальный список белков, который охватывает не менее $100 \cdot c\%$ идентифицированных пептидов, где $0 < c \leq 1$ - параметр, задаваемый пользователем.

Задача частичного минимального частичного покрытия множества (Minimum partial set cover (MPSC) problem): имея набор достоверных идентификаций пептидов \mathcal{U} , базу данных белков \mathcal{P} и параметр c ($0 < c \leq 1$), необходимо найти список белков \mathcal{L} минимального размера такой, чтобы

по крайней мере $100 \cdot c\%$ идентифицированных пептидов относились к белкам из \mathcal{L} . Таким образом, оптимальные решения не могут быть гарантированы в ситуациях с большим количеством идентифицированных пептидов (каждый пептид из группы добавляет ограничение в формулировку задачи). Был предложен ряд алгоритмов аппроксимации, начиная от жадных алгоритмов до целочисленного программирования, и несколько таких алгоритмов были протестированы при выводе белков [19]. Формулировки задач MSC и MPSC приводят к ситуациям, когда невозможно различить белки, идентифицированные исключительно вырожденными пептидами (например, белки P1 и P2 на рисунке B). Nesvizhskii и Aebersold выделили несколько таких классов белков, назвав их неотличимыми белками, белками подмножества или объединяемыми белками [9].



Формулировка задачи о минимальном покрытии множества

Алгоритмы вероятностного вывода. Вероятностные подходы к выводу белков обычно состоят из двух этапов. Во-первых, оценки PSM преобразуются в вероятности PSM с использованием таких алгоритмов, как PeptideProphet. После этого этапа предварительной обработки выполняется вывод белков на основе предполагаемой вероятностной модели. С вероятностной точки зрения, вывод белков включает вычисление апостериорных вероятностей $P(y_i = 1|\mathcal{S})$ для каждого белка в множестве \mathcal{P} . К настоящему времени было предложено несколько классов вероятностных алгоритмов [10,20-22] с разными стратегиями и уровнями строгости в обращении к группам белков и различной производительностью во время выполнения. Мы подробно обсуждаем три основных вероятностных метода: ProteinProphet [10], MSBayesPro [20] и Fido [22], а также кратко упоминаем несколько других методов, основной целью является возможность выявить внутренние связи и принципиальные различия между методами.

ProteinProphet — это первый и наиболее широко используемый подход вероятностного вывода белков [10], по важности сопоставимый с первым инструментом автоматической идентификации пептидов - алгоритмом SEQUEST. ProteinProphet состоит из четырех основных этапов; вместе они преобразуют исходные вероятности PSM из PeptideProphet в вероятности идентификации пептидов, а затем объединяют вероятности идентификации пептидов для вывода белков.

Предварительная обработка. Для получения вероятностей идентификации белков в качестве входных данных необходимы вероятности идентификации пептидов. Здесь трудность состоит в том, чтобы получить вероятность идентификации одного пептида из нескольких спектров, сопоставленных с пептидом. Решение, используемое в ProteinProphet, состоит в том, чтобы просто взять максимальное значение среди вероятностей совпадения пептидного спектра для пептида j , то есть (1):

$$P(x_j = 1|\mathcal{S}_j) = \max_{s \in \mathcal{S}_j} P(x_j = 1|s) \quad (1)$$

где \mathcal{S}_j - набор спектров, идентифицированных для пептида j . Если пептиду не соответствует ни один спектр, т. е. если $\mathcal{S}_j = \emptyset$, тогда $P(x_j = 1|\mathcal{S}_j) = 0$.

Комбинирование вероятностей пептидов. Ключевой особенностью ProteinProphet является то, что вероятности белков рассчитываются, исходя из предположения, что идентификация пептидов является независимым доказательством присутствия белка i в образце, то есть (2):

$$P(y_i = 1|\mathcal{S}) = \prod_{j \in N(i)} (1 - P(x_j = 1|\mathcal{S}_j)) \quad (2)$$

где $N(i)$ — это набор пептидов, сопоставленных с белком i . Это предположение, однако, нелегко обосновать, поскольку идентификация пептидов не является статистически независимой. То есть, если один пептид из белка идентифицирован достоверно, вероятность того, что другой пептид из того же белка также будет идентифицирован, выше. Другая проблема с этим предположением заключается в том, что каждый вырожденный пептид учитывается по отношению ко всем белкам, которым он соответствует. Эти проблемы решаются с помощью следующих двух шагов.

Корректировка вероятности идентификации пептида. Чтобы устранить ограничение, обусловленное предположением о независимости, ProteinProphet заменяет $P(x_j = 1|\mathcal{S}_j)$ в приведенном выше уравнении на $P(x_j = 1|\mathcal{S})$. Разница между скорректированной вероятностью идентификации пептида $P(x_j = 1|\mathcal{S}_j)$ и исходной вероятностью идентификации пептида $P(x_j = 1|\mathcal{S})$ происходит из-за наличия других спектров (пептидов), сопоставленных с тем же белком, что и пептид j . Ожидается, что спектры изменят достоверность идентификации пептидов.

Корректировка для пептидной вырожденности. Чтобы обратиться к вырожденным пептидам, используется схема взвешивания для изменения вероятностей белков (3):

$$P(\gamma_i = 1|\mathcal{S}) = \prod_{j \in N(i)} (1 - \omega_{ij} \cdot P(x_j = 1|\mathcal{S}_j)) \quad (3)$$

где ω_{ij} — «пропорция» пептида j , назначенная белку i . Nesvizhskii и др. определили, что $\omega_{ij} = P(\gamma_i = 1|\mathcal{S}) / \sum_{i' \in N(j)} P(\gamma_{i'} = 1|\mathcal{S})$, где $N(j)$ — множество белков, содержащих пептид j . Этот этап корректировки соответствует принципу экономичности $\sum_{i \in N(j)} \omega_{ij} = 1$, то есть каждый пептид гарантированно получен только из одного белка.

Как первый вероятностный метод вывода для идентификации белков ProteinProphet оказался очень успешным и, как часть Trans-Proteomic Pipeline [23] остается наиболее широко используемым инструментом вывода белков. Несмотря на то, что вырожденные пептиды обрабатываются с помощью процедуры взвешивания, основанной на принципе экономии, ProteinProphet использует итерационный метод для получения этих весов и, в конечном итоге, дает разумные вероятности для белков.

Однако, поскольку ProteinProphet полагается на некоторые сильные предположения, например, взвешивания, основанного на принципе экономии, его результаты не всегда разумны со статистической точки зрения. Например, для набора белков с общими пептидами белок с уникальным пептидом, независимо от того, насколько мала вероятность идентификации, всегда доминирует над белком (белками) без уникальных пептидов [21].

MSBayesPro — это байесовская сеть, служащая генеративной моделью для данных. Структура высокого уровня сети проста (Белки – Пептиды – Спектры) и имитирует экспериментальный протокол в протеомике, где белки сначала перевариваются в пептиды, из которых генерируются спектры. Следовательно (4),

$$P(\gamma, x, \mathcal{S}) = P(\gamma)P(x|\gamma)P(\mathcal{S}|x) \propto P(\gamma)P(x|\gamma)P(x|\mathcal{S}) \quad (4)$$

где γ - вектор случайных индикаторных переменных для всех белков-кандидатов, x - вектор случайных индикаторных переменных, представляющих все пептиды из этих белков, а \mathcal{S} представляет данные, то есть все спектры, полученные в эксперименте. Связи Пептиды – Спектры определяются доступными показателями PSM (или вероятностями). Однако связи Белки – Пептиды определяются последовательностями пептидов и белков-кандидатов.

Модель MSBayesPro имеет важное свойство, заключающееся в том, что идентификация пептидов условно независима, учитывая присутствие родительских белков. Это не следует путать с предположением о независимости идентификации пептидов, используемым в ProteinProphet. Фактически, предположение об условной независимости в MSBayesPro приведет к незначительно зависимой идентификации пептидов, если два пептида имеют общие родительские белки прямо или косвенно через другие узлы пептида/белка (то есть, если два пептида находятся в связанном компоненте графа). Возможность обнаружения пептидов – еще одна важная отличительная черта MSBayesPro. Обнаруживаемость требуется для построения таблиц условного распределения между слоями белка и пептида и последующего вычисления апостериорных вероятностей для белков.

Однако для правильного использования обнаруживаемости важно учитывать влияние количества белка. Li и др. [24] предложили формулу корректировки количества для преобразования стандартной обнаруживаемости пептидов (5) в эффективную обнаруживаемость (6):

$$d_{ij}^0 = P(x_i = 1|\gamma_i) = 1, q_i = q^0 \quad (5)$$

$$d_{ij}(q) = P(x_i = 1|\gamma_i) = 1, q_i = q \quad (6)$$

где q_i – количество белка P_i , которое оценивается методом максимального правдоподобия или подходов согласования моментов.

MSBayesPro использует выборку Гиббса вместо точных вычислений, когда связанный компонент в байесовской сети большой. Важно отметить, что MSBayesPro также сообщает оценочные количества белка и маргинальные апостериорные вероятности для пептидов, которые обеспечивают более высокие баллы для измерения достоверности пептидов [20]. Таким образом, по своей сути MSBayesPro также является алгоритмом количественной оценки без меток.

Использование возможности обнаружения пептидов является одновременно и сильной, и слабой стороной MSBayesPro. Другой недостаток связан с вычислительной сложностью: для работы MSBayesPro с очень большими наборами данных необходимы эффективные алгоритмы аппроксимации.

Модель Fido [22,25] использует байесовскую сеть, но в первую очередь была разработана для быстрого вывода. Главный вклад этого метода состоит в двух преобразованиях графа, применяемых к каждому связанному компоненту: схлопыванию белковых узлов, которые связаны с идентичными наборами пептидов, и сокращению спектральных узлов (с параметрами, заданными пользователем), что приводит к разделению связанных компонентов. Также Fido позволяет применять передовые алгоритмы вероятностного вывода, например, алгоритм дерева соединений, который значительно улучшает вывод белков на больших графах.

Есть два основных различия в байесовских сетевых моделях, используемых Fido и MSBayesPro. Во-первых, неидентифицированные пептиды игнорируются в Fido, и параметр, не зависящий от последовательности, используется в качестве замены обнаруживаемости пептидов. Следовательно, результирующая байесовская сеть проще и быстрее. Во-вторых, в модель вводится еще один параметр b , который представляет собой априорную вероятность того, что пептид будет идентифицирован из искусственного «шумового» узла.

Одним из ограничений модели Fido является то, что она требует ложной (рандомизированной) базы данных для нахождения лучших значений параметров (α, β и γ - априорность наличия белков) путем комбинирования ROC-оптимизации с оценкой FDR.

Выводы. Наша главная цель состояла в том, чтобы представить задачи, анализ и возможные решения проблемы вывода белков. В заключение мы обсудим текущие вопросы оценки алгоритмов вывода белков, а затем рассмотрим идеальные подходы к выводу белков.

Оценка методов идентификации белков. Несмотря на развитие вычислительных методов идентификации белков, объективная оценка эффективности методов остается открытой проблемой. В настоящее время доступны две стратегии: использование стандартных образцов (смесей известных белков) и использование последовательностей белков-ловушек для оценки FDR на уровне белка. Оба подхода имеют свои ограничения. Преимущество использования стандартных образцов в том, что заранее известна правда; таким образом, меры точности, например, точность и полноту идентификации белков можно вычислить напрямую. Однако стандартные образцы часто страдают от примесных белков, и граница между истинной и ложной идентификацией белка размыта. Еще одним ограничением стандартных образцов является небольшое количество белков, что приводит к трудностям в оценке статистической значимости при сравнении методов.

Второй подход позволяет оценить частоту ложных обнаружений на уровне белков с помощью ложных баз данных (баз данных-приманок или баз данных-ловушек). Мы предлагаем подходить к использованию ложных баз данных для оценки алгоритмов идентификации белков с учетом двух недостатков. Во-первых, в отличие от подхода к базе данных-приманок для пептидов, база данных-приманка для белков не дает правильной оценки количества неверных идентификаций белков, когда правильные белки составляют значительную часть базы данных. В крайнем случае, когда все

белки в базе данных присутствуют в образце, все идентифицированные белки из прямой базы данных верны, несмотря на то, что многие пептиды неверно идентифицированы. С другой стороны, все идентифицированные белки из базы данных-приманок неверны. Таким образом, использование приманки напрямую приведет к ненулевому FDR, тогда как $FDR = 0$ является правильным ответом.

Эту проблему можно решить, скорректировав смещение из-за количества истинных белков в прямой базе данных. Пусть количество идентифицированных прямых и ложных белков будет n_F и n_D , а общее количество прямых (forward) и ложных (decoy) белков в базах данных будет N_F и N_D соответственно. FDR уровня белка в прямой базе данных будет FDR_P , а частота неверных идентификаций белка из прямой и ложной базы данных будет (7) и (8) соответственно:

$$\gamma_F = \frac{FDR_P \cdot n_F}{N_F - (1 - FDR_P) \cdot n_F} \quad (7)$$

$$\gamma_D = \frac{n_D}{N_D} \quad (8)$$

В отношении базы данных-приманок предполагается, что частота ложных определений белков идентична, следовательно, $\gamma_F = \gamma_D$. Решая это уравнение, находим (9)

$$\gamma_D = \frac{n_D \cdot (N_F - n_F)}{n_F \cdot (N_D - n_D)} \quad (9)$$

Важно отметить, что в этом уравнении есть поправочный коэффициент $(N_F - n_F)(N_D - n_D)$. Кроме того, как и ожидалось, при $N_F = n_F, FDR_P = 0$. Важно отметить, что для алгоритмов вероятностного вывода белков теоретические значения FDR белка могут быть вычислены на основе апостериорных вероятностей белка. Однако такие теоретические значения FDR являются точными только тогда, когда сообщенные апостериорные вероятности белков верны.

Вторая и более серьезная проблема для применения метода приманки связана с существованием семейств белков. Рандомизированная база данных не может служить хорошей приманкой для оценки методов на наборах данных, которые содержат множество вырожденных идентификаций пептидов. Причина в том, что такие пептиды обычно являются общими для прямых белков, но не для белков-ловушек. В результате рандомизированная база данных белков не может предоставить указания, правильны ли идентификации, сделанные среди гомологичных белков. По этой причине ожидается, что рандомизированная база данных-приманок будет недооценивать FDR для образцов эукариот, которые имеют большое количество общих пептидов. Проблема может быть решена с использованием хорошо построенной базы данных неслучайных последовательностей или использования тесно связанной базы данных протеома в качестве приманки.

Необходимость руководящих принципов для сравнения методов. Во-первых, надежная и объективная проверка результатов идентификации белков сама по себе является сложной задачей, поскольку оценка FDR все еще ненадежна. Во-вторых, из-за отсутствия согласованных руководящих принципов в литературе иногда встречаются несправедливые сравнения, которых можно избежать [26].

Чтобы решить эту проблему, мы предлагаем следующие принципы для сравнения алгоритмов вывода белков. Во-первых, по возможности следует использовать одинаковые или эквивалентные баллы идентификации пептидов в качестве входных данных для разных программ. Во-вторых, необходимо приложить усилия для предоставления входных данных, наиболее подходящих для каждого рассматриваемого алгоритма. В-третьих, следует использовать, по крайней мере, один стандартный набор данных смеси белков, и все известные белки в таких наборах данных должны быть включены в оценку методов вывода белков. Это позволит оценить алгоритмы логического вывода белков для белков, идентифицированных без каких-либо уникальных пептидов. Наконец, в идеальном сценарии большие наборы данных из сложных образцов неизвестных белков также должны использоваться для сравнения различных программ.

Окончательный подход к выводу белков. Несмотря на количество опубликованных работ, проблема вывода белков далека от решения. Мы считаем, что два аспекта имеют решающее значение для будущих подходов. Во-первых, модель должна быть вероятностной и с принципиальным подходом к вырожденным пептидам. Во-вторых, неидентифицированные пептиды должны использоваться с возможностью обнаружения пептидов, включенной в модель. Определение белка можно рассматривать как частный случай количественной оценки без метки белка. Фактически, идеальный алгоритм вывода должен автоматически быть алгоритмом количественной оценки, и наоборот. Мы считаем, что гораздо лучших результатов можно добиться, объединив задачи по анализу белков и количественной оценке в одну статистическую структуру.

Е. С. Голенко, А. А. Исмаилова

С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

МЫЛТЫҚТЫҢ ПРОТЕОМИКАСЫНДАҒЫ АҚУЫЗДАРДЫ ЖОЮ ҮШІН ЗАМАНАУИ ЕСЕПТІК СТРАТЕГИЯЛАРЫ

Аннотация. Бүгінгі таңда мылтықтың протеомикасы - биологиялық үлгілердегі протеомдарды сипаттайтын күшті тәсіл. Протеомика жоғарыдан төменге қарай стратегиясынан айырмашылығы, мылтық протеомикасы жоғары бөлу тиімділігімен және массаның спектрлік сезімталдығымен ерекшеленеді. Сонымен бірге, ол пептидтерді идентификациялауға, ақуыздарды идентификациялауға және этикеткасыз сандық анықтауға қажетті есептеу және статистикалық әдістерге жоғары талаптар қояды. Мылтық протеомикасының негізгі мақсаты - сұйық хроматографияны тандемді масс-спектрометриямен біріктіру арқылы әр ақуыздың пішіні мен мөлшерін анықтау. Эксперименттік мәліметтерді талдау және интерпретациялау протеомиканың соңғы және маңызды кезеңі болып табылады, сонымен қатар олар күрделі есептеу шешімдерін қажет ететін көптеген мәселелерді тудырады. Маңызды міндеттердің бірі, әрине, эксперименттік үлгідегі ақуыздарды анықтау. Әдетте, бұл тапсырма екі негізгі компонентке бөлінеді: ақуыздар базасынан алынған пептидтерге эксперименттік тандемдік масс спектрлерін беру кезеңі және пептидтерді ақуыздармен салыстыру және анықталған ақуыздардың сенімділігін сандық бағалау. Алынған мәліметтердің сенімділігін бағалау жеке, кем емес маңызды және күрделі міндет бола алатындығын ескерген жөн. Бұл мақалада біз ақуызды идентификациялауды тек статистикалық қорытынды мәселесі ретінде қарастыруды ұсынамыз, сонымен қатар оны шешуге болатын бірқатар әдістерді сипаттаймыз. Біз қолданыстағы тәсілдерді (1) ережеге негізделген әдістерге, (2) комбинаторлық оңтайландыру әдістеріне және (3) ықтималдық қорытындылау әдістеріне жіктейміз. Әдістерді ұсыну үшін бүтін бағдарламалау және байесиялық қорытынды жүйелері қолданылады. Сондай-ақ біз ақуызды идентификациялаудың негізгі мәселелерін талқылаймыз және осы мәселелерді шешудің мүмкін болатын жолдарын ұсынамыз.

Түйін сөздер: мылтықтың протеомикасы, ақуыздарды идентификациялау, масс-спектрометрия, LC/MS, ақуыздарды бөліп алу.

Y. S. Golenko, A. A. Ismailova

S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan

MODERN COMPUTATIONAL STRATEGIES FOR PROTEIN INFERENCE IN SHOTGUN PROTEOMIC

Abstract. Today, shotgun proteomics is a powerful approach to characterize proteomes in biological samples. Unlike the top-down proteomics strategy, shotgun proteomics is characterized by high separation efficiency and mass spectral sensitivity. At the same time, it places higher demands on the computational and statistical methods required for peptide identification, protein identification, and label-free quantification. The main purpose of shotgun proteomics is to identify the shape and amount of each protein by combining liquid chromatography with tandem mass spectrometry. The analysis and interpretation of experimental data is the final and most important stage in proteomics; they also generate a large number of problems that require complex computational solutions. One of the most important tasks, of course, is the identification of proteins present in the experimental sample. As a rule, this task is divided into two main components: the stage of assigning experimental tandem mass spectra to peptides obtained from the protein database, and the stage of comparing peptides with proteins and quantitative assessment of

the reliability of the identified proteins. It is also worth considering that the assessment of the reliability of the data obtained can be a separate, no less important and complex task. In this article, we propose to consider protein identification only as a problem of statistical inference, and also describe a number of methods that can be used to solve it. We classify the existing approaches into (1) rule-based methods, (2) combinatorial optimization methods, and (3) probabilistic inference methods. Integer programming and Bayesian inference frameworks are used to represent methods. We also discuss the main problems of protein identification and suggest possible solutions to these problems.

Keywords: shotgun proteomics, protein identification, mass spectrometry, LC/MS, protein inference.

Information about the authors:

Golenko Y.S., Doctoral Student, S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan; golenko.katerina@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-4643-4571>;

Ismailova A.A., Ph.D., Senior Lecturer, S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan; a.ismailova@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-8958-1846>

REFERENCES

- [1] Aebersold R. and Mann M. (2016) Mass-spectrometric exploration of proteome structure and function. *Nature* 537, 347–355. <https://doi.org/10.1038/nature19949>
- [2] Cravatt B.F., Simon G.M., Yates J.R. (2007) The biological impact of mass spectrometry-based proteomics. *Nature*, 450(7172):991-1000. <https://doi.org/10.1038/nature06525>
- [3] Choudhary C., Mann M. (2010) Decoding signaling networks by mass spectrometry-based proteomics. *Nat Rev Mol Cell Biol*, 11(6):427-439. <https://doi.org/10.1038/nrm2900>
- [4] Steen H., Mann M. (2004) The ABC's (and XYZ's) of peptide sequencing. *Nat Rev Mol Cell Biol*, 5(9):699-711. <https://doi.org/10.1038/nrm1468>
- [5] Lam H., Deutsch E.W., Eddes J.S., Eng J.K., Stein S.E., Aebersold R. (2008) Building consensus spectral libraries for peptide identification in proteomics. *Nat Methods*, 5(10):873-875. <https://doi.org/10.1038/nmeth.1254>
- [6] Klammer A.A., Reynolds S.M., Bilmes J.A., MacCoss M.J., Noble W.S. (2008) Modeling peptide fragmentation with dynamic Bayesian networks for peptide identification. *Bioinformatics* 24(13):i348-356. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btn189>
- [7] Resing K.A., Meyer-Arendt K., Mendoza A.M., Aveline-Wolf L.D., Jonscher K.R., Pierce K.G., Old W.M., Cheung H.T., Russell S., Wattawa J.L., et al. (2004) Improving reproducibility and sensitivity in identifying human proteins by shotgun proteomics. *Anal Chem*, 76(13):3556-3568. <https://doi.org/10.1021/ac035229m>
- [8] Tang H., Arnold R.J., Alves P., Xun Z., Clemmer D.E., Novotny M.V., Reilly J.P., Radivojac P. (2006) A computational approach toward label-free protein quantification using predicted peptide detectability. *Bioinformatics*, 22(14):e481-e488. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btl237>
- [9] Nesvizhskii A.I., Aebersold R. (2005) Interpretation of shotgun proteomic data: the protein inference problem. *Mol Cell Proteomics*, 4(10):1419-1440. <https://doi.org/10.1074/mcp.R500012-MCP200>
- [10] Nesvizhskii A.I., Keller A., Kolker E., Aebersold R. (2003) A statistical model for identifying proteins by tandem mass spectrometry. *Anal Chem*, 75(17):4646-4658. <https://doi.org/10.1021/ac0341261>
- [11] Elias J.E., Gygi S.P. (2007) Target-decoy search strategy for increased confidence in large-scale protein identifications by mass spectrometry. *Nat Methods*, 4(3):207-214. <https://doi.org/10.1038/nmeth1019>
- [12] Nesvizhskii A.I. (2010) A survey of computational methods and error rate estimation procedures for peptide and protein identification in shotgun proteomics. *J Proteomics*, 73(11):2092-2123. <https://doi.org/10.1016/j.jprot.2010.08.009>
- [13] Huang T., Wang J., Yu W., He Z. (2012) Protein inference: a review. *Brief Bioinform.* <https://doi.org/10.1093/bib/bbs004>
- [14] Serang O., Noble W.S. (2012) A review of statistical methods for protein identification using tandem mass spectrometry. *Stat Interface*, 5(1):3-20. <https://dx.doi.org/10.4310/SII.2012.v5.n1.a2>
- [15] Carr S., Aebersold R., Baldwin M., Burlingame A., Clauser K., Nesvizhskii A. (2004) The need for guidelines in publication of peptide and protein identification data: Working Group on Publication Guidelines for Peptide and Protein Identification Data. *Mol Cell Proteomics*, 3(6):531-533. <https://doi.org/10.1074/mcp.T400006-MCP200>

- [16] Reiter L., Claassen M., Schrimpf S.P., Jovanovic M., Schmidt A., Buhmann J.M., Hengartner M.O., Aebersold R. (2009) Protein identification false discovery rates for very large proteomics data sets generated by tandem mass spectrometry. *Mol Cell Proteomics*, 8(11):2405-2417. <https://doi.org/10.1074/mcp.M900317-MCP200>
- [17] Gupta N., Pevzner P.A. (2009) False discovery rates of protein identifications: a strike against the two-peptide rule. *J Proteome Res*, 8(9):4173-4181. <https://doi.org/10.1021/pr9004794>
- [18] Weatherly D.B., Atwood J.A., Minning T.A., Cavola C., Tarleton R.L., Orlando R. (2005) A heuristic method for assigning a false-discovery rate for protein identifications from Mascot database search results. *Mol Cell Proteomics*, 4(6):762-772. <https://doi.org/10.1074/mcp.M400215-MCP200>
- [19] He Z., Yang C., Yu W. (2011) A partial set covering model for protein mixture identification using mass spectrometry data. *IEEE/ACM Trans Comput Biol Bioinform*, 8(2):368-380. <https://doi.org/10.1109/TCBB.2009.54>
- [20] Li and Radivojac. (2012) Computational approaches to protein inference in shotgun proteomics. *BMC Bioinformatics* 13(Suppl 16):S4. doi:10.1186/1471-2105-13-S16-S4
- [21] Serang O., MacCoss M.J., Noble W.S. (2010) Efficient marginalization to compute protein posterior probabilities from shotgun mass spectrometry data. *J Proteome Res*, 9(10):5346-5357. <https://doi.org/10.1021/pr100594k>
- [22] Shteynberg D., Deutsch E.W., Lam H., Eng J.K., Sun Z., Tasman N., Mendoza L., Moritz R.L., Aebersold R., Nesvizhskii A.I. (2011) iProphet: multi-level integrative analysis of shotgun proteomic data improves peptide and protein identification rates and error estimates. *Mol Cell Proteomics*, 10(12): M111 007690. <https://doi.org/10.1074/mcp.M111.007690>
- [23] Deutsch E.W., Mendoza L., Shteynberg D., Farrah T., Lam H., Tasman N., Sun Z., Nilsson E., Pratt B., Prazen B., et al. (2010) A guided tour of the Trans-Proteomic Pipeline. *Proteomics*, 10(6):1150-1159. <https://doi.org/10.1002/pmic.200900375>
- [24] Li Y.F., Arnold R.J., Li Y., Radivojac P., Sheng Q., Tang H. (2008) A Bayesian approach to protein inference problem in shotgun proteomics. *The 12th Annual International Conference on Research in Computational Molecular Biology, RECOMB 2008: 2008; Singapore*, 167-180. https://doi.org/10.1007/978-3-540-78839-3_15
- [25] Serang O., Noble W.S. (2012) Faster mass spectrometry-based protein inference: junction trees are more efficient than sampling and marginalization by enumeration. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*. <https://doi.org/10.1109/TCBB.2012.26>
- [26] Fengchao, et al: Identification of modified peptides using localization-aware open search *Nat Commun*. 2020 Aug 13;11(1):4065. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-17921-y>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 66 – 73

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.22>

УДК 004.942

С. Т. Исраилова¹, А. А. Муханова¹, А. Ж. Сатыбалдиева²

¹Евразийский национальный университет им.Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан;

²Агротехнический университет имени С. Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан.

E-mail: israilova_st@mail.ru, ayagoz198302@mail.ru, satekbayeva@gmail.com

АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ПРЕДПРИЯТИЯ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ СБАЛАНСИРОВАННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Аннотация. В статье представлен алгоритм анализа и оценки эффективности бизнес-процессов предприятий. Современные предприятия должны иметь продуманную и эффективную систему управления своей деятельностью для устойчивой конкурентоспособности, что может быть достигнуто на основе определенных методических подходов. Прибыль, которая является целью функционирования казахстанских предприятий во многих случаях не может быть получена вследствие неправильной работы бизнес-процессов и выделения соответствующих ресурсов. Постоянная модернизация предприятий является финансово затратным решением проблемы обеспечения плановых доходов. При этом модернизация предприятия должна быть проведена только после глубокого анализа и оценки «узких» мест бизнес-процессов компании.

Цель исследования – определить методологию анализа и оценки бизнес-процессов казахстанских предприятий в сфере оказания услуг. Предлагаемая методика предназначена для выявления «проблемных» зон конкретных бизнес-процессов путем расчета средневзвешенных, интегральных и обобщенных показателей эффективности и результативности. Это позволяет оценить состояние как отдельных бизнес-процессов предприятий, так и их совокупности, а также задать приоритеты управленческих действий по их улучшению. Хотя предыдущие исследования пытались использовать инструменты и модели для визуализации технологического бизнес-планирования, ограниченное предыдущее исследование было сосредоточено на моделировании стратегического планирования. Из-за проблем, связанных с отсутствием руководящих принципов для моделирования бизнес-стратегии, необходим целостный подход. С помощью системы сбалансированных показателей проведена оценка эффективности и результативности бизнес-процессов по заданным критериям и показатели позволяют отслеживать текущую деятельность предприятия и оценивать эффективность его операций в любой момент времени.

Ключевые слова: процессный подход, бизнес-процессы, оптимизация бизнес-процессов, реинжиниринг, система сбалансированных показателей, эффективность.

Введение. Система управления предприятия должна быть нацелена на повышение эффективности функционирования, то есть на анализ эффективности и принятия решений в компании. Это поможет выявить и устранить причины существующих несоответствий, а также определить их возможное возникновение. Процессный подход – эффективное и актуальное средство достижения конкурентных преимуществ, поскольку он фокусирует деятельность предприятия на бизнес-процессах, и ориентирует систему управления предприятием на управление каждым бизнес-процессом в отдельности и их совокупностью на предприятии в целом в рамках определенных проектов, которые реализуются на предприятии.

Проблема внедрения бизнес-процессов на предприятиях актуальна для стран с разным уровнем экономического развития. В частности, Nam D., Lee J., Lee H. разработали интеграционную модель внедрения бизнес-процессов и провели тестирование со 170 корейскими фирмами [1]. Анализ подтвердил целесообразность внедрения бизнес-процессов на всех этапах управления предприятием.

Marrella A., Mecella M., Pernici B., Plebani P. в своих исследованиях предложили модель Case Management and Notation, где в основе лежит количественная оценка дистанции между моделью процесса принятия решений и полным достижением уровня устойчивости [2].

Antunes и Mourão разработали структуру устойчивости, основанную на двух критериях: контроль, который может быть смешанным, или дискреционным и ответным, с учетом запланированных и незапланированных действий. Авторами разработан набор сервисов, объединяющих поддержку устойчивости в системах управления бизнес-процессами (BPM), включая обнаружение, диагностику, восстановление и эскалацию [3]. Marrella A., Mecella M., Sardina S. предложили SmartPM - модель и прототип автоматизированной системы управления предприятием, содержащую набор методов поддержки автоматизированной адаптации наукоемких процессов во время выполнения. Еще одно доказательство того, что бизнес-процессы связаны с важным объектом управления [4].

Абделькафи и Тойшер предложили бизнес-модель устойчивого развития, направленная на создание ценности для различных заинтересованных сторон и естественной окружающей обстановки [5]. Эта модель основана на создании расширенной петли обратной связи между ценностью для потребителя, стоимостью компании и ценностью для окружающей среды. Chapman R. L., Soosay C., Kandampully, J. в своей работе утверждали, что бизнес-процессы играют важную роль в инновационных сервисных логистических услугах, основанных на сервисе, трансформированные из бизнес-концепции транспортировки в сервис для всех логистических нужд клиентов [6].

Ученые из Латвии Bikse V., Lusena - Ezera I., Rivza B. провели исследование по созданию инновационных предприятий и внедрению бизнес-процессов в их деятельность [7]. Они рассмотрели реализацию стартапов и связали концепцию стартапа с бизнес-инкубатором, что указывает на перспективы развития инновационной инфраструктуры в стране.

В работе Fomina I. G., Makolski M. S. анализируется инновационное сотрудничество между университетами и высокотехнологичными предприятиями России [8]. Установлено, что уровень инновационного развития России была одной из самых низких в мире и новая модель делового партнерства между учебными заведениями и высокотехнологичными компаниями основана на внедрении эффективного управления бизнес-процессами.

Burukhina O. S., Serbin S. A., Vartanyan S. V., Maltceva I. N. разработали современную концепцию внедрения бизнес-процессов в деятельность нескольких фирм, в частности Студенческий конкурс MultiComfort House», проводимый Sen-Goben ISOVER [9]. Kinash I. P., Arkhyrova L. M., Polyanska A. S., Dzoba O. G., Andrusiv U. Y., Iuras I. I. предложили метод экономической оценки развития туристических предприятий, которая подтверждает, что бизнес-процессы должны быть внедрены на всех уровнях системы менеджмента [10]. Ученые представили методику оценки конкурентоспособности предприятия, где доказали актуальность внедрения новых бизнес-процессов в систему менеджмента.

Dovgal O. V., Kravchenko M. V., Demchuk N. I., Odnoshevnaya O. A., Novikov O. Y., Andrusiv U. Y., Poradynets I. R. утверждали, что процессный подход требует от руководства предприятия к принятию мер по адаптации к изменениям и, как следствие, по улучшению бизнес-процессов [11].

В исследовании Andrusiv U., Galtsova O. предложен методический подход к оценке уровня инновационной активности предприятий, где основной упор делался на реализацию бизнес-процессов на всех уровнях управления предприятием [12]. Cherchata A. подчеркнул разделение экономических категорий «Производительность» и «эффективность» в процессе оценки бизнес-процессов, потому что эффективность и результативность определяют разные аспекты их функционирования [13]. При проектировании предлагается использовать концепцию сбалансированной системы показателей (ССП).

Методы исследования. Процессно-ориентированное управление определяется как один из эффективных инструментов управления предприятием в трудах многих ученых, но в них недостаточно сформирована информация аналитические основы управления бизнес-процессами. Целевая модель данной работы разрабатывает набор информационно-аналитических, методологических и практических аспектов обоснования поэтапного подхода к идентификации и управлению бизнес-процессами на предприятии и создание механизма оценки выполнения процесса, подхода, предполагающего формирование оценочных показателей бизнес-процессов предприятия.

Результаты исследований. Для эффективного управления необходимо контролировать и оценивать состояние бизнес-процессов. Поскольку любые изменения условий или результатов бизнес-процессов могут быть определены только при наличии соответствующих критериев и методов их измерения. В этом случае большое значение имеет поиск слабых мест (узких мест) бизнес-процессов с помощью конкретных показателей. В результате первоочередной задачей в этом аспекте является создание системы показателей эффективности и результативности бизнес-процесса, учитывающие специфику предприятия. На основе измерения и анализа эффективности и результативности существующих бизнес-процессов разрабатываются мероприятия по их совершенствованию с использованием соответствующих механизмов и инструментов. Ниже представлена разработанная методика оценки бизнес-процессов предприятия для выявления бизнес-процессов, требующих изменений (рисунок). Она основана на идее известной Сбалансированной системы показателей (ССП) Каплана и Нортон [14].

Суть методики заключается в следующем: эффективность и результативность бизнес-процессов определяется на основе значений найденных показателей в контексте предложенных критериев. В случае, если значения производительности и эффективности бизнес-процессов ниже допустимого показателя по предложенной шкале, предлагается их улучшить. Расчеты для оценки бизнес-процессов предприятия рекомендуется проводить на следующих этапах (рисунок).

В первую очередь сформируем показатели эффективности и результативности бизнес-процессов на основе концепции СПП. Выбор критериев эффективности и результативности имеет важное значение при оценке эффективности и результативности бизнес-процессов.

Критерий – это качественный признак, благодаря которому проводится оценка эффективности и/или результативности, классификация (объекта исследования) и количественное измерение.

Результативность – это мера достижения цели как таковой, а эффективность – мера оптимизации затрат на ее достижение, характеризующая отношение полученного экономического эффекта (результата) к затратам ресурсов, обеспечивающих достижение этого результата.



Пошаговый алгоритм анализа и оценки бизнес-процессов предприятия с помощью СПП

Следующим этапом сформируем показатели эффективности и результативности в контексте критериев ССП. Критерий - это признак явления, позволяющий идентифицировать его параметры. Показатель - это количественное описание явления. Точка критерия отражает качественную сторону измеряемого признака, а показатель – его количественное значение.

Далее необходимо определение нормированных оценок эффективности бизнес-процессов (K_i). Соотношение между фактическими и плановыми значениями по каждому показателю рассчитывается по уравнению (1) следующим образом:

$$K_i = \frac{X_n}{Y_n} \quad (1)$$

где K_i – относительная единица i -го показателя процесса; X_n – фактическое значение показателя, а Y_n – плановое значение показателя.

При этом плановые значения по каждому показателю устанавливаются на начало отчетного периода. Фактические значения определяются по результатам в конце периода. Периоды оценки эффективности и результативности зависят от специфики бизнес-процесса и могут быть ежемесячными, ежеквартальными, полугодовыми или годовыми. Правильно выбранный период оценки (с использованием сравнения фактические и плановые значения показателей) позволяет не только своевременно выявлять несоответствия в бизнес-процессе, но и предотвращать их возникновение.

Следующий шаг является взвешивание и ранжирование по Аналитической иерархии процессов Саати показатели эффективности и результативности бизнес-процессов. Поскольку определенные показатели, являющиеся отображением влияния определенных факторов на состояние бизнес-процессов предприятия, по-разному влияют на достижение стратегических целей предприятия. Поэтому их следует ранжировать по степени важности. Для этой цели используем Аналитическую иерархию процессов Саати, которая основывается на парном сравнении показателей, характеризующих состояние тех или иных бизнес-процессов по девятибалльной шкале. Этот метод относится к классу критериев и занимает особое место в связи с тем, что позволяет снизить степень субъективности экспертных оценок.

После взвешивания и ранжирования необходимо определить средневзвешенный показатель эффективности и результативности конкретного операционного бизнес – процесса (I_j) в рамках критериев ССП. После определения нормализованных показателей состояния бизнес-процесса (по критериям первого этапа) и установления весовых коэффициентов этих показателей методом взвешенной суммы оценок определяется средневзвешенный показатель эффективности и результативности бизнес-процесса с фиксированными значениями по каждому предлагаемому критерию ССП:

$$I_j = \sum_{i=1}^n K_i \times w_i \quad (2)$$

где I_j – средневзвешенный показатель эффективности и результативности конкретного операционного бизнес-процесса в рамках j -го критерия ССП; K_i нормированная оценка i -го показателя бизнес-процесса; W_i – весовой коэффициент показателя, n -количество показателей.

Теперь, в алгоритме является определение интегральных показателей эффективности и результативности конкретного операционного бизнес-процесса (GI_{BP}) по шкале Харрингтона. Интегральный показатель эффективности и результативности операционного бизнес-процесса в целом представляет собой сумму средневзвешенных показателей эффективности и результативности по всем выбранным критериям ССП и рассчитывается по формуле:

$$GI_{BP} = \sum_{j=1}^n I_{jBSC} \quad (3)$$

где GI_{BP} – интегральный показатель эффективности и результативности операционного бизнес-процесса; I_{BSC} средневзвешенный показатель эффективности и результативности исследуемого операционного бизнес-процесса в рамках j -го критерия ССП, а m - количество оцениваемых критериев ССП.

Далее, необходимо оценить состояние бизнес-процесса на основе интерпретации результатов по выбранной шкале. Рассчитанные по формуле (3) интегральные показатели эффективности и результативности исследуемых бизнес-процессов GI_{BP} имеют значения, варьирующиеся от 0 до 1.

Поэтому они должны быть качественно интерпретированы для определения управленческих действий по бизнес-процессам. В связи с этим в качестве основы для интерпретации показателей требуется серийная шкала. Она должна быть представлена в виде набора символов, отношения между которыми отражаются отношения между объектами эмпирической системы. Интерпретацию показателей эффективности и уровня эффективности бизнес-процесса предприятия предлагается производить с использованием шкалы Харрингтона: справедливый: $0,37 < I_C < 0,63$; хороший: $0,63 < I_C < 0,8$; очень хорошо: $0,8 < I_C < 1$; плохие: $0,2 < I_C < 0,37$; очень плохой: $0 < I_C < 0,2$.

Определим общий показатель эффективности и эффективности функционирования тела бизнес-процессов (I_C). После определения интегральных показателей эффективности и результативности бизнес-процессов предприятия рассчитывается общий показатель совокупности бизнес-процессов предприятия по уравнению (4) следующим образом:

$$I_C = \sum_{i=1}^k GI_{BP}/k \quad (4)$$

где I_C – общий показатель эффективности и результативности бизнес-процессов; GI_{BP} – интегральный показатель эффективности и результативности бизнес-процессов; k – количество исследуемых бизнес-процессов.

Теперь диагностируем состояния тела бизнес-процесса на основе интерпретации результатов в выбранном масштабе:

После расчета значения общего показателя общей эффективности бизнес-процессов и эффективности предприятия на 7-м этапе шкалы Харрингтона определяется уровень совокупного операционного состояния бизнес-процессов предприятия. Таким образом, после оценки показателей эффективности и результативности бизнес-процессов определяется уровень эффективности и результативности бизнес-процессов в соответствии с заданной шкалой. Кроме того, есть предлагаемые действия в определенной степени, бизнес-процесс и тело бизнес-процессов компании в зависимости от степени отклонения полученной количественной оценки бизнес-процесса (процессов) от определенных пределов по шкале Харрингтона. Кроме того, должен быть проведен анализ изменения интегральных показателей эффективности и результативности исследуемых бизнес-процессов в динамике. Это позволит сформулировать обоснованные выводы о факторах и управленческих действиях, влияющих на деятельность компании и на путь ее развития.

Оценка эффективности и результативности бизнес-процессов предприятия предусматривают установление плановых значений, определение фактических значений и значимости каждого показателя в рамках выявления бизнес-процессов. В соответствии с этой методикой формируется перечень показателей и критериев деятельности компании. Кроме того, акцентируется внимание на бизнес-процессах, связанных с основной (операционной) деятельностью компании. Выделены бизнес-процессы отбора кандидатов на государственную должность, технического сопровождения информационной системой кадрового делопроизводства. Производительность и эффективность бизнес-процессов для каждого критерия ССП (I_{JBC}) рассчитывается по формуле (2). K_i вычисляется по формуле (1). Следует отметить, что отдельные показатели эффективности и результативности являются прямыми, то есть их значение возрастает с улучшением деятельности предприятия и обратное, значение которого уменьшается с падением улучшения активности предприятия. Поэтому предлагается использовать усовершенствованную формулу для расчета нормализованного оценочного показателя K_i для конкретных показателей: для показателей, снижение которых приводит к лучшим результатам:

$$K_i = 1 - \frac{X_n}{Y_n}$$

где K_i – нормированная оценка i -го показателя процесса; X_n – фактическое значение показателя; Y_n – плановое значение показателя. Для показателей, снижение которых приводит к худшим результатам:

$$K_i = \frac{X_n}{Y_n}$$

Для показателей, увеличение которых приводит к лучшим результатам:

$$K_i = 1 - \frac{Y_n}{X_n}$$

Для показателей, повышение которых приводит к худшим результатам:

$$K_i = \frac{Y_n}{X_n}$$

По коэффициенту конкордации Кендалла подтверждается степень достоверности проведенной экспертизы по каждому аспекту системы показателей ССП. После чего рассчитывается интегральный показатель эффективности и результативности операционных бизнес-процессов предприятия по каждому критерию ССП. В исследовании использовались операционные и обеспечивающие бизнес-процессы.

Заключение. Таким образом, оценивается влияние отдельных групп показателей на каждый критерий ССП и проводится интегральная оценка эффективности и результативности исследуемых бизнес-процессов.

Процессно-ориентированное управление предприятиями базируется на бизнес-процессах. Процессный подход включает в себя не только описание бизнеса как взаимосвязанной сети бизнес-процессов, но и непрерывный мониторинг, управление и совершенствование бизнес-процессов. По сути, управление предприятием – это выявление внешних и внутренних событий, влияющих на параметры бизнес-процессов, а также целенаправленное регулирование этих параметров для достижения поставленных целей. Соответственно, показатели эффективности деятельности компании являются оценочными критериями влияния управленческого воздействия на бизнес-процессы. Правильная идентификация и рациональная организация, своевременное исследование и оценка бизнес-процессов позволяют выявить «проблемные» зоны и принять эффективные управленческие решения. В связи с этим предложена методика, позволяющая анализировать и оценивать эффективность бизнес-процессов предприятия. Расчет эффективности и результативности индивидуального бизнеса, процессы и его тело позволяют получать и агрегировать данные об уровне достижения целей как отдельных бизнес-процессов, так и синергетических целей тела бизнес-процессов. Информация о результативности и эффективности бизнес-процессов является основой для принятия управленческих решений. Кроме того, он используется для оперативного управления бизнес-процессами, анализа и совершенствования деятельности предприятия.

С. Т. Исраилова¹, А. А. Муханова¹, А. Ж. Сатыбалдиева²

¹Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан;

²С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан

ТЕҢДЕСТІРІЛГЕН КӨРСЕТКІШТЕР ЖҮЙЕСІ БОЙЫНША КӘСІПОРЫННЫҢ БИЗНЕС-ПРОЦЕСТЕРІНІҢ ТИІМДІЛІГІН БАҒАЛАУ АЛГОРИТМДЕРІ

Аннотация. Мақалада кәсіпорындардың бизнес-процестерінің тиімділігін талдау және бағалау алгоритмі келтірілген. Қазіргі заманғы кәсіпорындарда белгілі бір әдістемелік тәсілдер негізінде қол жеткізуге болатын тұрақты бәсекеге қабілеттілік үшін олардың қызметін басқарудың ойластырылған және тиімді жүйесі болуы керек. Қазақстандық кәсіпорындардың жұмыс істеу мақсаты болып табылатын пайда көптеген жағдайларда бизнес-процестердің дұрыс жұмыс істеуі және тиісті ресурстардың бөлінуі салдарынан алынбайды. Кәсіпорындарды тұрақты жаңғырту жоспарлы кірістерді қамтамасыз ету проблемасының қаржылық шығынды шешімі болып табылады. Бұл ретте кәсіпорынды жаңғырту компанияның бизнес-процестерінің "тар" жерлерін терең талдау мен бағалаудан кейін ғана жүргізілуі тиіс.

Зерттеу мақсаты-қызмет көрсету саласындағы Қазақстандық кәсіпорындардың бизнес-процестерін талдау және бағалау әдістемесін анықтау. Ұсынылған әдістеме тиімділік пен нәтижеліліктің орташа өлшемді, интегралдық және жалпыланған көрсеткіштерін есептеу арқылы нақты бизнес-процестердің "проблемалық" аймақтарын анықтауға арналған. Бұл кәсіпорындардың жеке бизнес-процестерінің жай-күйін де, олардың жиынтығын да бағалауға, сондай-ақ оларды жақсарту бойынша басқару іс-әрекеттерінің басымдықтарын

белгілеуге мүмкіндік береді. Алдыңғы зерттеулер технологиялық бизнесті жоспарлауды визуализациялау үшін құралдар мен модельдерді қолдануға тырысқанымен, шектеулі алдыңғы зерттеулер стратегиялық жоспарлауды модельдеуге бағытталған. Бизнес-стратегияны модельдеуге арналған нұсқаулықтардың болмауына байланысты проблемаларға біртұтас тәсіл қажет. Теңгерімді көрсеткіштер жүйесін қолдана отырып, берілген критерийлер бойынша бизнес-процестердің тиімділігі мен тиімділігін бағалау жүргізілді және көрсеткіштер кәсіпорынның ағымдағы қызметін бақылауға және кез-келген уақытта оның жұмысының тиімділігін бағалауға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: процестік тәсілдер, бизнес-процестер, бизнес-процестерді оңтайландыру, реинжиниринг, теңгерімді көрсеткіштер жүйесі, тиімділік.

S. Israilova¹, A. Mukhanova¹, A. Satybaldiyeva²

¹L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan;

²Saken Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan

ALGORITHMS FOR EVALUATING THE EFFICIENCY OF THE BUSINESS PROCESSES OF ENTERPRISE BASED ON A BALANCE SCORE CARD

Abstract. The article presents an algorithm for analyzing and evaluating the effectiveness of business processes of enterprises. Modern enterprises must have a well-thought-out and effective system of managing their activities for sustainable competitiveness, which can be achieved on the basis of certain methodological approaches. The profit that is the purpose of the functioning of Kazakhstan enterprises in many cases cannot be obtained, due to the incorrect operation of business processes and the allocation of appropriate resources. Constant modernization of enterprises is a financially costly solution to the problem of ensuring planned income. At the same time, the modernization of the enterprise should be carried out only after a deep analysis and assessment of the "bottlenecks" of the company's business processes.

The purpose of the study is to determine the methodology for analyzing and evaluating the business processes of Kazakhstani enterprises in the field of service provision. The proposed methodology is designed to identify "problem" areas of specific business processes by calculating weighted average, integral and generalized indicators of efficiency and effectiveness. This allows you to assess the state of both individual business processes of enterprises and their totality, as well as to set priorities for management actions to improve them. While previous research has attempted to use tools and models to visualize technological business planning, limited previous research has focused on strategic planning modeling. Due to the problems associated with the lack of guidelines for business strategy modeling, a holistic approach is needed. Using the balanced scorecard evaluated the efficiency and effectiveness of business processes on criteria and indicators allow you to monitor current activity and to evaluate the effectiveness of its operations at any time.

Keywords: process approach, business processes, business process optimization, reengineering, balanced scorecard, efficiency.

Information about authors:

Israilova Salima Timurlanovna, 3rd year doctoral student of specialty "information system" of L.N.Gumilyov Eurasian National University, Satbayev str, 2, Nur-Sultan, 010000, Kazakhstan. E-mail: israilova_st@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4748-8683>;

Mukhanova Ayagoz Asanbekovna, Ph.D., Associate Professor of the Department "Information systems", L.N. Gumilyov Eurasian national university, Satbayev str, 2, Nur-Sultan, 010000, Kazakhstan. E-mail: ayagoz198302@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3987-0938>;

Satybaldiyeva A., PhD, Senior Lecturer of Department "Information systems", S. Seifullin Agrotechnical University, satekbayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5740-7934>

REFERENCES

- [1] Nam D., Lee J., Lee H. (2019) Business analytics adoption process: An innovation diffusion perspective. *International Journal of Information Management*, 49:411-423. DOI: 10.1016/j.ijinfomgt.2019.07.017 (in Eng.).
- [2] Marrella A., Mecella M., Pernici B., Plebani P. (2019). A design-time data-centric maturity model for assessing resilience in multi-party business processes. *Information Systems*, 86:62-78. DOI: 10.1016%2Fj.is.2018.11.002 (in Eng.).
- [3] Antunes P., Mourão H. (2011). Resilient business process management: Framework and services. *Expert Systems with Applications*, 38(2):1241-1254. DOI: 10.1016/j.eswa.2010.05.017 (in Eng.).

- [4] Marrella A., Mecella M., Sardina S. (2017). Intelligent process adaptation in the SmartPM system. *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology*, 8(2):25-32. DOI: 10.1145/2948071 (in Eng.).
- [5] Abdelkafi N., Täuscher K. (2016). Business models for sustainability from a system dynamics perspective. *Organization and Environment*, 29(1):74-96. DOI: 10.1177/1086026615592930 (in Eng.).
- [6] Chapman R. L., Soosay C., Kandampully J. (2003). Innovation in logistic services and the new business model: A conceptual framework. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 33(7):630-650. DOI: 10.1108/09600030310499295 (in Eng.).
- [7] Bikse V., Lusena - Ezera I., Rivza B. (2018). Innovative start-ups: Challenges and development opportunities in latvia. *International Journal of Innovation Science*, 10(2):261-273. DOI: 10.1108/IJIS-05-2017-0044 (in Eng.).
- [8] Fomina I. G., Makolski M. S. (2017). Strategic partnership of universities and high-tech enterprises by the example of the innovative project "RFID systems (RFID) identification of vehicles". *Proceedings of the 2017 IEEE Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference*, St. Petersburg, Russian Federation. P. 1332.
- [9] Burukhina O. S., Serbin S. A., Vartanyan S. V., Maltceva I. N. (2019). Modern tendencies in design of public spaces in term of sustainable development. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Ekaterinburg, Russian Federation. N. 012040.
- [10] Kinash I. P., Arkhypova L. M., Polyanska A. S., Dzoba O. G., Andrusiv U. Y., Iuras I. I. (2019). Economic evaluation of tourism infrastructure development in ukraine. Paper presented at the *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Banja Luke, Bosnia and Herzegovina. N. 012020
- [11] Dovgal O. V., Kravchenko M. V., Demchuk N. I., Odnoshevnaya O. A., Novikov O. Y., Andrusiv U. Y., Popadynets, I. R. (2017). Methods of competitiveness assessment of agricultural enterprise in eastern europe. *Regional Science Inquiry*, 9(2):231-242 (in Eng.).
- [12] Andrusiv U., Galtsova O. (2017). Evaluation of innovation activity of construction enterprises. *Scientific bulletin of Polissia*, 3(11):204- 215 (in Eng.).
- [13] Cherchata A. (2016). Formation of Indicators of Resultativity and Effectiveness of Business Processes on the Basis of the Balanced Scorecard (BSC) Concept. *Scientific Bulletin of Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas (Series: Economics and Management in the Oil and Gas Industry)*, 2(14):37-143. DOI: 10.5267/j.msl.2019.9.016 (in Eng.).
- [14] Kaplan R. S., Norton D. P. (1992). The Balanced Scorecard – Measures then drive Performance. *Harvard Business Review*, 70(1):71-79 (in Eng.).

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 74 – 82

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.23>

УДК 519.61

А. А. Абдурахимова¹, Н. М. Касымбек¹, О. Ж. Мамырбаев²

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы;

²ҚР БҒМ ҒК ақпараттық және есептеу технологиялары институты, Алматы

ILU (0) - CG ӘДІСІМЕН ПУАССОН ТЕҢДЕУІНІҢ САНДЫҚ ШЕШІМІН ТАЛДАУ

Аннотация. Әдістің жинақталу мәселесі – итерациялық әдістердің сапасын зерттеу кезінде пайда болатын негізгі сұрақ болып табылады. Жүйелерді итерациялық әдістермен шешу тиімділігіне шешілетін теңдеулер жүйесінің алғышартталуы тікелей әсер етеді. Тиімдірек шешімді қамтамасыз ету үшін алғышарттағыштар қолданылады.

Қазіргі уақытта алғышарттағыштардың көптеген түрлері белгілі, мысалы, жүйе матрицасын аппроксимациялау негізіндегі алғышарттағыштар: ILU, IQR және ILQ; кері матрицаның жуықтауына негізделген Үй-жайлар: көпмүшелік, сирек толтырылатын кері матрицаның жуықтауы (мысалы, AINV), кері матрицаның факторлық формасындағы жуықтаулар (мысалы, FSAI, SPAI және т.б.).

Бұл мақалада екі өлшемді Пуассон теңдеуін шешу мысалында CG және ILU(0) алғышарттағышы қосылған CG әдістеріне талдау жасалады. CG әдісі жалпы жағдайда кез келген сызықтық теңдеулер жүйесін шешуге арналған. Мақалада алғышарттағыш ретінде ILU(0) таңдалды. Толық емес LU ыдырауы (ILU(0)) тиімді алғышарттағыш болып табылады және оңай іске асырылады. CG және басқа да итерациялық әдістердің жинақталуын тездету үшін, яғни, итерациялар санын азайту үшін шешілетін жүйені алғышарттайды. ILU(0) алғышарттағышы LU ыдырауының көмегімен өте оңай табылады. Сызықтық түрге келтірілген матрица сирек толтырылған болғандықтан матрицаны жадыда сақтау үшін CSR форматы қолданылды. CG алгоритміне қарағанда ILU(0)+CG, яғни, алғышарттағыш қосылған алгоритм 5-8 есе жылдам жинақталды. Жұмыс нәтижесінде ILU(0) алғышарттағышы көмегімен итерациялық алгоритмдердің жинақталуын жылдамдатуға болатыны көрсетілді.

Түйін сөздер: CG, ILU-факторизация, ILU(0)- алғашарттағыш, Пуассон теңдеуі, CSR пішімі.

Кіріспе. Сирек матрицалар алгебрасының, атап айтқанда, математикалық физикалық есептерін шығарудағы өзекті мәселелерінің бірі $Ax = b$ түріндегі сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін (САТЖ) шешу болып табылады, мұндағы A – $n \times n$ өлшемді симметриялы оң анықталған сирек матрицасы, b – n өлшемді вектор, x – n өлшемінің белгісіз векторы. Жүйенің шешімі x векторы болып табылады [1].

САТЖ шешу әдістерін тікелей және итерациялық деп бөлуге болады. Итерациялық әдістер үлкен өлшемді есептерді шешуде қолданылады, мұнда жадтың шектеулеріне және есептеу уақытына байланысты тікелей әдістерді қолдану мүмкін емес.

Итерациялық әдістің мәні САТЖ-ның нақты нәтижесін табуға арналған $\{x^{(k)}, k = 1, 2, \dots\}$ жуықтау тізбегін құру болып табылады. Әдістің конвергенциясы дегеніміз – берілген тізбектің кез келген $x^{(0)}$ бастапқы жуықтаудағы жүйенің нақты шешіміне жақындауы.

Hestenes and Stiefel (1952) NBS зерттеу журналында CG (Conjugate Gradient) деп аталатын САТЖ шешудің итерациялық әдісін ұсынды [2]. CG – конъюгацияланған градиенттер әдісі, САТЖ шешудің сандық әдісі, Крылов типіндегі итерациялық әдіс.

CG алгоритмі. Жүйе түрі:

$$Ax = b \tag{1}$$

Итерация тоқтау шарты: $\|x^{(s)} - x^{(s-1)}\| < \varepsilon_1$,

Мұндағы: $x^{(s)}$ - s нөмірімен итерацияда алынған жақындату, x^{s-1} – алдыңғы итерацияда алынған жуықтау. ε_1 - әдістің дәлдік параметрі. Сондай-ақ, салыстырмалы тепе-теңдік нормасының аздығы жағдайында тоқтау қолданылады:

$$\frac{\|r_i\|}{\|b\|} \leq \varepsilon \quad (9)$$

CG ILU(0) алғашарттағыш. Әдісте итерация санын азайту үшін алғашарттағыш қолданылады - бұл сызықтық теңдеулер жүйесінің модификациясы, әр түрлі әдістерді қолдану арқылы жүйенің шешімін жеңілдетеді.

Бұл жұмыста бастапқы жүйені (1) белгілі бір M^{-1} матрицасына көбейту арқылы алғашарттағыш қарастырылды, яғни жүйе түрі:

$$M^{-1}Ax = M^{-1}b \quad (10)$$

M матрицасы алғашарттағыш матрицасы деп аталады. SSOR, SGS, ILU [7] сияқты алғашарттағыш түрлері бар. Бұл жұмыс үшін ILU(0) алғашарттағыш таңдалды, әдіс толық емес LU ыдырауы деп те аталады. Сирек матрицаның толық LU ыдырауы кезінде табылған L және U матрицаларының портреті бастапқы матрицаның портретімен сәйкес келмейді, яғни бастапқы нөлдік элементтердің индекстері мәндермен толықтырылуы мүмкін, бұл жадтың жоғалуына әкеледі. Бұл мәселені шешу үшін біз ILU факторизация алгоритмін Гаусс әдісімен толық LU ыдырау негізінде тұжырымдаймыз. Оның алгоритмі келесідей:

```

for k = 1 to n - 1
  for i = k + 1 to n
     $l_{ik} = a_{ik}/a_{kk}$ 
  end
  for j = k + 1 to n
    for i = k + 1 to n
       $a_{ij} = a_{ij} - l_{ik}a_{kj}$ 
    end
  end
end
end

```

Толық емес ыдырауды табу үшін A матрицаның портреті шегінде ғана есептеулер жүргізу жеткілікті, яғни $NZ(A) = \{(i, j): a_{ij} \neq 0\}$ [8][9]. ILU(0) толық емес ыдырау алгоритмінің модификациясын көрсетейік:

```

for k = 1 to n - 1
  for i = k + 1 to n and if (i,k) ∈ NZ(A) do
     $l_{ik} = a_{ik}/a_{kk}$ 
  end
  for j = k + 1 to n
    for i = k + 1 to n and if (i,j) ∈ NZ(A) do
       $a_{ij} = a_{ij} - l_{ik}a_{kj}$ 
    end
  end
end
end

```

Толық емес ыдыраудың мағынасы - бастапқы A матрицаны келесі түрде ұсыну:

$$A = LU + R$$

мұндағы L және U -толық емес факторизациядан алынған төменгі және жоғарғы бұрыштық матрицалар, R -факторизацияның болмауы. ILU факторизациядан кейін, матрица келесідей болады:

$$M = LU$$

Алғышарттағыш түрінде қолдануға болады. CG алгоритмін ILU(0) алғышарттағышымен жүзеге асыру үшін, алгоритмге кейбір өзгерістерді енгіземіз [10]:

1. Бастапқы қадамда $r_0 = b - Ax_0, Mz_0 = r_0, p_0 = z_0$.
2. Негізгі қадам ($i = 0, 1, 2 \dots n - 1$) келесі формулалармен анықталады [11]:

$$\alpha_i = \frac{(r_i, z_i)}{(Ap_i, p_i)}, x_{i+1} = x_i + \alpha_i p_i,$$

$$r_{i+1} = r_i - \alpha_i Ap_i, z_{i+1} = M^{-1} r_{i+1},$$

$$\beta_i = \frac{(r_{i+1}, z_{i+1})}{(r_i, z_i)}, p_{i+1} = z_{i+1} + \beta_i p_i.$$

Сонымен қатар, алдын-ала тыңдаушы m LU шеттерінің түріне ие болғандықтан, 1 м-нің кері матрицасын есептеудің орнына тек теңдеулер жүйесін шешу қажет [12,13].

$$Mz_{i+1} = r_{i+1},$$

$$Ly = r_{i+1}, Uz_{i+1} = y$$

Сандық эксперименттер. Бұл жұмыста Пуассон түрінің теңдеуі таңдалды:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = -f \quad (11)$$

Мұнда f үздіксіз функция

$$f(x, y) = -4 \quad (12)$$

шекаралық мәндермен

$$\begin{aligned} u(0, y) &= 1 + y^2; \\ u(1, y) &= 2 + y^2; \\ u(x, 0) &= 1 + x^2; \\ u(x, 1) &= 1 + y^2; \end{aligned}$$

Есептеу аймағы

$$\Omega = [0,1] \times [0,1]. \quad (13)$$

Егер (4) теңдеудің дифференциалдық жуықтауы облыстың әрбір ішкі нүктесі үшін жазылса, онда тордың ішкі нүктелерінің санына тең белгісіз саны бар (1) сызықтық теңдеулер жүйесін алуға болады [14]. Алынған жүйе CG және ILU(0)+CG алдын ала сілтемесімен шешілді. Бұл жүйенің коэффициенттер матрицасы үш жақты құрылымға ие болмайды және сирек болады [15].

Толық матрицаны барлық нөлдік элементтермен сақтау өте үлкен жадқа әкеледі. Жадыны оңтайландыру мақсатында CSR сирек матрицаларын сақтау форматы таңдалды [16,17]. CSR (Compressed Sparse Rows) – сирек матрицаларды жол түрінде сақтау форматы. Бұл форматта үш бір өлшемді массив қолданылады [18]:

- values бірінші массиві барлық нөлдік емес элементтердің мәндерін сызық бойынша сақтайды;
- екінші cols массиві values массиві элементтерінің баған нөмірлерін сақтайды;
- үшінші rowindex массиві әр жолдың басталу индексін сақтайды.

Rowindex массив элементтерінің саны $n+1$. rowindex массивінің i -ші элементі values элементтер массивіндегі i -ші жолдың басында көрсетіледі [19,20]. Яғни, values массивіндегі i жолдың элементтері rowindex[i] және rowindex [i+1] -1 индекстерінің ішінде болады. Мысал келтірейік, A матрицасы келесі түрде берілсін [21,22]:

1	0	0	4	0
0	3	0	0	0
0	0	2	0	6
0	1	0	0	3
5	0	0	7	0

Бұл жағдайда жоғарыда көрсетілген CSR массивтері келесі түрде болады:

Values:	1	4	3	2	6	1	3	5	7
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Cols:	0	3	1	2	4	1	4	0	2
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Rowindex:	0	2	3	5	7	9
-----------	---	---	---	---	---	---

Көріп отырғаныңыздай, values және cols массивтерінің мөлшері NZ (нөлдік емес элементтер саны).

Біздің жағдайда, егер Пуассон теңдеуінің тор өлшемі 100×100 тең болса, онда матрицаның өлшемі 9604×9604 болады. Бұл матрицаның жадындағы өлшемі double түрімен толық түрде шамамен 704 МБ болады. Егер сіз осындай матрицаның нөлдік емес элементтерін ғана алсаңыз, олар жадта шамамен 0,36 МБ алады. CSR форматындағы тор үшін матрицаның жадындағы орынды есептейміз, ол 0,8 МБ болады. Көріп отырғаныңыздай, CSR пішімі әлдеқайда үлкен, сирек матрицаларды сақтауға мүмкіндік береді.

Нәтижелер және анализ. Пуассон торының әртүрлі өлшемдерінде есептеу эксперименттері жасалды. Атап айтқанда, әдісті жақындастыру үшін қажетті итерациялардың саны алғышарттағышпен және алғышарттағышсыз анықталды. Екі бағдарламаның орындалу уақыты салыстырылды. Келесі кестеде есептеулер жүргізілген матрицалардың сипаттамасын көруге болады. Жоғарыда айтылғандай, A матрицасының өлшемі Пуассон теңдеуінің тордық ішкі нүктелерінің санына сәйкес келеді. Матрица бес диагональды құрылымға ие, соның негізінде нөлдік емес элементтердің санын есептеуге болады.

1-кесте - Қолданылған матрицалар.

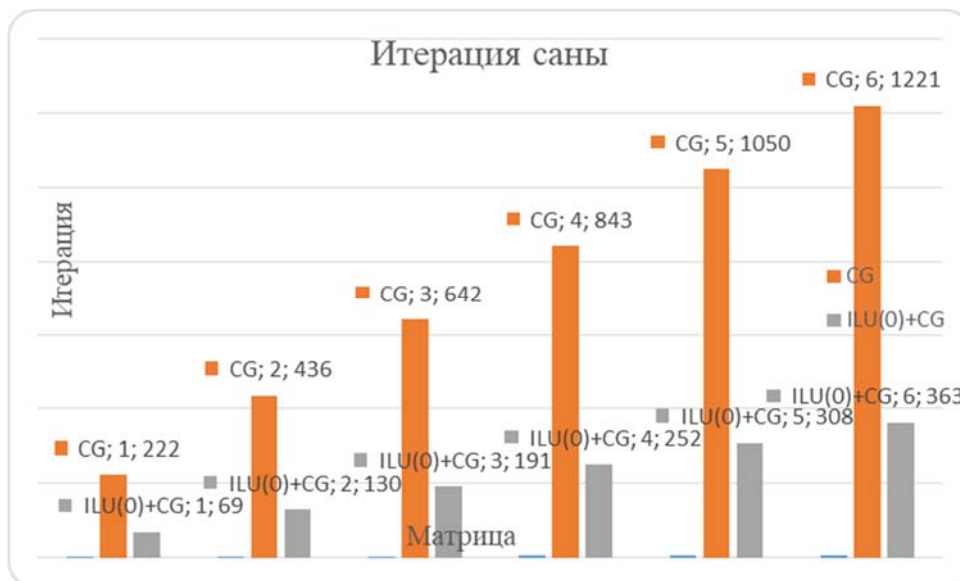
Матрица нөмірі	1	2	3
Пуассон теңдеуінің торы	100x100	200x200	300x300
A матрицасының өлшемі	9604x9604	39204x39204	88804x88804
Нөлдік емес элементтер саны	47628	195228	442828
Матрица нөмірі	4	5	6
Пуассон теңдеуінің торы	400x400	500x500	600x600
A матрицасының өлшемі	158404x158404	248004x248004	357604x357604
Нөлдік емес элементтер саны	790428	1238028	1785628

2-кесте - CG және ILU(0)+CG әдістері бойынша алынған нәтиже.

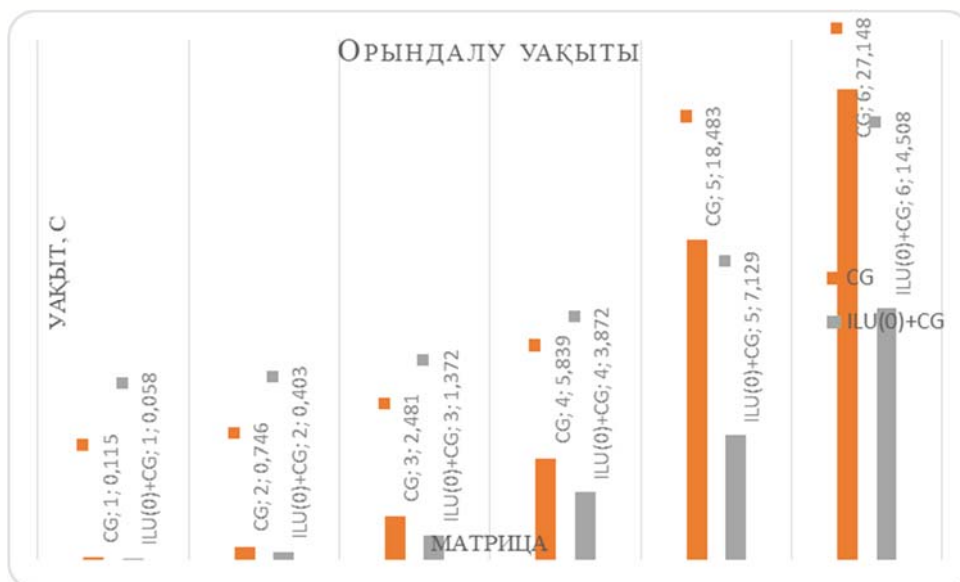
Матрица өлшемі	CG әдісі		ILU(0)+CG әдісі	
	Уақыт,с	Итерация саны	Уақыт,с	Итерация саны
100x100	0,115	222	0,058	69
200x200	0,746	436	0,403	130
300x300	2,481	642	1,372	191
400x400	5,839	843	3,872	252
500x500	18,438	1050	7,129	308
600x600	46,63	1221	14,508	363

Келесі суреттерде ОХ осіндегі матрица нөмірлері 1-кестедегі матрицаларға сәйкес келеді.

1-кестеде сипатталған матрицаларға сәйкес, жоғарыда айтылғандай, шешілетін жүйенің өлшемі Пуассон теңдеуінің ішкі тор нүктелерінің санына тең екенін көруге болады. Көріп отырғаныңыздай, 1-суретте, барлық матрицаларда әдісті алдын-ала итерациямен жақындастыру үшін қажетті итерациялардың саны CG итерацияларының санынан аз. Осыған байланысты, 2-суретте CG бағдарламасының орындалу уақыты ILU(0) алдын-ала дайындалған CG бағдарламасының орындалу уақытынан 5-8 есе көп екенін көреміз.



1 сурет - Әдістің жинақталу итерациясының саны



2 сурет - Орындалу уақыты

Қорытынды. CG әдісін кез-келген түрдегі жүйелерді шешу үшін қолдануға болады, алғышарттағыш әдістің конвергенциясын тездетеді. Бұл мақала екі өлшемді Пуассон тендеуін шешу мысалын қолдана отырып, ILU(0) CG алғышарттағыш арқылы және CG әдістерін талдауға арналған. Пуассон тендеуінің коэффициенттік матрицалары сирек кездеседі, сондықтан CSR матрицаларын сақтау форматы қолданылды, бұл өте үлкен матрицалармен жұмыс істеуге мүмкіндік берді. Бұл тапсырмада итерация саны және ILU(0)-CG әдісінің орындалу уақыты CG-дан аз. Бұл ILU(0) алғышарттағыш әдісі осы тапсырманы жақсы орындайтындығы туралы қорытынды жасауға мүмкіндік береді.

Пуассон торының әртүрлі өлшемдерінде есептеу эксперименттері жасалды. Атап айтқанда, әдісті жақындастыру үшін қажетті итерациялардың саны алғышарттағыш және алғышарттарғышсыз анықталды. Екі бағдарламаның орындалу уақыты және итерация сандары салыстырылды.

А. А. Абдурахимова¹, Н. М. Касымбек¹, О. Ж. Мамырбаев²

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы;

²Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, Алматы

АНАЛИЗ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА МЕТОДОМ ILU (0)-CG

Аннотация. Проблема обобщения метода – главный вопрос, который возникает при исследовании качества итерационных методов. Эффективность решения систем с помощью итерационных методов напрямую зависит от предположений о системе уравнений, которая должна быть решена. Предварительные условия используются для обеспечения более эффективного решения.

В настоящее время известно много типов предварительных условий, например, предварительные условия, основанные на аппроксимации системной матрицы: ILU, IQR и ILQ; Предпосылки, основанные на аппроксимации обратной матрицы: полиномиальная, редко заполняемая аппроксимация обратной матрицы (например, AINV), аппроксимация в факторизованной форме обратной матрицы (например, FSAI, SPAI и т. д.).

В данной статье проводится анализ методов CG и CG с предобуславливателем ILU(0) на примере решения двумерного уравнения Пуассона. Метод CG обычно используется для решения любой системы линейных уравнений. ILU (0) был выбран в качестве предварительного условия для статьи. Неполное разложение LU (ILU (0)) является эффективным предшественником и легко реализуется. Это предполагает систему, которую можно решить для ускорения накопления CG и других итерационных методов, то есть для уменьшения количества итераций. Предобуславливатель ILU (0) очень легко обнаружить с помощью разложения LU. Поскольку линейная матрица заполнялась редко, для хранения матрицы в памяти использовался формат CSR. ILU (0) + CG, т.е. алгоритм с предусловием был собран в 5-8 раз быстрее алгоритма CG. Были получены и проанализированы данные количества итерации сходимости метода без предобуславливателя и с предобуславливателем ILU(0).

Ключевые слова: CG, ILU-факторизация, предобуславливатель, ILU(0) – предобуславливание, уравнение Пуассона, CSR-формат.

A. A. Abdurakhimova¹, N. M. Kassymbek¹, O. Zh. Mamyrbayev²

¹Al-Farabi Kazakh National University,Almaty;

² "Institute of information and computational technologies"
of the science Committee of the MES of the RK, Almaty

ANALYSIS OF NUMERICAL SOLUTION OF POISSON EQUATION BY ILU (0)-CG METHOD

Abstract. The problem of generalization of the method is the main question that arises when studying the quality of iterative methods. The efficiency of solving systems using iterative methods directly depends on the assumptions about the system of equations to be solved. Prerequisites are used to provide a more efficient solution.

Many types of prerequisites are currently known, for example, prerequisites based on the approximation of the system matrix: ILU, IQR, and ILQ; Prerequisites based on the approximation of the inverse matrix: a polynomial, rarely filled approximation of the inverse matrix (for example, AINV), an approximation in the factorized form of the inverse matrix (for example, FSAI, SPAI, etc.).

This article analyzes the CG and CG methods with the preconditioner ILU (0) by the example of solving the two-dimensional Poisson equation. The CG method is usually used to solve any system of linear equations. ILU (0) was selected as a prerequisite for the article. The incomplete LU decomposition (ILU (0)) is an efficient precursor and is easily implemented. This suggests a system that can be solved to speed up the accumulation of CG and other iterative methods, that is, to reduce the number of iterations. The ILU (0) preconditioner is very easy to detect using the LU decomposition. Since the linear matrix was rarely filled, the CSR format was used to store the matrix in memory. ILU (0) + CG, i.e. the algorithm with a precondition, was assembled 5-8 times faster than the CG algorithm. Data on the number of iterations of convergence of the method without a preconditioner and with the ILU(0) preconditioner were obtained and analyzed.

Key words. CG, ILU factorization, preconditioner, ILU(0)-precondition, Poisson equation, CSR format.

Information about authors:

Abdurakhimova A.A., student, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, email: azizaabdurakhimova5@gmail.com, orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0832-0204>;

Kassymbek N.M., Teacher, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, email: nuryslam.qassymbek@gmail.com, orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5663-2267>;

Mamyrbayev O.Zh, Deputy General Director of the RSE "Institute of Information and Computing Technologies" of the KN MES RK, Head of the laboratory, PhD (specialty 6D070300-Information systems), Associate professor, email: morkenj@mail.ru, orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8318-3794>

ӘДЕБИЕТ

- [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977.
- [2] Вержбицкий В.М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения). – М.: Высшая школа, 2001.
- [3] Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. - SIAM, 2003.
- [4] PKW Vinsome, Orthomin, an iterative method for solving sparse sets of simultaneous linear equations, SPE Symposium on Numerical Simulation of Reservoir Performance, 1976.
- [5] Saad Y., Schultz, M.H. GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems // SIAM J. on scientific and statistical computing. - 1986. - Vol. 7, No. 3. – P. 856 – 869.
- [6] Li R., Saad Y. GPU-accelerated preconditioned iterative linear solvers, Technical Report umsi-2010-112, Minnesota Supercomputer Institute, University of Minnesota, Minneapolis, MN, 2010.
- [7] Barrett R., Berry M., Chan T.F., Demmel J., Donato J., et al. Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods. (2nd edn), SIAM, 1994.
- [8] Klie H., Sudan H., Li R., Y. Saad Exploiting capabilities of many core platforms in reservoir simulation. SPE Reservoir Simulation Symposium, 2011, pp. 21-23.
- [9] Белов С.А., Золотых Н.Ю. Численные методы линейной алгебры. – Н.Новгород, Изд-во ННГУ, 2005.
- [10] Benzi M. Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey // Journal of Computational Physics. - 2002. - Vol. 182, No 2. - Pp. 418–477.
- [11] Chow E., Saad Y. ILUS: an Incomplete LU Preconditioner in Sparse Skyline Format. - In: Int. J. for Num. Meth. in Fluids. - Vol. 25, 739–748 (1997).
- [12] Saad Y. A Flexible Inner-Outer Preconditioned GMRES Algorithm // SIAM Journal on Scientific Computing. - 1993. - Vol. 14, No 2. - Pp. 461–469.
- [13] Емельянов, В. Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем : учеб. пособие для академического бакалавриата / В. Н. Емельянов. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Издательство Юрайт, 2018. - 188 с.
- [14] Писсанецки С. Технология разреженных матриц : пер. с англ. / С. Писсанецки. – М. : Мир, 1988. – 411 с.
- [15] Тьюарсон Р. Разреженные матрицы. Перевод с английского Э. М. Пейсаховича, под редакцией Х. Д. Икрамова, издательство „МИР“, Москва 1977, 172с.
- [16] Камерон Х., Трейси Х. Параллельное и распределенное программирование с использованием C++. : Пер. с англ. - М.: Изд-во "Вильямс", 2004. - 672 с.
- [17] Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии MPI. Учебное пособие
- [18] Kireev, S. The LuNA Library of Parallel Numerical Fragmented Subroutines / S. Kireev, V. Malyshkin, H.Fujita // Lecture Notes in Computer Science. 2011. Vol. 6873. P. 290–301.
- [19] Valkovsky, V.A., Malyshkin, V.E.: Synthesis of parallel programs and system on the basis of computational models. Nauka, Novosibirsk, 1988, 128 pp. (In Russian) (1988).
- [20] Kireev, S, Malyshkin, V., Fujita, H.: The LuNA Library of Parallel Numerical Fragmented Subroutines. LNCS Vol. 6873, p. 290–301 (2011).
- [21] Квачёва А.А. Средства задания прямого управления во фрагментированных программах и их применение на примере явного метода решения уравнения Пуассона // труды конференции молодых ученых, Новосибирск, 2014. - с.122-133.
- [22] Н.М Касымбек, Б. Маткерім, Д.Ж. Ахмед-Заки.: Анализ численного решения уравнения Пуассона методом ILU(0)-GMRES. Вестник КазНУТУ. - 2019. №2 (132). - С. 500 -507

REFERENCES

- [1] Tikhonov A. N., Samarsky A. A. Equations of mathematical physics. M.: Nauka, 1977.[in Russ]
- [2] Verzhbitsky V. M. Numerical methods (mathematical analysis and ordinary differential equations). M.: Higher School, 2001.[in Russ]
- [3] Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. SIAM, 2003.
- [4] PKW Vinsome, Orthomin, an iterative method for solving sparse sets of simultaneous linear equations, SPE Symposium on Numerical Simulation of Reservoir Performance, 1976.
- [5] Saad Y., Schultz, M.H. GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems // SIAM J. on scientific and statistical computing. 1986. Vol. 7, No. 3. P. 856 – 869.

- [6] R. Li, Y. Saad GPU-accelerated preconditioned iterative linear solvers, Technical Report umsi-2010-112, Minnesota Supercomputer Institute, University of Minnesota, Minneapolis, MN, 2010.
- [7] R. Barrett, M. Berry, T.F. Chan, J. Demmel, J. Donato, et al. Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods. (2nd edn), SIAM, 1994.
- [8] H. Klie, H. Sudan, Li R, Y. Saad Exploiting capabilities of many core platforms in reservoir simulation. SPE RSS Reservoir Simulation Symposium, 2011, pp. 21-23.
- [9] Belov S. A., Zolotykh N. Yu. Numerical methods of linear algebra. N. Novgorod, UNN State University Publishing House, 2005.[in Russ]
- [10] Benzi M. Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey // Journal of Computational Physics. 2002. Vol. 182, No 2. Pp. 418–477.
- [11] Chow E., Saad Y. ILUS: an Incomplete LU Preconditioner in Sparse Skyline Format. In: Int. J. for Num. Meth. in Fluids. Vol. 25, 739–748 (1997).
- [12] Saad Y. A Flexible Inner-Outer Preconditioned GMRES Algorithm // SIAM Journal on Scientific Computing. 1993. Vol. 14, No 2. Pp. 461–469.
- [13] Emelyanov, V. N. Numerical methods: introduction to the theory of difference schemes: textbook. manual for academic bachelor's degree / V. N. Yemelyanov. 2-e Izd., Rev. and extra.M. : Publishing house yurayt, 2018. 188 p.[in Russ]
- [14] Pissanecki S. Technology of sparse matrices: trans. from English / S. Pissanecki. - M.: Mir, 1988. 411 p.[in Russ]
- [15] Tewarson R. Sparse matrices. Translated from the English by E. M. Peisakhovich, edited by X. D. Ikramov, MIR Publishing House, Moscow 1977, 172s.[in Russ]
- [16] Cameron H., Tracy H. Parallel and distributed programming using C++.: Translated from English-M.: Williams Publishing House, 2004. - 672 p.
- [17] Antonov A. S. Parallel programming using MPI technology. Training manual [in Russ]
- [18] Kireev, S. The LuNA Library of Parallel Numerical Fragmented Subroutines / S. Kireev, V. Malyshkin, H.Fujita // Lecture Notes in Computer Science. 2011. Vol. 6873. P. 290 –301.
- [19] Valkovsky, V.A., Malyshkin, V.E.: Synthesis of parallel programs and system on the basis of computational models. Nauka, Novosibirsk, 1988, 128 pp. (In Russian) (1988).
- [20] Kireev, S, Malyshkin, V., Fujita, H.: The LuNA Library of Parallel Numerical Fragmented Subroutines. LNCS Vol. 6873, p. 290 –301 (2011).
- [21] Tkacheva A. A. Means of setting direct control in fragmented programs and their application on the example of an explicit method for solving the Poisson equation // Proceedings of the conference of young scientists, Novosibirsk, 2014-pp. 122-133.[in Russ]
- [22] N. M. Kasymbek, B. Matkerim, D. J. Ahmed-Zaki.: Analysis of the numerical solution of the Poisson equation by the ILU(0)-GMRES method. Bulletin KazNTU. 2019. №2 (132). P. 500 -507[in Russ]

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 83 – 90

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.24>

UDC: 004:619:378:245

МРНТИ 50.47.29

O. Shopagulov¹, I. Tretyakov¹, A. Ismailova¹, A. Gostin²

¹ Dept. of Information Systems, S.Seifullin Kazakh Agro Technical University,
Nur-Sultan, Kazakhstan;

² Dept. of Automated Design Systems of Reading Systems,
Ryazan V. F. Utkin State Radio Technical University, Ryazan, Russia.
E-mail: shopagulov@gmail.com, igor_tretyakov@list.ru,
a.ismailova@mail.ru, gostin.a.m@rsreu.ru

SYSTEMS FOR MONITORING THE PRODUCTIVITY OF DAIRY FARM ANIMALS

Abstract. The relevance of this project lies in the fact that the use of modern digital, informational and intelligent technologies makes it possible to keep records of dairy productivity quickly and to respond to changes in the health of livestock in a timely manner. The result will increase the efficiency of resource potential use, as well as profitability and attractiveness of dairy cattle breeding for investors. The systems developed will also enable agricultural producers to make concrete decisions based on automated data analysis. The high quality of milk in the dairy farming industry, taking into account the feedback from the household to the consumer, ensures the competitiveness in the direction of the dairy industry. The article describes in detail a mathematical model for automating on-farm production control of dairy products, which will have an impact on the leveling of the commodity market. Also there are described the results of implementation of already developed software products for accounting of animal status on dairy farms of Northern Kazakhstan. As a result, some recommendations for the use of the developed software are given. In this way detailed results have been described for each farm, indicating the characteristics and status of the farms to date. The results obtained will be studied and considered by farmers at the local level to organise production processes. The implementation of this task will take place at the Seyfullin Kazakh Agrotechnical University. We have established a scientific group to develop and implement IT solutions for a large number of processes in agricultural production. This scientific programme is the first integrated solution aimed at introducing and adapting best practices in the application of digital technologies in dairy farming in Northern Kazakhstan.

Key words: expert system, data analysis, monitoring, milk yield, artificial intelligence, digital technologies, integration, diagnosis.

Introduction. The modern livestock industry in Kazakhstan is a transition to new approaches to production. It is based on agricultural machinery and equipment augmented with telemetry systems. Telemetry and monitoring systems for agricultural production are deemed as one of the most innovative technologies of precision livestock production and are automatic systems for collecting and transmitting information as well as data analysis and remote decision making [1].

There are many causes, which can be roughly divided into 'internal' and 'external', that have a major impact on cow yield. The 'internal' causes include: hereditary characteristics of the animal, its health and physiological condition; the 'external' causes include: quality and quantity of feed, length of pauses between milking of the animal and method of milking, number of years of cow's life, time between calves, length of fattening period. Common breaches of the accepted norms of cattle housing, untimely vaccination lead to disease, which can lead to the death of the herd in the future. In the case of infectious diseases there is also the potential for human infection [2].

In all of the above-mentioned livestock production processes, zootechnicians and veterinarians of livestock farms play a key and possibly important role, on whose expertise the productivity of livestock production and the economic component of the farm itself depends.

There has been an increase in the use of information technology in various sectors of the economy over the last decade. The development of cloud technology for data storage and processing, the ubiquity of mobile devices, smartphones and tablets, and IoT devices are creating new opportunities for the digitalisation of agriculture through automatic animal tracking and automatic control of production processes. The opportunities opened up by the development of IT technology require research and investigation into how it can be applied in livestock farming in practice.

Mathematical model used in an automated information system for the analysis and control of milk production. A mathematical model of changes in the productivity of a dairy cow by lactation periods has been developed. The model uses a function like:

$$y(t) = at^b e^{-ct}, \quad (1)$$

where is the rate of milk production in the animal's body at a time t , kg / day; t - time, days; a, b, c - options.

In this case, the milk yield in the time interval between the moments t_{i-1} and t_i is determined by integrating the function (1):

$$Y_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} y(t) dt, \quad (2)$$

where Y_i is the productivity of the animal in the lactation time interval between the moments t_{i-1} and t_i . The parameters a, b, c are determined by the formulas:

$$c = r(t_m + t_f)/(t_m - t_f), \quad (3)$$

$$b = ct_m, \quad (4)$$

$$a = \frac{Y}{\int_{t=0}^{t=t_f} t^b e^{-ct} dt}, \quad (5)$$

The calculation of the parameters is based on the use of such characteristics of lactation as its duration t_f , annual milk yield Y , time to reach peak lactation t_m , as well as the average relative rate of decline in productivity after reaching the peak of milk yield r .

We will illustrate the use of function (1) for approximating the lactation curve using the example of one of the basic farms.

The farm contains Holstein cows. The milk yield of animals in January calving is 8260 kg / head, the duration of lactation is 305 days, the moment of reaching the peak lactation is on average the 90th day, the milk yield in the first days is 12 kg / head, on peak days - 50 kg / head, in the last days - 12 kg / bird, in the sixth month (on average - 168th day) of lactation - 35 kg / bird, in the eighth month (on average - 228th day) - 18 kg / bird. Then, the coefficient $k=-0,0110829$ is the relative rate of change in the level of the lactation curve $r=-0,01102175$; $a=0,083954$; $b=1,822433364$; $c=0,02024926$.

Thus, function (1) takes the following form: $y(t) = 0,083954t^{1,822433364}e^{-0,0202192}$.

By integrating function (1) over time, we obtain the distribution of the annual milk yield by months of lactation of the animal (for convenience, we will assume that the calving date is January 1): in January - 317 kg, February - 968 kg, March - 1471 kg, April - 1439 kg, May - 1279 kg, June - 967 kg, July - 734 kg, August - 512 kg, September - 336 kg, October - 236 kg; total - 8260 kg / head. Model calculations are easily automated in MS Excel environment.

The obtained mathematical model of the lactation process is used in planning milk yields and income from its sale in the context of the periods of the year and for the whole year, as well as the needs of animals for feed in different periods of the year.

Models have been developed for calculating the optimal duration of the productive life of an animal in the conditions of the farm and evaluating the effectiveness of decisions to renew the main herd. It has been established that the maximum average annual profit from the maintenance and use of animals should be taken as an optimality criterion. To calculate the total profit for T years of keeping animals, taking into account the time factor (the amount of discounted profit), you should use the formula:

$$P(T) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} (D(t) - Z(t) + (1+r)^{-T} S(T) - S(0)), \quad (6)$$

where $P(T)$ is the total discounted profit from keeping a cow over the T years, tenge; $D(t)$ - income from keeping a cow on the farm in the i year of lactation, tenge; $Z(t)$ - expenses for keeping a cow in the i year of her productive life, tenge; $S(t)$ - income from the sale of a cow after years of her stay in the herd, tenge; r - costs of replacing a cow left the herd (cost of a replacement heifer), tenge; - discount factor (usually corresponds to bank interest); t - current productive age of the cow, year.

Comparing $P(T)$ different options for investment plans to choose the best one makes sense if projects with the same life cycle are considered. However, when we are faced with options that differ in the duration of their cycles, a different approach to solving the problem is required. A methodology for calculating and comparing alternative capital investment plans is needed, which would take into account both the time factor and the differences in the life cycle of the options under consideration, and the infinity of the planned horizon.

With regard to the conditions of our problem, these requirements are met by a methodology, the implementation of which involves calculations in two stages: using formula (1), the total discounted profit $P(T)$ from the use of animals during the T years of productive life is calculated, $T=1,2,\dots$; for each variant of the duration of the economic use of the animal, the average annual profit $P_{av}(T)$ is determined, which is provided $P(T)$, $T=1,2,\dots$, according to the formula:

$$P_{av}(T) = P(T)[r/(1 - 1/(1+r)^T)], \quad (7)$$

Since, under the conditions of the problem under consideration, the minimum required return r on investment is the same for all possible options, the best of them will be the one that provides the maximum average annual profit $P_{av}(T)$ from the economic use of animals. Keeping an animal in a herd for more or less T years will reduce the value of the indicator under consideration.

Methodologically, a more correct solution of the problem involves taking into account the stochastic characteristics of the process under study: the probability distribution of mortality, unplanned culling of animals, offspring per 100 queens by years of productive life, and others. In this case, the calculation formula takes on a more complex form, and the task will be to maximize the value of the function:

$$P_{av}(T) = \frac{\sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} ER(t)p(t-1) + (1+r)^{-T} S(T)(1-p_n(T)) \prod_{t=1}^{T-1} p(t) - S(0)}{T}, \quad (8)$$

where $P_{av}(T)$ is the average annual profit from keeping a cow over the T years, tenge; $ER(t)$ - expected profit from keeping a cow on the farm in the i year of her productive life, tenge; $p(t-1)$ - the probability that the cow of the $(t-1)$ productive age will move to the next, t age group. Wherein $p(0)=1$; $p(t)$ - the probability that the cow of the i productive age will move to the next, $(t+1)$ age group; $p_n(T)$ - the probability of the death of cows of the T productive age; $S(T)$ - market value of a cow at the end of the T year of productive life, tenge; $S(0)$ - market value of a heifer introduced into the main herd, tenge; r - discount factor (usually corresponds to the bank interest). Wherein,

$$ER(t) = P(t)p(t) + R(t)p_b(t) - S(0)(1 - p(t)), \quad (9)$$

where $P(t)$ is the profit from keeping a cow on the farm in the i year of her productive life, tenge; $R(t)$ - proceeds from the sale of a cow of the i age in the event of a production marriage (barrenness,

illness, low productivity), tenge; $S(t)$ - the cost of a heifer introduced into the main herd instead of a cow retired at t age, tenge; $p_b(t)$ - the likelihood of unplanned culling of a cow due to a production defect in the t year; t - current productive age of the cow, year.

An econometric model of the movement of the market price for raw milk has been developed, which makes it possible to predict the price level in different periods of the year. The model is based on chain milk price indices. The model was tested on materials from the milk market of the Kostanay region (table 1).

Table 1 - Model parameters and their characteristics

№	Variables	Coefficient	t -test
1	Free parameter	1,033	137,28
2	Trend	-0,00021	1,12
3	February	-	-
4	March	-	-
5	April	-0,033	2,66 *
6	May	-0,051	4,13*
7	June	-0,037	2,97*
8	July	-0,032	2,60*
9	August	-0,024	1,97**
10	September	-0,015	1,19
11	October	-	-
12	November	-	-
13	December	0,018	1,46
14	R^2	0,424	-
15	F -test	4,689	-

* - significant at the level of 0.05; ** - significant at the 0.1 level.

The coefficient of determination is equal to 0.424, which indicates an acceptable predictive ability of the model. Accordingly, the correlation coefficient turns out to be 0.651; the relationship between the actual and calculated series of indices is quite strong. At the 0.05 level, the equation as a whole is significant. It has been established that in the dynamics of milk prices sold by agricultural entrepreneurs in Kostanay region, there is certainly a seasonality. Seasonality of prices is explained by the seasonality of production and supply of products to the market. Relatively low prices are observed during the "big milk" period from April to August-September. In turn, the season of large milk follows with a lag of 2-3 months after the period of mass calving (winter-first half of spring) on farms, especially in private farmsteads. Thus, the seasonality of production and prices for the products under consideration is decisively influenced by the fact that the overwhelming share in the total volume of milk supplies to the market is still occupied by personal subsidiary farms and small commercial enterprises (up to 80% or more). This situation will persist as long as the individual sector and small-scale production dominate in the industry's economy. And only with the development of intensive livestock raising should we expect the leveling of the product market [3].

The results of the implementation of expert systems for monitoring the status of animals in dairy farms in Northern Kazakhstan. The scientific research under the programme was organised in 6 model farms of Northern Kazakhstan: in farm No. 1 - 32 heads (Holstein-Friesian breed) and farm no. 2 - 100 heifers (Simmental breed), in farm № 3 - 800 head of heifers (Simmental breed), in farm №. 100 cows (Simmental breed) and in farms № 5 and № 6 - 230 cows (Holstein-Friesian breed).

All of the base farms were analysed on: economic activity, genealogical analysis of the herd to enter the SmaXtec system into the database, dairy cow productivity, possibility and profitability of using the "Veterinarian Tablet" and "Herd Management" software products.

The main source of information on livestock were data from on-farm record-keeping systems integrated with milking equipment (DairyPlan and AfiFarm) and remote animal health and microclimate monitoring systems (Smaxtec) implemented as part of the project.

Table 2 - Results of implementation of software products "Veterinarian's Tablet" and "Herd Management" on farms in Northern Kazakhstan

Farm №	Notes
1	Quite a new farm. It is a small farm where almost all processes are managed by a few people. There is an AfiMilk system installed on the farm, integrated with the milking equipment, which is also used for accounting and cattle management. In the course of the project, the "smaXtec" system was installed on the farm, which demonstrated high efficiency in detecting oviposition, resulting in 100% fertilisation of the breeding herd. In particular periods there was no access to the internet. The developed 'Veterinarian Tablet' programme was demonstrated to the responsible staff. There is no need for an additional product on the farm.
2	New farm. Previously it did not have any accounting software implemented, it has access to the Internet, for which reason the web-based software package is well suited for bookkeeping. There is a "smaXtec" system installed on the farm (boluses) for remote animal welfare monitoring. At the beginning, the operation of the system was complicated by the lack of a permanent power supply. In order to power the system and the modems, the diesel generator was powered up once or twice a day for half an hour, which resulted in untimely reports of hunting, and as a result the system could not be used to its full potential. In addition, pasture maintenance has led to increased alarms on animal activity as the system is designed to maintain stalls. The mobile application "Veterinarian Tablet" also attracted interest, but in order to use it fully, up-to-date data must be entered into the Herd Management software.
3	There is a large dairy farm with a milking herd of over 600 head, there is also a large number of Angus beef cattle. Total number of staff on the farm is up to 50 people. The farm has implemented the DairyPlan system, which is fully utilised in the day-to-day running of the farm. In the course of the project, the smaXtec remote monitoring system and FeedNet feed automation system were implemented. FeedNet is in use on a daily basis to plan and manage the preparation of feed mixes and record feed distribution. "Smactec is mostly in use as a hunt detection tool, so tracking animal health signals is almost impossible. Staff and farm management were provided with a demonstration of the Herd Management software and training on how to use it. There was little interest in the developed software as the "DairyPlan" system already in use has all the features required for the current operation of the farm. The farm staff understand in advance the complexity of accounting in the two systems. They are more interested in the 'Veterinarian Tablet' mobile app, especially its ability to view farm livestock information offline, right next to the animal, as well as the ability to record veterinary operations right on the spot. Staff understand the advantage of such electronic recording over paper-based recording. In order to ensure the data can be viewed on site, the data has been transferred from DairyPlan to herd management software. Although the farm has access to the internet, the operator's milking parlour, where DairyPlan is installed, is inaccessible to ensure the security and reliability of the system. Thus it makes it difficult or even impossible to continually synchronise data from DairyPlan to Herd Management and vice versa.
4	There is no in-house technical support with computer hardware and automated accounting systems on the farm. An attempt to introduce Smactec, as the most autonomous system among others failed due to a lack of understanding of the need for such a system on the farm. Therefore, there was no reliable electricity supply, Internet access was not paid for, and the mobile application was not used. Other systems (herd management programme) could not be implemented under these conditions in principle.
5	The farm has a mobile Internet coverage, at the same time it is absent in the automated milking rooms and in the operator's room (metal surfaces screen the signal of the mobile network). The farm uses the "DairyPlan" system to automatically record the milk production of the herd; animals are introduced into the system as they reach their productive age. Integration of "Herd Management" software with "DairyPlan" is not possible under these conditions. At the same time, program "Veterinarian's Tablet" attracted veterinarians of the farm with the ability to view reference information on diseases, objects of veterinary and sanitary purposes and the possibility of preliminary diagnostics of diseases based on the observed symptoms.
6	The farm is on the lookout for a suitable accounting system, over the years several different systems have changed: "DairyPlan", "DairyComp", "DairyComp305", "Uniform Agri". The possibility of implementing or even just demonstrating additional systems is perceived negatively by employees, as they are exhausted by the changes in the accounting system. At the same time the most stable records are kept in paper journals. The developed 'Herd Management' software and the 'Veterinarian Tablet' mobile application were demonstrated and some suggestions for improvements were received, some of which have been implemented. However for the full implementation of the system it is necessary to update the herd management database, for which the farm currently has no employees. Possibly in the future the data will be transferred from the Uniform Agri system once it has been configured and put into operation. There were also additional suggestions in the "Veterinarian Tablet" programme related to the automation of task control by the farm staff.

The developed mobile application was installed on the mobile devices of veterinarians of pilot farms, training on working with the application was conducted, recommendations on their further improvement were received, conclusions on the implementation of this software product are reflected in table 2.

Conclusion:

The conducted research proves that nowadays it is impossible to obtain quality milk and its derivatives without strict regulation of all technological processes and working cycles by time.

Unreasonable collection and prompt delivery cycles will lead to production and loss of production, the distribution of which will require additional human and financial costs, which will directly affect competition and self-employment.

High quality milk in dairy farming with customer feedback ensures competitiveness in the direction of the dairy industry.

To ensure that modern farm information systems work properly many conditions need to be fulfilled: clear identification of the livestock, availability of equipment, qualified and motivated staff, understanding of the systems used by both management and farm staff, availability of network infrastructure on the farm and access to the internet. In the absence of at least one factor, the economic information system ceases to work. Implementation of the system requires a considerable amount of time and requires a long-term sustained effort in this regard, regulation of internal processes and involvement of responsible persons. If the farm has an accounting system in place, the introduction of an additional system is extremely difficult, as it requires synchronisation of data in two or more systems, which is not feasible. Using even two systems in parallel increases the workload of the personnel responsible for accounting.

Start-up labour costs are high and a lot of livestock data needs to be entered manually. Subsequent accounting is facilitated by the availability of previously entered data, but requires consistency, daily data entry.

Farms commonly do not enter the full number of animals into the accounting systems, but only 4-5 digits, which are mostly displayed on the ear tag or respondent. Such an approach is warranted if only one system is used, but if integration with other systems is required, animal identification conflicts arise, resulting in an inability to communicate between systems. As all systems allow you to track animals by multiple numbers, you must use at least one field in each system to enter a full-size unique local or state animal number, e.g: KZC10987654321, USA636293, AT8738748028.

Another infrastructural problem is Internet access: computers near the milking parlor receiving information from the milking equipment are usually not equipped with Internet access to ensure the security and stability of such equipment (exclude the use of computers for other purposes, exclude the penetration of viruses). Placing computer equipment in a building where milking takes place or where animals are kept increases the risk of failure due to high humidity and proximity to dust / manure / dirt. This should be taken into account when setting up such workplaces, using equipment designed to work in such conditions.

The spectrum of basic problems and needs varies greatly on farms. In order for the economy to be interested in the proposed SW, it must have the functionality to ensure that the most important (at the time of implementation) problematic issues are addressed. Moreover, the software implemented should not significantly increase the workload of farm staff in its implementation; where possible, data should be collected automatically, without human intervention, and made available to responsible staff for analysis as needed.

Overall it can be said that there are people on farms who know how to use modern recording, analysis and management technologies, but for this to become a habit, understanding and guidance from management on how to implement and monitor this process is necessary.

The observations also show that systems handed over as part of a project receive less attention than systems purchased with their own money or on credit.

Undoubtedly, the software developed has shown to be effective in operating and automating processes on dairy farms in Northern Kazakhstan, but for a number of reasons mentioned above, they cannot be used to their full functionality.

О. Шопагулов¹, И. Третьяков¹, А. Исмаилова¹, А. Гостин²

¹Ақпараттық жүйелер кафедрасы, С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан;

² Оқу жүйелерінің автоматтандырылған жобалау жүйелерінің бөлімі, В. Ф. Уткин атындағы Рязань мемлекеттік радиотехникалық университеті, Рязань, Ресей

СҮТ ФЕРМАЛАРЫСЫНДАҒЫ МАЛДАРДЫҢ ӨНІМДІЛІГІН БАҚЫЛАУ ЖҮЙЕЛЕРІ

Аннотация. Бұл жобаның өзектілігі мынада: заманауи цифрлық, ақпараттық және зияткерлік технологияларды пайдалану сүт өндірісінің есебін жедел жүргізуге, жануарлар денсаулығының өзгеруіне дер кезінде жауап беруге және табынның көбею процесін тиімді жоспарлауға мүмкіндік береді. Нәтижесінде ресурстық әлеуетті пайдаланудың тиімділігі артады, сонымен қатар инвесторлар үшін сүтті мал шаруашылығының кірістілігі мен тартымдылығы артады. Өзірленген жүйелер ауылшаруашылық тауар өндірушілеріне деректерді автоматтандырылған талдау негізінде нақты шешімдер қабылдауға мүмкіндік береді. Сүтті мал шаруашылығында шаруашылықтарды тұтынушының сұранысына қайтарып алумен бірге сүттің жоғары сапасы мал шаруашылығы саласының бағыты бойынша бәсекеге қабілеттілікті қамтамасыз етеді. Мақалада ал шаруашылығындағы сүт өнімдері өндіруді бақылауды автоматтандырудың математикалық моделі егжей-тегжейлі сипатталған, бұл өнім нарығын теңестіруге әкеледі. Сондай-ақ, Солтүстік Қазақстанның сүт фермаларындағы жануарлардың жай-күйін есепке алу үшін қазірдің өзінде жасалған бағдарламалық өнімдерді енгізу нәтижелері сипатталған. Жасалған бағдарламалық жасақтаманы пайдалану бойынша бірнеше ұсыныстар берілген. Шаруашылықтардың әрқайсысының нәтижесі, сипаттамалары мен жағдайы бүгінгі күнге дейін егжей-тегжейлі сипатталған. Қорытындыларды жергілікті фермерлер өндірістік процестерді ұйымдастыру үшін ескереді және қарастырады. Бұл міндетті жүзеге асыру С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университетінің базасында жүзеге асырылуда. Ауылшаруашылық өндірісіндегі көптеген процестерге арналған ақпараттық технологиялардың шешімдерін әзірлеу және енгізу бойынша ғылыми топ құрылды. Бұл ғылыми бағдарлама - Солтүстік Қазақстанның сүт шаруашылықтарында сандық технологияларды қолданудың озық тәжірибесін енгізуге және бейімдеуге бағытталған алғашқы кешенді шешім.

Түйін сөздер: сараптамалық жүйесі, деректерді талдау, бақылау, сүттілік мөлшері, жасанды сана, сандық технологиялар, бірлесу, диагноз.

О. Шопагулов¹, И. Третьякова¹, А. Исмаилова¹, А. Гостин²

¹ Кафедра информационных систем, Казахский агротехнический университет им. С. Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан;

² Кафедра автоматизированных систем проектирования систем считывания, Рязанский государственный радиотехнический университет им. В. Ф. Уткина, Рязань, Россия

СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ПРОДУКТИВНОСТИ МОЛОЧНЫХ ЖИВОТНЫХ

Аннотация. Актуальность данного проекта состоит в том, что использование современных цифровых, информационных и интеллектуальных технологий позволит оперативно вести учет молочной продуктивности, своевременно реагировать на изменения здоровья животных, эффективно планировать процесс воспроизводства стада. В результате повысится эффективность использования ресурсного потенциала, а также доходность и привлекательность молочного скотоводства для инвесторов. Разработанные системы позволят сельскохозяйственным товаропроизводителям принимать конкретные решения на основе автоматизированного анализа данных. В молочном скотоводстве высокое качество молока в совокупности с отзывом хозяйств на запрос потребителя обеспечивают конкурентную способность по направлению скотоводческой отрасли. В статье подробно описана математическая модель по автоматизации контроля производства молочной продукции на фермах, что повлечет за собой выравнивание рынка продукции. Так же описаны результаты внедрения уже разработанных программных продуктов по учету состояния животных в молочных фермах Северного Казахстана. Приведены некоторые рекомендации по использованию разработанных программных обеспечений. Подробно были описаны результаты по каждой из ферм, характеристика и состояние ферм на сегодняшний день. Полученные выводы будут учтены и рассмотрены фермерами местного уровня для организации процессов на производстве. Реализация данной задачи проходит на базе Казахского агротехнического университета им. С. Сейфуллина, создана научная группа по разработке и внедрению ИТ решений для многочисленных процессов в сельскохозяйственном производстве. Данная научная программа является первым комплексным решением, которая направлена на внедрение и адаптацию передовой практики в сфере применения цифровых технологий в молочных хозяйствах Северного Казахстана.

Ключевые слова: экспертная система, анализ данных, мониторинг, объем удоя, искусственный интеллект, цифровые технологии, интеграция, диагноз.

Information about authors:

Shopagulov Olzhas, Doctoral student, Department of Information Systems, S.Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan, shopagulov@gmail.com <https://orcid.org/0000-0002-9520-1811>;

Tretyakov Igor, lead of IT group in S.Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan, igor_tretyakov@list.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2491-3683>;

Ismailova Aisulu, Ph.D., Senior Lecturer, S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan; a.ismailova@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-8958-1846>;

Gostin Alexei, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of "Automated Design Systems of Reading Systems", of Ryazan V. F. Utkin State Radio Technical University, Ryazan, Russia, gostin.a.m@rsreu.ru <https://orcid.org/0000-0001-6550-2982>

REFERENCES

- [1] State program "Digital Kazakhstan", [Electronic resource] // URL: <https://zerde.gov.kz/upload/docs/CK%20-%20rus.pdf>.
- [2] Barkema H.W., M.A.G. von Keyserlingk, Kastelic J.P., Lam T.J.G.M., Luby C., Roy J. P., LeBlanc S.J., Keefe G.P., (2015) Changes in the dairy industry affecting dairy cattle health and welfare. DOI: <https://doi.org/10.3168/jds.2015-9377> (in Eng).
- [3] Arkybai A. Development of an automated information system "Herd management" for the analysis and control of milk production in the conditions of Northern Kazakhstan. *dis. mag. Kazakh Agrotechnical University named after S. Seifullina, Nur-Sultan, 2020 –S. 22-27* (in Rus).
- [4] Statistics on the volume of milk production Committee on Statistics Ministry of National Economy of the Republic of Kazakhstan, [Electronic resource] // URL: <https://stat.gov.kz/api/getFile/?docId=ESTAT251041>.
- [5] Semenov V. G., Baimukanov D. A., Alentayev A. S., Mikhailova R. V., Tikhonov A. S., Chuchulin A. V. (2020) Application of medical and hygienic agents in prevention of lameness and treatment of hoof diseases in cows, 619:616.596-002. DOI: <https://doi.org/10.32014/2020.2518-1467.108> (in Eng).
- [6] Bekenov D.M., Spanov A.A., Kenchinbayev N.S., Baimukanov A.D. (2019) Updating the treatment method of the follicular ovarian cysts in cows of the dairy productivity direction in the East-Kazakhstan region // *News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan: Series of Agrarian Sciences. Vol. 5, N 53* (2019), 83-87. ISSN 2224-526X (Online). <https://doi.org/10.32014/2019.2224-526X.64>
- [7] Bekenov D.M., Spanov A.A., Chindaliyev A.E., Baimukanov A.D., Sultanbai D.T., Zhaksylykova G.K., Kalimoldinova A.S. (2019) Comparative study of fruitfulness of cow insemination of a milking herd at various levels of productivity in the conditions of Bayserke-Agro LLP // *Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Vol. 6, N 382* (2019), 335-338. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1467.178>. ISSN 2518-1467 (Online), ISSN 1991-3494 (Print).
- [8] Saitkhanov E.O., Besedin D.S., Rudnaya A.V. (2018). Studying the frequency of registration and the nature of the hoof pathology in livestock farming with loose keeping [Izucheniye chastoty registratsii i kharaktera patologii kopytets v zhivotnovodcheskom khozyaystve s besprivyaznym sodержaniyem] // *Bulletin of the RSATU. Ryazan. N 3. P. 62-67* (in Russ.).
- [9] Chukhrova Z.V., Zhukov V.M. (2019) Expert diagnosis of organopathology of hooves in cattle [Ekspertnaya diagnostika organopatologii kopytets krupnogo rogatogo skota] // *Bulletin of Altai State Agrarian University. Barnaul. N 8* (178). P. 144-148 (in Russ.).
- [10] Rodionov V.A., Dorotyuk V.P., Tikhonov P.T. (2010) Intensive use of various types of the pasture when feeding livestock as a method of producing cheap beef [Intensivnoye ispol'zovaniye razlichnykh tipov pastbishch pri nagule skota – metod proizvodstva deshevoy govyadiny] // *Bulletin of beef cattle breeding. Vol. 1. N 63. P. 94-97* (in Russ.).
- [11] Karynbayev A.K., Baimukanov D.A., Bekenov D.M., Yuldashbayev Yu.A., Chindaliyev A.E. (2020) Environmental monitoring and crop yield of natural pastures of the southeast of Kazakhstan // *Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Vol. 2, N 384* (2020), 91–98. <https://doi.org/10.32014/2020.2518-1467.46> ISSN 2518-1467 (Online), ISSN 1991-3494 (Print).
- [12] Schukina T.N., Sudarev N.P., Mysik A.T. (2015) The state of beef cattle breeding in OOO Verkhnevolzhsky livestock complex of the Tver region [Sostoyaniye myasnogo skotovodstva v OOO Verkhnevolzhskiy zhivotnovodcheskiy kompleks Tverskoy oblasti]. *Zootechnics. N 6. P. 25-27* (in Russ.).
- [13] Amerkhanov H.A., Miroshnikov S.A., Kostyuk R.V., Dunin I.M., Legoshin G.P. (2017) Draft Concept for the sustainable development of beef cattle breeding in the Russian Federation for the period until 2030 [Proyekt Kontseptsii ustoychivogo razvitiya myasnogo skotovodstva V Rossiyskoy Federatsii na period do 2030 goda] // *Bulletin of beef cattle breeding. N 1* (97). P. 7-12 (in Russ.).

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 91 – 95

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.25>

УДК 004.32

М. Е. Раимов, А. К. Мукашева, Г. Б. Исаева, Қ. Нұралбай

«Ғұмарбек Даукеев атындағы Алматы энергетика
және байланыс университеті», Алматы, Қазақстан.
E-mail: guka_issaeva@mail.ru

САЙТТАҒЫ КИБЕРШАБУҰЛДАРДЫ ТАНУДА ЗЕРТТЕУ ЖҮРГІЗУ

Аннотация. Интернет желісінің жылдам дамуы оң және теріс сәттерді өзімен алып келді. Жыл сайын ақпаратты ұрлауды жүзеге асырғысы келетін және ресурстың жұмысын бұзғысы келетін, басқа да осындай іс-әрекеттерді жүзеге асырғысы келетін адамдар мен тәсілдер көбейіп келеді. Осыған байланысты әртүрлі шабуылдарға сайттардың тұрақтылығы туралы мәселе ерекше өзекті болып отыр, яғни веб-қосымшаларды әзірлеушілерге өз өнімдерінің сенімділігін арттыруға көмектесетін көптеген жобалардың пайда болуына әкеледі. Шын мәнінде, веб сайтты тестілеу және сауалнама жүргізу, веб-қосымшалар іздеу секілді іс-әрекеттер жақсы ескерту шарасы ретінде анықтауға мүмкіндік беретін кемшіліктері қосымшаны әзірлеу және жабық тестілеу, осылайша, қосымшаның ақпараттық қауіпсіздікке мықтылығын анықтауға болатынын көрсетеді.

Түйін сөздер: деректердің қауіпсіздігі, веб-сайт, кибершабуыл, ғаламтор.

Кіріспе. Веб-қосымшалардың қауіпсіздігі-ақпараттық қауіпсіздік контекстіндегі ең өткір мәселелердің бірі. Әдетте, интернетте қол жетімді веб-сайттардың көпшілігі әртүрлі осалдықтарға ие және үнемі шабуылдарға ұшырайды. Бұл жұмыстың негізгі мақсаты веб-қосымшалардың қауіпсіздік құралдарын зерделеу, сондай-ақ ең көп таралған осалдықтарды анықтау және веб-қосымшалардың немесе веб-сайттардың қауіпсіздік күшін арттыру бойынша ұсыныстарды әзірлеу және веб қосымша әзірлеу болып табылады.

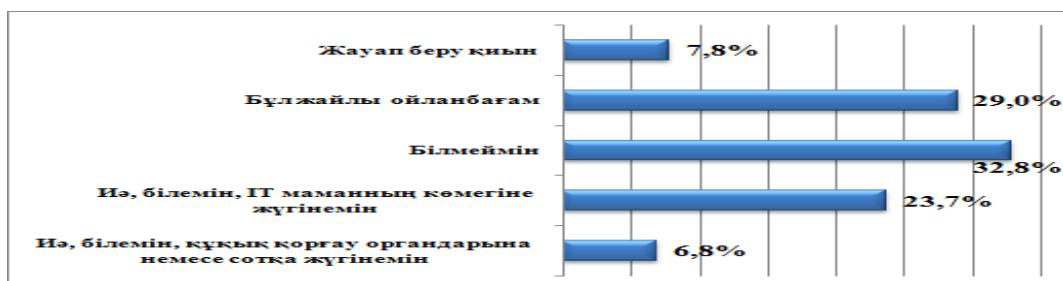
Веб сайттың қауіпсіздік мәселелері көптеген елдерде жетекші орындарды иеленеді. «Перспективный мониторинг» компаниясының зерттеулеріне сәйкес, 2019 жылы шабуылшылардың ең көп бөлігі жеке тұлғаларға бағытталған [1]: олар барлық шабуылдардың төрттен бір бөлігін құрайды (26%). Ұйымдарға келетін болсақ, кибершабуылдардан көп зардап шеккендер – мемлекеттік құрылымдар (13%), банктер және онлайн-сервистер (8%).

Трояндар ең көп таралған санатқа айналды: 2019 жылдың бірінші тоқсанының аяғында қолданушылардың 10.26%-ында табылды. Екінші және үшінші орынды вирустар (1,59%) және троян жүктегіштер (0,64%) алды.

Kaspersky Security Network мәліметтері бойынша 2019 жылдың үшінші тоқсанындағы веб сайттың қауіптер статистикасы [3]:

- «Kaspersky Lab» шешімдері әлемнің 203 елінде орналасқан интернет ресурстардан 947027577 шабуылдарға тойтарыс берді.
- Веб-антивирустар зиянды 246695333 URL мекен-жайларды тіркеді.
- Банктік шоттарға онлайн қол жеткізу арқылы ақша ұрлайтын зиянды
- бағдарламаларды іске қосу әрекеттері 305315 пайдаланушылардың компьютерлерінде тіркелді.
- Шифрлаушы бағдарламалардың шабуылдары 259867 пайдаланушылардың компьютерлерінде тіркелді.
- Антивирус 239177356 зиянды және жағымсыз нысандарды анықтады.

Жалпы жоғарыда келтірілген мағұлматтарды ескере отырып, Қазақстан тұрғындары кибершабуыл жағдайында қайда хабарласу керектігін білетіндігін сұрады. Осыған халықтың 32,8%-ы желіде шабуыл жасаған жағдайда қайда жүгіну қажет екенін білмеген. Сұралғандардың 23,7% IT-маманға көмек алу керектігін біледі. Халықтың 6,8% құқық қорғау органдарына жүгінеді (1-суретті қараңыз).



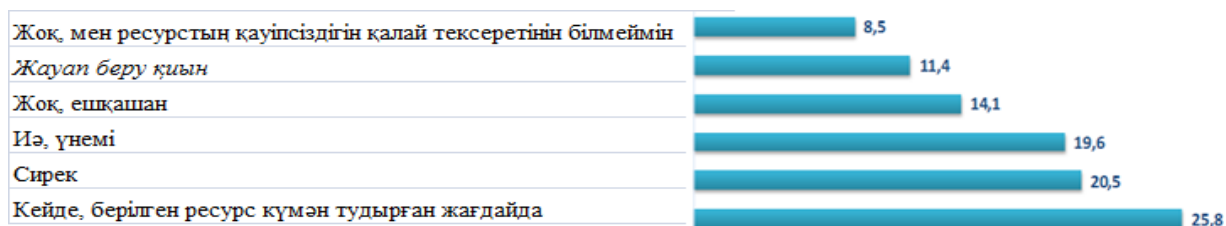
1-сурет – Кибершабуыл жағдайында қайда хабарласу керектігін білесіз бе? графигі

Кибершабуыл болған жағдайда Қостанай (49,3%), Жамбыл (45,6%) және Алматы (42,2%) облыстарының тұрғындары қайда хабарласу керектігін білмейді (2 суретті қараңыз).

РЕГИОНЫ	Иә, білемін, құқық қорғау органдарына немесе сотқа жүгінемін	Иә, білемін, IT маманның көмегіне жүгінемін	Білмеймін	Бұл жайлы ойланбағам	Жауап беру қиын
Атырау облысы	4,6%	12,7%	38,0%	35,9%	8,9%
Манғыстау облысы	3,5%	23,9%	33,6%	17,6%	21,5%
Солтүстік Қазақстан облысы	3,1%	26,0%	42,2%	25,1%	3,5%
Шымкент қ.	12,5%	49,3%	21,7%	12,5%	3,9%
Шығыс Қазақстан облысы	1,1%	7,9%	45,6%	39,2%	6,2%
Қызылорда облысы	0,6%	36,0%	30,9%	21,3%	11,2%
Түркістан облысы	9,3%	14,3%	41,0%	30,8%	4,5%
Ақтөбе облысы	11,1%	19,9%	49,3%	16,6%	3,0%
Батыс Қазақстан облысы	5,2%	10,9%	27,9%	36,2%	19,7%
Астана қ.	14,3%	36,1%	21,3%	23,9%	4,3%
Қарағанды облысы	2,0%	13,4%	23,4%	50,5%	10,6%
Павлодар облысы	9,1%	23,5%	24,3%	31,3%	14,3%
Жамбыл облысы	16,8%	28,7%	34,1%	15,6%	4,8%
Қостанай облысы	13,8%	26,3%	32,6%	22,5%	4,8%
Алматы қ.	2,4%	33,1%	17,2%	35,9%	11,4%
Ақмола облысы	2,8%	26,0%	36,7%	27,7%	6,8%
Алматы облысы	12,1%	35,8%	25,5%	22,2%	4,4%

2-сурет – Кибершабуыл жағдайында қайда хабарласу керектігін білесіз бе? (өңірлер бойынша бөлінісінде) графигі

Бұдан әрі, жоғарыда көрсетілген сұраққа оң жауап берген халық санаты авторизация жасайтын сайттар туралы ақпаратты тексеретінін нақтылауды сұрады. Осы сұраққа қатысты зерттеу нәтижелері мынадай: респонденттердің тек төрттен бір бөлігі (25,8%) ресурс қандай да бір күмән туғызған кезде сайт туралы ақпаратты кейде тексереді. Қазақстандық пайдаланушылардың тағы 20,5%-ы ақпаратты өте сирек тексереді, ал 14,1%-ы ешқашан қауіпсіздік ресурсын тексермейді және 8,5%-ы сайтты қалай қауіпсіз тексеруге болатынын білмейді. Тек Қазақстанның әрбір бесінші тұрғыны авторланатын сайт туралы ақпаратты үнемі тексереді (19,6%) (3-диаграмманы қараңыз).



3-сурет – Сіз өзіңіз авторланатын сайттар туралы ақпаратты тексересіз бе? графигі

Еліміздің әрбір екінші тұрғыны онлайн қызметтерді пайдалану үшін мобильді қосымшаларды пайдаланады. Қарағанды облысының тұрғындары (62,8%) 25-тен 30 жасқа дейінгі (21,8%) жоғары білімі бар (99,9%). Түркістан облысының тұрғындары (88,8%), 65 және одан жоғары жастағы, орта білім деңгейі бар тұрғындары мобильді қосымшаларды өте сирек және ешқашан пайдаланбайды.

Халық арасында қызметтерді төлеуге арналған мобильдік қосымшалар арасында Каспий банкінің мобильдік қосымшасы көшбасшы болып табылады – Kaspi.kz (20,5%). Екінші орында Халық банкінің мобильді қосымшасы – MyHalyk (4%), үшінші орында DamuMed (1,8%) мобильді қосымшасы. Сауалнамаға қатысқандардың 63,2% - ы осы сұраққа жауап беруге қиналды (4-кестені қараңыз).

Жауап нұсқалары	%
Онлайн-банкинг	28,70%
Kaspi.kz	20,50%
Myhalyk	4%
Homebank.kz	0,70%
Старбанкинг	0,20%
Түрлі банктер	0,90%
Ақша аударымдары	0,10%
Қызметтерді онлайн сервистер арқылы төлеу	7,40%
Damumed	1,80%
Киви әмиян	1,60%
Қызметтерге, коммуналдық төлемдерге ақы төлеу, несиелерді төлеу, балабақша	0,80%
Билеттерді сатып алу	0,70%
Chocolife	0,70%
Egov.kz	0,60%
Билайн	0,20%
InDriver	0,10%
Олар көп (көрсетілмеген).ред.)	0,10%
Жауап беруге қиналамын	63,2%

4-сурет – Онлайн қызметтерді төлеу және алу үшін пайдаланылатын қосымшаның атауы

Жауаптардың сомасы 100% тең емес, өйткені бір респондент жауаптың бірнеше нұсқасын таңдай алды. Онлайн-қызметтерді алу үшін мобильді қосымшаларды пайдаланатын респонденттер ғана жауап берді.

Онлайн банктік операцияларды жасауда өзінің жеке деректерін пайдаланатын тұлғалардың көрсеткіштеріне қатысты біршама басқа көрініс. Мұнда елдің әрбір үшінші тұрғыны банк операцияларын онлайн жасайды.

Бұл, егер онлайн ақша операциялары туралы болса, халық өзінің қаржылық іс-қимылдарына сақтықпен қарайды деген сөз.

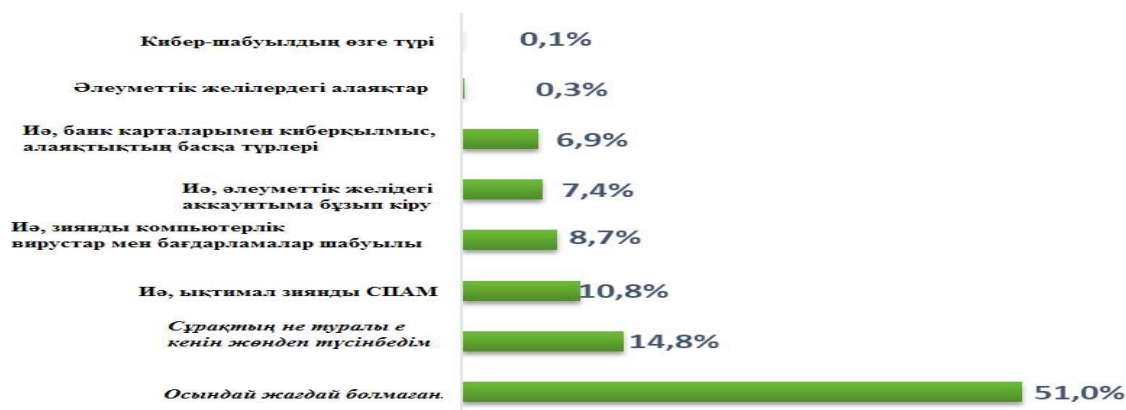
Сонымен қатар, сауалнамаға қатысушылар соңғы уақытта веб сайттың қауіпсіздіктің өзекті қатерлерінің үштігін атап өтеді. Осылайша, сауалнама қорытындысы бойынша 57,6% компьютерлік вирустар мен хакерлердің қызметі ең өзекті қауіп деп санайды. Екінші орында веб сайттың қауіпсіздік үшін өзекті қауіп – қатерлер тізімінде түрлі мазмұндағы спам тарату (25,8%). Үшінші орында-кибералаяқтар, оларда халықтың 19% көрсетті (5-кестені қараңыз).

Жауап нұсқасы	%
Хакерлердің қызметі	28,8%
Жүйелік әкімшілердің ісіне салғырт қарау	13,3%
Компьютерлік вирустар	28,8%
Кибермошенниктер, интернетте алаяқтар, көптеген адамдар алдауға тырысады, олардың шотына ақша аударуды сұрайды	19%
Түрлі мазмұндағы спам тарату	25,8%
Басқа	0,3%
Жауап беруге қиналамын	19,8%

5-сурет – Сіз қалай ойлайсыз, соңғы уақытта веб сайттың қауіпсіздікке қандай қауіп-қатерлер өзекті болды? Кестесі.

Сома 100% тең емес, өйткені бір респондент жауаптың бірнеше нұсқасын таңдайалады.

"Сіз соңғы жылы кибершабуылдарға ұшырадыңыз ба?" Қазақстан тұрғындарының жартысы теріс жауап берді (51%). Сонымен қатар, соңғы жылы кибершабуылдарға ұшырағандардың үлесі де бар. Жалпы алғанда, халықтың 34,1%-ы соңғы жылы кибершабуылға ұшыраған. Мұндай шабуылдарға келесі құбылыстарды жатқызуға болады: зиянды СПАМ (10,8%), зиянды бағдарламалық қамтамасыз ету (8,7%), әлеуметтік желілердегі аккаунттарды бұзу (7,4%), банктік карталармен кибералаяқтық, алаяқтықтың басқа түрлері (6,9%) (7-диаграмманы қараңыз).



Сурет 7 – Сіз соңғы жылы кибершабуылдарға ұшырадыңыз ба? графигі

Қорытынды: Веб сайттарды кибершабуылдан қорғау моделдері зерттеу барысында сауалнама жүргізілген болатын. Сауалнама қорытындысы төменде келтірілген.

Жүргізілген әлеуметтік зерттеу нәтижесінде жаппай сауалнамаға әр түрлі жастағы, 18 жастан 65 жасқа дейін және одан үлкен 6000 респондент қатысты, олардың ішінде жастар көп жас тобы болып табылады, сауалнама Қазақстанның 17 өңірінде, оның ішінде Астана, Алматы және Шымкент қалаларында өткізілді.

Жеке мәліметтерді қорғау бойынша шараларды жүзеге асыру кезінде Қазақстан Республикасында кездесетін мәселелерді анықтау халықтың соңғы жылы кибершабуылға ұшырағанын көрсетті. Алынған деректер дербес деректерді қорғау, киберқауіпсіздік мәселелерінде және веб сайттың қауіпсіздікті қамтамасыз ету бойынша қабылданып жатқан шараларда халықтың хабардарлығын арттырудың маңыздылығын күшейтеді.

ӘДЕБИЕТ

[1] Корченко А.Г., Архипов А.Е., Казмирчук С.В. Анализ и оценивание рисков информационной безопасности: монография / – К. : Лазурит–Полиграф, 2013. – С.253–275.

[2] Терейковский И. Нейронні мережі в засобах захисту комп'ютерної інформації. К. : ПоліграфКонсалтинг. 2018. – 209с.

[3] Норткат С., Новак Жд. Обнаружение вторжения в сеть. / пер. с англ. – М.: Издательство «Лори», 2019. – 384с.

[4] Atighetchi M., Pal P., Webber F., Schantz R., Jones C., Loyall J. Adaptive Cyberdefense for Survival and Intrusion Tolerance // Internet Computing. - 2020. - Vol.8, No.6. – P.25–33.

[5] Уязвимости веб-приложений [электронный ресурс] : научно- популярный, открытый доступ. URL: <http://www.ptsecurity.ru/upload/ptru/analytics/Веб-Vulnerability-2016-rus.pdf> (дата обращения: 17.05.2018)

[6] Информационная безопасность: проблемы [электронный ресурс]: научно-популярный, открытый доступ. URL: <http://ieo.cfuv.ru/viewfile/2372/Сборник трудов III международной конференции. Проблемы-инф. безоп. -2016.pdf> (дата обращения: 15.03.2018)

[7] Vulnerabilities in data processing levels [электронный ресурс] : научно-популярный, открытый доступ. URL: <http://www.slideshare.net/beched/slides-34960189> (дата обращения: 02.06.2018)

REFERENCES

[1] Korchenko A. G., Arkhipov A. E., Kazmirchuk S. V. analysis and assessment of Risk Information Security: monograph / К. : Lapis Lazuli–polygraph, 2013. pp. 253-275.

[2] Tereikovskiy I. neuron of Honor in the zasobakh zachistu comp'uternoї informatsii. K.: Polygrafconsalting. 2018. 209 P.

[3] Northkat S., Novak Zhd. "I don't know," he said. / per. from the English. Moscow: Publishing House "Lori", 2019. 384 p.

[4] Atighetchi M., Pal P., Webber F., Schantz R., Jones C., Loyall J. Adaptive Cyberdefense for Survival and Intrusion Tolerance // Internet Computing. 2020. Vol.8, No.6. P.25–33.

[5] web application [electronic resource]: scientific and popular, open access. URL: <http://www.ptsecurity.ru/upload/ptru/analytics/Beб-Vulnerability-2016-rus.pdf> (date: 17.05.2018)

[6] 6.information security: problem [electronic resource]: scientific and popular, open access. URL: [http://ieu.cfuv.ru/viewfile/2372/Сборник labor III International Conference. The problem is Infа. "no," I said. -2016. pdf](http://ieu.cfuv.ru/viewfile/2372/Сборник_labor_III_International_Conference_The_problem_is_Infа_\) (date: 15.03.2018)

[7] Vulnerabilities in data processing levels [electronic resource]: scientific and popular, open access. URL: <http://www.slideshare.net/beched/slides-34960189> (date: 02.06.2018)

Information about authors:

Master Raimov M. E., "Almaty University of energy and Communications named after Gumarbek Daukeev", Almaty, Kazakhstan. E-mail: r_m_18@mail.ru;

PhD, Mukasheva A. K., "Almaty University of energy and Communications named after Gumarbek Daukeev", Almaty, Kazakhsta. E-mail: a.mukasheva@aes.kz, <https://orcid.org/0000-0001-98904910>;

K. P. N, Issayeva G. B., "Almaty University of energy and Communications named after Gumarbek Daukeev", Almaty, Kazakhstan. E-mail: guka_issaeva@mail.ru;

Master's degree Nuralbay, "Gumarbek Daukeev Almaty University of energy and Communications", Almaty, Kazakhstan. E-mail: nuralbai.kundyz@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-9210-0740>

М. Е. Раимов, А. К. Мукашева, Г. Б. Исаева, К. Нуралбай

Алматинский университет энергетики и коммуникаций им. Гумарбека Даукеева, Алматы, Казахстан

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО РАСПОЗНАВАНИЮ КИБЕРАТАК НА САЙТ

Аннотация. Быстрое развитие сети Интернет принесло с собой как положительные, так и отрицательные моменты. С каждым годом все больше людей и способов, желающих осуществить кражу информации, нарушить работу ресурса и осуществить другие подобные действия. В связи с этим вопрос устойчивости сайтов к различным атакам становится особенно актуальным и приводит к появлению большого количества проектов, которые помогают разработчикам веб-приложений повысить надежность своих продуктов. На самом деле, такие действия, как тестирование и опрос веб-сайта, поиск веб-приложений позволяют определить как хорошую меру предупреждения недостатков. Разработки приложений и закрытое тестирование показывают, что таким образом можно определить, является ли приложение устойчивым к информационной безопасности.

Ключевые слова: безопасность данных, веб-сайт, кибератака, Интернет.

М. Е. Raimov, А. К. Mukasheva, G. B. Isayeva, K. Nuralbay

Gumarbek Daukeev Almaty University of Energy and Communications, Almaty, Kazakhstan

RESEARCH ON THE RECOGNITION OF CYBER ATTACKS ON THE SITE

Abstract. The rapid development of the Internet has brought with it both positive and negative aspects. Every year, there are more and more people and methods that want to steal information and disrupt the work of the resource, to carry out other similar actions. In this regard, the issue of site resistance to various attacks becomes particularly relevant, that is, it leads to the emergence of a large number of projects that help web application developers to improve the reliability of their products. In fact, actions such as testing and polling a website, searching for web applications, allow you to determine as a good warning measure the shortcomings of application development and closed testing show that, in this way, it is possible to determine whether an application is resistant to information security.

Keywords: data security, website, cyber attack, internet.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 96 – 101

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.26>

UDC 004.9

IRSTI 28.23.39

K. Kadirkulov¹, A. Ismailova¹, A. Beissegul², A. Satybaldiyeva¹

¹Saken Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan;

²SmartLab Kazakhstan LLP, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: kkuanysh@gmail.com, a.ismailova@mail.ru, beissegul@gmail.com, satekbayeva@gmail.com

QR VERIFICATION OF LABORATORY STUDIES RESULTS

Abstract. This article describes the practical using of QR codes [1] verification of laboratory studies results. QR codes have become widely used in all industries as quick identification of information and the implementation of transactional actions, where encrypted URL allows to quickly scanning by using a smartphone camera. Digitalization contributes to the transition to the online environment of healthcare, office workers, education and to receive more data on the spread of diseases, exchange information and quickly receive laboratory results without distortion. The presented solution is a component of the LIS SmartLAB platform [2], which performs complex automation of laboratories of the different profiles, observing all work processes to obtain reliable results by direct interaction with laboratory equipment according to international standards HL7 (Health Level 7 - "Seventh level"), ASTM (American Society for Testing and Materials - "American Society for Testing Materials") and automatic detection of deviations from standard values [3]. In 2019, there was a pilot implementation of QR verification of results based on the laboratory of the Skin and venereal dispensary of the Almaty, the results of which made it possible to introduce QR codes into other profiles of laboratory diagnostics, such as PCR (polymerase chain reaction), genetics, microbiology and clinical diagnostics. Now, due to the pandemic, all laboratory results for the detection of RNA of the COVID-19 virus must contain a QR code to avoid falsification of the results.

Key words: QR codes, laboratory information system, laboratory studies, Covid-19, laboratory results verification, information system.

Introduction. State program "Digital Kazakhstan" implemented in the period from 2018 to 2022 is a strategic comprehensive program that aims to improve the living standards of the country's population through the use of digital technologies [6]. Within the scope of the program, special attention is paid to the large-scale implementation of the electronic health passport of the population of the Republic of Kazakhstan, where the automation of clinical diagnostic laboratories plays an important role. Within the framework of the Digital Kazakhstan program, especially in terms of laboratory analyzes of an electronic health passport, since 2018, the use of QR verification of laboratory research results has begun, where special attention paid to protecting laboratory research results from counterfeiting. The solution implemented on the platform of the laboratory information system SmartLAB, where QR codes applied to the forms of laboratory research results in an automatic mode. The results were verified through the online results verification service.

A QR code is a two-dimensional barcode (2D barcode) that can contain various information. QR stands for "Quick Response", which reflects the ability of devices and software to quickly recognize the code and convert the data into a barcode. DensoWave developed the QR code in Japan in 1994 for encoding various service information. One QR code can include the following maximum number of characters:

- Numbers – 7089;
- Numbers and letters (including Cyrillic) – 4296;
- Binary code – 2953 bytes;
- Hieroglyphs – 1817.

Currently, the QR code is widely distributed in Asia, Europe, and North America. In Japan, such codes are very popular and are applied to almost all products. The use of QR codes has gained particular popularity in the banking sector. For example, in China, The most common payment scheme based on QR codes is the use of WeChat Pay (a payment system for making payments using the WeChat messenger, owned by Tencent) and Alipay (one of the largest payment systems that are part of Alibaba Group). In 2016, payments and transfers were made through a QR code worth \$ 1.65 trillion in China, which is about a third of all mobile payments in the country [7]. In Kazakhstan, the QR code became popular after the launch of the Kaspi QR service, which provided a secure service in the Kaspi.kz mobile application [8].

The forms of laboratory research results published in this article are impersonal and presented without the personal data of patients, to avoid publication of personal data of patients, which protected by the law on personal data [9].

Main section. The study aims to implement a system to protect laboratory test results from counterfeiting, especially if these are the results of skin and venereal diseases or COVID-19. As everyone knows, the Covid-19 pandemic continues, and according to statistics, the situation in Kazakhstan and the world is not stable (figure 1) [10].

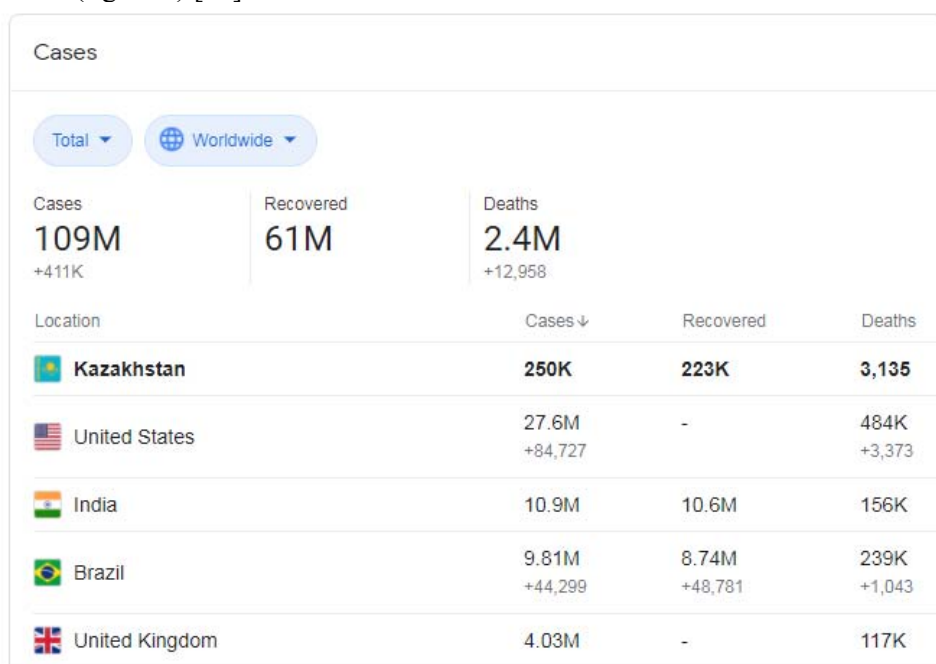


Figure 1 - Covid-19 statistics at 20.01.2021

According to statistics, it is necessary to protect against falsification of laboratory test results so that unscrupulous citizens cannot spread and multiply the SARS-CoV-2 virus.

The implementation of this solution consists of the following stages:

- Stage 1. Development of the model of the system;
- Stage 2. Development of libraries for generating QR codes and putting them on the results forms;
- Stage 3. Development of an online service for QR code verification;
- Stage 4. Publication of the service for production use.

Stage 1. At this stage, the processes were defined, the steps of the interaction of each process, areas for verification of the authenticity of the research results, as well as the format of the returned information, where it was clearly defined that:

- Data exchange with using JSON;
- Electronic results in PDF format, since it is a universal convenient format for presenting information.

As a result, the model was presented as in figure 2.

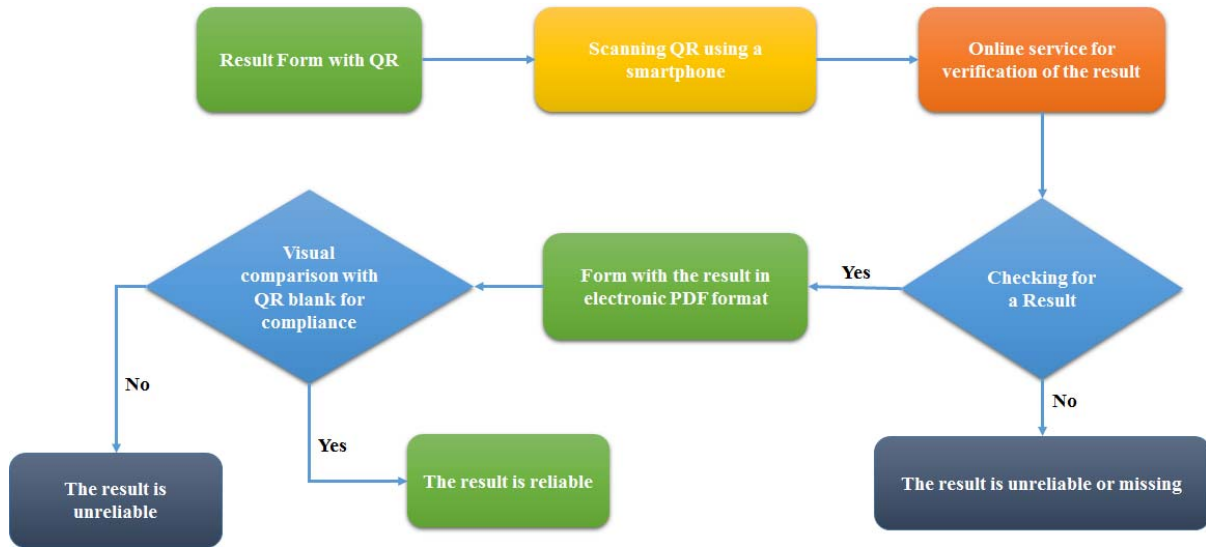


Figure 2 - General solution model

Stage 2. At this stage, the development of methods for generating a QR code with its further application to the results form carried out. A result form is a form of medical documentation approved by the Ministry of Health of the Republic of Kazakhstan, which contains the following information (figure 3):

Қазақстан Республикасы
Денсаулық сақтау министрлігі
Министрство здравоохранения
Республики Казахстан

Қазақстан Республикасы
Денсаулық сақтау министрлігі м. а. 2010 жылғы
"23" қарашадан № 907 Бұйрығымен Бекітілген
№ 224/е нысанды медициналық құжаттама
Медицинская документация. Форма №224/у
Утверждена приказом
и. о. Министра здравоохранения Республики
Казахстан от "23" ноября 2010 года № 907

Ұйымның атауы:
Наименование организации:
ЦКЖК «Тері-венерологиялық диспансер» МҚОС
ГКП на ПХВ «Кожно-венерологический диспансер»

702096556

ҚАН ТАЛДАУЫ
АНАЛИЗ КРОВИ (микрореакция)

Тегі А.Ж. (Ф.И.О.): []
Туған күні (Дата рождения): 01.05.1997 Жынысы (Пол): Ж ЖСН (ИИН): []
Мекен-жайы (Адрес): []
Диагноз: []
Ұйым (Организация): ГКП на ПХВ "Кожно-венерологический диспансер" УЗ г. Алматы
Бөлімше (Отделение): []
Дәрігер (Врач): []
Биоматериалды алу мерзімі (Дата и время взятия биоматериала): []
Жолдаманы трықу мерзімі (Дата и время регистрации заявки): 15.01.2021 09:10

Компоненттер, элементтер Компоненты, элементы	Нәтижелер Результаты	Қалыпты мөлшер Нормативные величины
Кардиолипінді антигені бар преципитация микрореакциясы Микрореакция преципитации с кардиолипиновым антигеном	Теріс Отрицательно	Теріс Отрицательно

Талдаудың орындалуы жайлы ақпарат / Информация об исполнении исследования

Нәтижесін қабылдау мерзімі (Дата и время готовности результата): 15.01.2021 09:23
Орындаушы (Исполнитель): []

«Тері-венерологиялық диспансер» / «Кожно-венерологический диспансер»
ҚР, Алматы қ., Манас көш., 65 / РК, г. Алматы, ул. Манаса, 65, тел.: +7 727 274 01 95, фн. 105
© ЛИС "SmartLAB". Авторское право №0423 от 10 марта 2016 года. www.ils.kz.

Figure 3 - Result form

To generate a QR code for the results form (figure 3), a built-in component in the LIS Smartlab platform was used. The QR code was generated by the URL (Uniform Resource Locator - a system of unified addresses of electronic resources) the address of the online service indicating the unique GUID (Globally Unique Identifier - the globally unique identifier) key as a verification parameter. The QR code URL received the following form: "https://online.service/?Lab_order=ABF90471-1403-4496-863E-

8ACA855A51F6”. The key was generated automatically when creating an order for laboratory research and was used for further identification. As a result, the model for the implementation of the 2nd stage received the following form (figure 4):

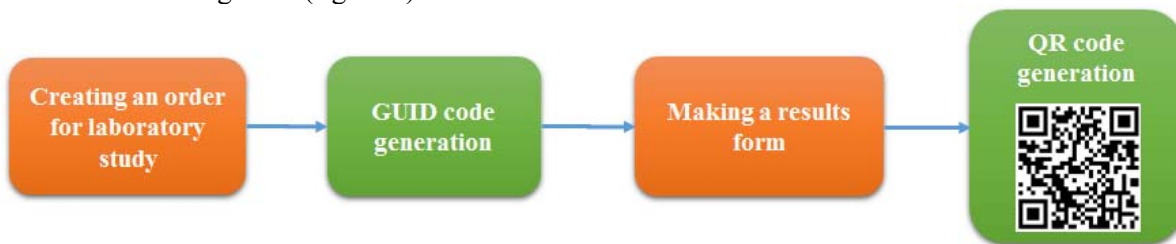


Figure 4 - QR code generation model diagram

Stage 3. At this stage, the development of an online service carried out, which produces the following work:

- Development of methods for identifying a unique code transmitted via a QR code.
- Development of API methods for verifying the result;
- Adaptation of the PDF viewer of the results to the service, since when the results are directly displayed in PDF format on smartphones, the file is available for viewing after downloading to the device;
- Development of methods for displaying the obtained result.

When developing a method for displaying the results, external factors were taken into account, such as robots and bots that can constantly scan hosts and load the service. To avoid this, Google ReCaptcha (a system of protection against Internet bots) [11] was activated, which further increased the protection of the service. When switching to an online service, a page for checking for Internet bots is displayed in front of the user (figure 5), which will not allow switching to verification of the result without checking for bots.

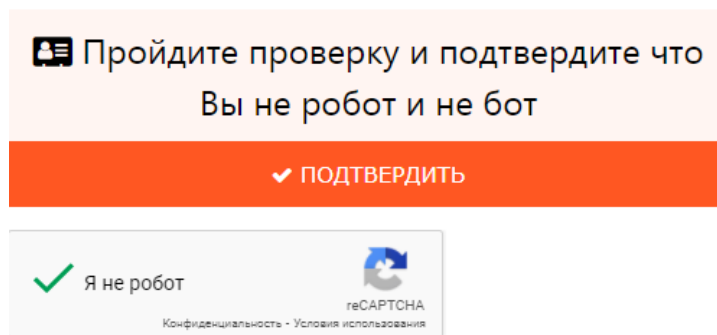


Figure 5 - Checking for Internet bots

The service and all methods developed by using the PHP 7.4 programming language, the Nginx web server. As a result, the service received the following model of work (figure 6.):



Figure 6 - Service model

Stage 4. At this stage, the solution was tested, finally, QR codes for verification were automatically generated in all forms of results and published for identification in the online service. For participants in the laboratory automation process, their local online services are created, which allows you to distribute the load. As a result, the scheme of the solution was as follows (figure 7):

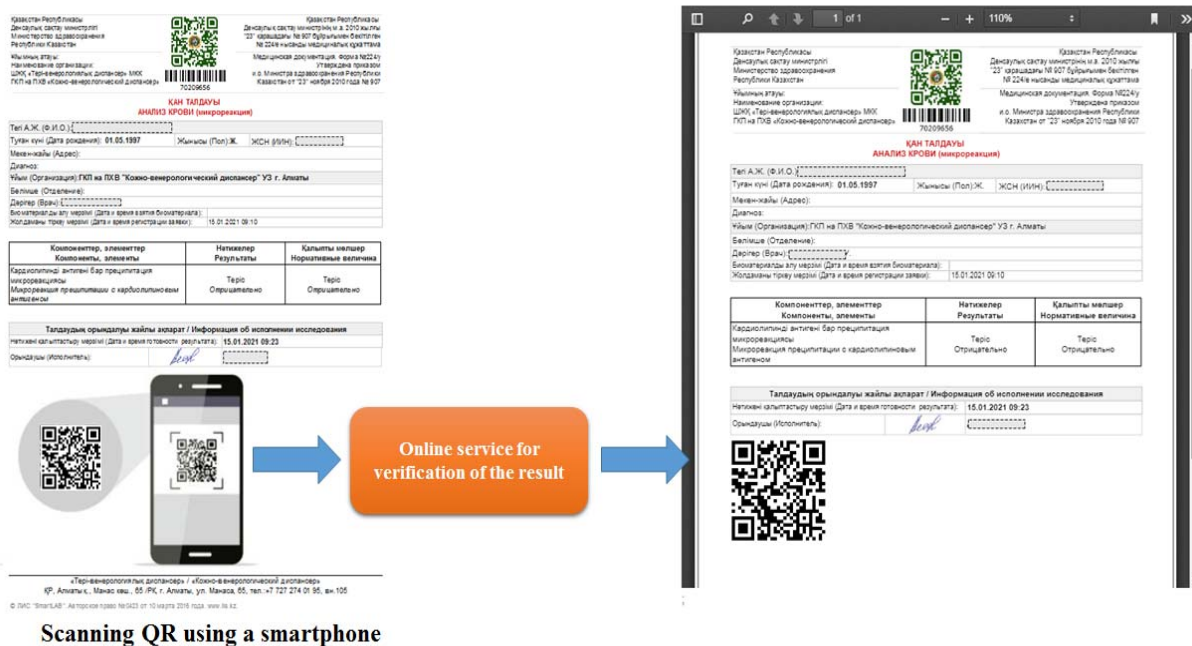


Figure 7 - Solution in production mode

Results. The presented solution passed production testing in February 2019 at the "Dermatovenerologic dispensary" in the Almaty and widely used for other laboratories of the public and private sectors.

Conclusion

QR coding of laboratory test results is an integral part of LIS SmartLAB results forms, and has been implemented in laboratories of various profiles, such as “Kazakh Research Institute of Eye Diseases (Almaty), Kapshagai City Clinical Hospital (Kapshagai), Center for Molecular Medicine (Almaty, Nur-Sultan, Atyrau), Center for Sports Medicine and Rehabilitation (Almaty), Almaty Regional Children's Clinical Hospital (Otegen-Batyr village, Almaty region), KazNMU named after S. D. Asfendiyarov (Almaty), MEDSI LLP (Karaganda), GioTrade LLP (Karaganda), Regional Center for Reproductive Medicine (Ust-Kamenogorsk). I would like to note that the presented solution served as one of the tools to protect against falsification of the results for COVID-19, which influenced the publication of the order by the Ministry of Health of the Republic of Kazakhstan on the forms of results for Covid-19. As a result, the participants in the automation process achieved:

- The reliability of the results - the result on paper could always be verified for reliability;
- Application by laboratories of various profiles, including PCR for Covid-19.

The materials presented in this article are the result of the practical application of solutions in the field of laboratory diagnostics automation.

Қ. Қадірқұлов¹, А. Исмаилова¹, А. Бейсегұл², А. Сатыбалдиева¹

¹ Сәкен Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан;

² ЖШС «SmartLab Kazakhstan, Алматы, Қазақстан

ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЗЕРТТЕУЛЕР НӘТИЖЕЛЕРІНІҢ QR-ВЕРИФИКАЦИЯСЫ

Аннотация. Бұл мақалада зертханалық зерттеулер нәтижелерінің шынайылығын тексеру үшін QR кодтарын [1] практикалық қолдану сипатталғады. QR кодтары барлық салаларда ақпаратты жылдам сәйкестендіру және транзакциялық әрекеттерді жүзеге асыру ретінде кеңінен қолданыла бастады, мұнда URL мекен-жайын шифрлау қолданылып, смартфон камерасы арқылы жылдам анықтауға мүмкіндік береді. Цифрландыру денсаулық сақтау, жұмыс, білім берудің онлайн-ортасына көшуге және аурулардың таралуы туралы көбірек мәліметтер алуға, ақпарат алмасуға және зертханалық нәтижелерді бұрмалаусыз тез алуға ықпал етеді. Ұсынылған шешім SmartLAB лабораториялық ақпараттық жүйесінің платформасының құрамдас бөлігі болып табылып [2], әр түрлі профильдегі зертханаларды кешенді

автоматизированы HL7 (Денсаулық деңгейі 7 - «Жетінші деңгей») [3], ASTM (ағыл. American Society for Testing and Materials - «Американдық тестілеу материалдары қоғамы») [4] халықаралық стандарттарына сәйкес зертханалық жабдықтармен тікелей өзара әрекеттесу арқылы сенімді нәтижелерге қол жеткізу үшін барлық жұмыс процестерін қадағалай отырып, стандартты мәндерден ауытқуларды автоматты түрде анықтауды жүзеге асырады [5]. 2019 жылы Алматы қаласының тері – венерологиялық диспансерінің зертханасы негізінде QR кодтарын пилоттық енгізу жүзеге асырылды, оның нәтижелері жағымды әсер беріп, QR кодтарын басқа зертханалық диагностиканың профилидерінде, мысалы ПТР (полимеразды тізбекті реакция), генетика, микробиология және клиникалық диагностикада енгізуге мүмкіншілік берді. Қазіргі уақытта, пандемияға байланысты, COVID-19 вирусының РНК-ын анықтауға арналған барлық зертханалық нәтижелер QR кодын қамтуы керек.

Түйін сөздер: QR-кодтар, зертханалық ақпараттық жүйе, зертханалық зерттеулер, Covid-19, зертхана-лық нәтижелерді тексеру, ақпараттық жүйе.

К. Кадиркулов¹, А. Исмаилова¹, А. Бейсегул², А. Сатыбалдиева¹

¹ Казахский агротехнический университет им. Сакена Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан;

² ТОО «SmartLab Kazakhstan», Алматы, Казахстан

QR-ВЕРИФИКАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ЛАБОРАТОРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Аннотация. В данной статье описывается практическое применение QR-кодов [1] для проверки достоверности результатов лабораторных исследований. QR-коды стали широко использоваться во всех отраслях в качестве быстрой идентификации информации и осуществления транзакционных действий, где с их помощью производится шифрование URL-адреса, что позволяет быстро его сканировать при помощи камеры смартфонов. Цифровизация способствует переходу в онлайн-среду здравоохранения, трудовой деятельности, образования и получать больше данных о распространении заболеваний, обмениваться информацией и оперативно получать результаты лабораторных исследований без искажений. Представленное решение является компонентом платформы ЛИС SmartLAB [2], который производит комплексную автоматизацию лаборатории разного профиля, соблюдая все рабочие процессы для получения достоверных результатов путем непосредственного взаимодействия с лабораторным оборудованием по международным стандартам HL7 (англ. Health Level 7 – «Седьмой уровень») [3], ASTM (англ. American Society for Testing and Materials – «Американское общество по испытанию материалов») [4] и автоматическому выявлению отклонений от нормативных величин [5]. В 2019 году было пилотное внедрение QR-верификации результатов на базе лаборатории кожно-венерологического диспансера г. Алматы, результаты которого дали возможность внедрения QR-кодов и в другие профили лабораторной диагностики, такие как ПЦР (полимеразная цепная реакция), генетика, микробиология и клиническая диагностика. В настоящее время в связи с пандемией все результаты лабораторных исследований на выявление РНК-вируса COVID-19 должны содержать QR-код во избежание подделок результатов.

Information about authors:

Kadirkulov K., (PhD doctoral student of the Department of Information Systems, S. Seifullin Agrotechnical University), kkuanysh@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-0506-4890>;

Ismailova A., (PhD Doctor, Senior Lecturer, Department of Information Systems, S. Seifullin Agrotechnical University), a.ismailova@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8958-1846>;

Beissegul A., (Candidate of Chemical Sciences, Director, SmartLab Kazakhstan LLP), beissegul@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-0053-2539>;

Satybaldieva A., (PhD, Senior Lecturer, Department of Information Systems, S. Seifullin Agrotechnical University), satekbayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5740-7934>;

REFERENCES

- [1] QR-code: [Online resource]. 2001-2021. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/QR_code
- [2] "SmartLab Kazakhstan" LLP: [Online resource]. A., 2015-2021. URL: <http://lis.kz>.
- [3] Health Level Seven International: [Online resource]. 2013-2021. URL: <https://wiki.hl7.org/>.
- [4] International Association for Testing Materials: [Online resource]. 2001-2021. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/ASTM_International.
- [5] K. Kadirkulov, A. Ismailova, G. Soltan, A. Mukhanova, M. Makhanov, Automation of identification of declining the laboratory studies results, 2020. VESTNIK KazNRTU №4 (140), pages 127-133.
- [6] State program "Digital Kazakhstan". About: [Online resource] // Official internet-resource of State program «Digital Kazakhstan». N., 2018-2019. URL: <https://digitalkz.kz/o-programme/>.
- [7] Bank of Russia, Review of international experience of using QR codes in the financial sector, M., 2018.
- [8] Kaspi.kz QR: [Online resource]. A. 2012-2021. URL: <https://kaspi.kz/guide/app/qr/>.
- [9] Law of the Republic of Kazakhstan dated May 21, 2013 No. 94-V "On personal data and their protection" (with amendments and additions as of 03.07.2020): [Online resource] // Official internet-resource of zakon.kz, A, 2020, URL: https://online.zakon.kz/document/?doc_id=31396226
- [10] Official Covid-19 monitoring resource in Kazakhstan: [Online resource], N. 2021, URL: <https://www.coronavirus2020.kz/ru/ofinfo>
- [11] Google ReCaptcha: [Online resource]. 2001-2021. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/ReCAPTCHA>.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 102 – 108

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.27>

UDC 0004.5

IRSTI 20.53.19

Zh. H. Spabekova, A. G. Karelova, A. E. Qami, Z. S. Abilkaiyr

Kazakh National University named after Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: qamiaiko@gmail.com

RECOGNITION OF IDENTIFICATION DATA OF BANK CARDS

Abstract. This article describes the recognition of bank card information. Recognizing an object with a camera is one of the most important tasks at the moment. Recognizing credit card data at the same time is a rather complex algorithmic task, but at the moment the implementation of this task is very relevant and in-demand due to the increase in the number of payment transactions via mobile devices. The implementation of this task can save a person from having to enter most of the data when making online payments. The fundamental difficulties of this problem are discussed and methods for solving it are proposed. The problem under consideration is solved for the case of application on mobile devices, which imposes strict requirements for computational complexity. The article presents the results of a formal analysis of the performance and accuracy of the proposed algorithm. The error spectrum of the recognition system as a whole shows that the proposed algorithm solves the problem with the required accuracy.

The main question that was investigated at this work: is it possible to use the Tesseract OCR library for text recognition from video images, for example, timecode? That is, digital time data embedded in the footage images. This is important for the automation of individual procedures for video technical expert studies.

Object recognition by the camera is one of the most important tasks at the moment. The fundamental difficulties of this problem are discussed and methods for its solution are proposed. The article presents the results of a formal analysis of the performance and accuracy of the proposed algorithm. The spectrum of errors of the recognition system as a whole shows that the proposed algorithm solves the problem with the required accuracy.

Keywords: Python, recognition, bank card, embossed numbers, OpenCV.

Introduction. The development of banking technologies has led to the widespread introduction of Internet banking, i.e. remote banking customer service via the Internet, as well as mobile banking, which provides the ability to manage bank accounts using a tablet computer or smartphone. Currently, one client of the bank may have two or more bank cards, which he can use for payment. Filling in all data fields when paying for services or making purchases using mobile banking requires time and attention. Therefore, the improvement of mobile banking involves the development of algorithmic and software to automate the entry of bank card details into the system based on the analysis of its image obtained using a mobile device.

A bank card is a typical example of a document with a flexible form, therefore, when processing it, algorithms for detecting and recognizing data that are used on other types of documents with a flexible form can be used [1]. The work [2] presents an approach for the segmentation and recognition of text characters on business cards with a plain background. In this case, such basic steps are used as the selection of edges by the Sobel operator, line thinning, projective transformation, adaptive binarization, segmentation of words and text symbols with their subsequent recognition. The application of this approach is limited by the ability to work only with a simple background and rather significant computational costs, which imposes a limitation on its implementation. The paper proposes an algorithm for processing business cards at the first stage of which a rough background removal is performed based on block analysis of the input image, at the second stage the obtained connected components are classified

to determine text regions and exclude logo images. Then adaptive binarization is applied to the result, which allows you to separate the text from the background for further recognition. This algorithm can also be used only for images of cards with a monotone background.

Development uses python for preprocessing and segmentation of text characters, and the Tesseract library for their recognition. In this article, preprocessing uses several operations with high computational complexity to improve the input image and segmentation of characters, therefore, a simplified version of the algorithm is implemented on a mobile device with the absence of certain preprocessing stages, which led to a significant decrease in the quality of its work. At the first step, the size of the input image is reduced, preprocessing operations are performed using the OpenCV library, and character recognition is based on Tesseract. However, the results of experiments in the works are presented for images of business cards with a single-color background, on which text symbols are visible.

The capabilities of the algorithms for recognizing bank card numbers under the control of python software also do not include the recognition of the user's first and last name. The use of preprocessing of card images ensures the accuracy of digit recognition up to 90%. It should also be noted that these algorithms are designed to work with embossed cards with numbers and letters embossed on the front side. In [3], a method for constructing the reliability function of recognition of images of embossed symbols is presented and its effectiveness is shown to increase the probability of their correct recognition. However, non-embossed cards have become widespread, which can be issued to a client on the day of his application to the bank. But due to the lack of a procedure for extruding alphanumeric information, its localization and recognition are much more difficult and require effective preprocessing to localize characters and ensure their correct recognition.

Existing approaches use static images as input data, on which in some cases noise, glare, significant changes in brightness, insufficient sharpness, etc. can occur, which leads to the need to obtain a new image, which may also be unsuitable for correct detection cards, information fields on it, and (or) their further recognition. Improving the efficiency of data processing can be achieved through the use of video, which is easily obtained using a mobile phone. However, the presence of not one image, but their sequence leads to the need to develop other approaches to processing. In [4], it was proposed to use video sequences to detect document edges by mobile devices. At the same time, image segmentation is performed in the Lab color space using morphological processing, linking the boundaries of individual segments based on the Hough transformation and detecting lines that limit the document as a whole. However, to reduce computational costs, a reduction of the input image frame size from 1280×720 to 180×100 pixels is applied. Such a reduction in the frame is not suitable for solving the problem of localizing and recognizing information on a bank card, since the probability of character recognition will be low due to its small size.

In this paper, an algorithm is proposed for detecting and recognizing bank card details by video sequences. The algorithm allows almost real-time recognition of information fields on the front of a bank card, for embossed and non-embossed types of cards.

Setting of problems

2. Algorithm for recognizing bank card details by video sequences

In the developed algorithm, a sequence of frames obtained with a video camera enters the rectangular areas detection unit, which detects all rectangles in the frame and returns only one that satisfies the bank card parameters.

This area is converted to a grayscale image, which is transferred to the segmentation unit to highlight and index areas on the card image that correspond to information fields such as the card number, its expiration date, and the owner's first and last name. For segmented blocks, filtering contrast is improved. This is followed by adaptive binarization and morphological processing. The next step is to refine the boundaries of the symbol areas and uses the sliding window method. Thereafter, the segmented areas are passed to the OCR unit to recognize digital and text characters. Finally, the data evaluation unit processes the received information to display or reject the result. If the received card number and expiration date are valid, the result is considered correct for them. Recognition of the owner name field data stops after the first result is obtained. If information is not read from all three information fields in the current frame, then only the missing ones are processed in the next frame.

Methods

2.1. Card detection. When developing a card detection algorithm, it is taken into account that the frame size of the input video sequence varies and can reach a resolution of 3840×2160 pixels; the devices also provide automatic focus on the object, brightness correction, and white balance. Thus, the resulting image will, as a rule, have the following acceptable characteristics: sharpness, brightness, and sufficient frame resolution for automatic extraction of bank card data.

At the first stage, all rectangular areas in the image are detected and localized. Further, to determine the contour describing the bank card, the analysis of the aspect ratio of the sides of the obtained objects is used. Since the height m_o and width n_o of the card are standardized, the ratio of the dimensions of its sides is a constant value, it is advisable to use it as a criterion when finding the card outline from all detected rectangular areas. Then a rectangular region r_i with dimensions $m_i \times n_i$ can be assigned to the card image in the frame if the condition is met:

$$\frac{n_o}{m_o} - e < \frac{n_i}{m_i} < \frac{n_o}{m_o} + e \quad (1)$$

where e is the coefficient of permissible deviation of the aspect ratio of the card sides.

An unambiguous match is considered to be the rectangle with the longest side m_{max} of all detected ones. The dimensions of the rectangular area found at this stage and its location relative to the entire image $p_i(x_i, y_i)$ are used to extract the card area from the input frame.

2.2. ROI segmentation. On the resulting image of card I with dimensions $m_I \times n_I$, it is necessary to find areas containing information about the bank card number (I_C). The size and location of these areas are defined by ISO / IEC 7811-5.4: 2018, which can be used to segment these fields, formally represented as: $C(x_C, y_C, m_C, n_C)$ – card number;

Since the values of m_I and n_I can vary during filming, it is necessary to provide normalization to correctly determine C . For this, scaling factors are used, which are multiplied by the parameters of these areas, in width (C_{sw}) and in height (C_{sh}):

$$C_{sw} = \frac{n_I}{n_o}, C_{sh} = \frac{m_I}{m_o}. \quad (2)$$

The bank card number contains 16 digits, divided into 4 equal groups of 4 digits each. Based on this, the I_C image selected at the previous stage with the area of the C_I card number is divided into 4 equal areas $C_{I1}, C_{I2}, C_{I3}, C_{I4}$.

2.3. Segment display enhancement. Using the operations of mathematical morphology, the boundaries of symbols are underlined on the grayscale image obtained from the previous stage. To determine the color of the background and symbols, the average brightness value is calculated. If the result is greater than 127, then the background color is light and the character color is dark, and vice versa.

If the color of the characters is defined as light, a morphological transformation WhiteTopHat is performed on the image, which subtracts the open image from the original one, thus emphasizing the details of the outlines of light characters. The BlackTopHat transform is used to emphasize the detail of the borders of dark characters by subtracting the original image from the closed image. The structuring element b for the cores of both filters has a rectangular shape and its size $n_b \times m_b$, taking into account the experimentally determined scaling factors, is calculated as:

$$n_b = 0.06n_I, m_b = 3n_b \quad (3)$$

where n_I is the width of the image received for transformation.

2.4. Localization of borders. Since in the images of bank cards, despite their small size, the brightness-contrast characteristics of the fragments can differ significantly, the brightness levels of the pixels of the background areas on which the symbols are located also change. Taking into account this feature and the need to preserve the boundaries of symbols, the image binarization method with an adaptive threshold is used based on the analysis of the local region according to the expression:

$$bin_{x,y} \begin{cases} 255, & \text{if } Y_{x,y} > T(x,y) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

where $T(x, y)$ is an adaptive binarization threshold, calculated for each pixel as $T(x, y) = corr(I, G) - c$; $corr(I, G)$ – cross-correlation of a local $k \times k$ image fragment with a Gaussian window; c is a constant. The $k \times k$ Gaussian window coefficient matrix is defined as[6]:

$$G_i = \alpha \cdot e^{-\frac{(i - \frac{k-1}{2})^2}{2 \cdot \sigma^2}}, \quad (4)$$

$$\sigma = 0.3 \cdot ((k - 1) \cdot 0.5 - 1) + 0.8,$$

where $i = 0 \dots k - 1$, α is the scaling factor chosen in such a way that $\sum_i G_i = 1$

To reduce the amount of noise and remove uninformative details from the image, as well as to roughly separate the characters from the background of the image, morphological operations of closure and erosion are applied sequentially.

The shape of the structuring element b of size $m_b \times n_b$ ($n_b = \frac{w_{symp}}{3}$) of the kernels of both filters is set taking into account the peculiarities of the font characters according to ISO / IEC 7811–7.1: 2018 in the form ellipse. The thickness of the symbol w_{symp} does not depend on the type of the processed fragment of the card image and is defined for OCR-B. The projection of the font width (mm) by the size in pixels, relative to the size of the bank card area, is a constant and is calculated based on its full width:

$$w_{symp} = 0.004884 \cdot n_0 \quad (5)$$

Next, the edges of the character area on the processed image are refined based on the sliding vertical window method. The height of the window varies according to the font size of the characters. H_{dc} – card number font height (4.0 mm). Then their projections to the height in pixels relative to the size of the full card area H_{dc} . The general view of the calculation is represented by the formula:

$$h = \frac{H \cdot m_0}{54.0} \quad (6)$$

where 54.0 mm is the height of the card (ISO / IEC 7811-6.3: 2018), and m_0 is the height of the detected area of the card (pix).

The received character area from the previous step, black and white lists of characters, as well as the language identifier, are sequentially transferred to the Tesseract recognition system.

The white list, consisting of a set of numbers from 0 to 9 and the language identifier "eng", are transmitted as parameters for displaying the bank card number. For an image with an expiration date: the numbers 0 through 9 and the "/" character form the white list, and "eng" is the language identifier. For the name of the cardholder: "rus" and "eng" are language identifiers, and a set of characters, including punctuation marks, special characters, and numbers, is blacklisted. This approach helps to increase the speed of character recognition by the Tesseract library and speed up the entire processing process as a whole.

Results. Testing of the quality characteristics of the developed algorithm was performed using a database of 180 bank cards, which were placed on a complex background, the information fields of the details were not blocked by foreign objects and were visually recognized.

The values of the coefficients that are used in the calculations were experimentally obtained using the ROC analysis technique [7]. The calculation of the permissible deviation coefficient of the aspect ratio of the sides of the bank card (e) was carried out taking into account its exact dimensions by ISO / IEC 7811-5.4: 2018 on a sample of 214 images, 178 of which had card objects, 36 had no cards, or their borders have been blurred or distorted. As a result of the experiment, for each coefficient e , which varied from 0 to 0.02 with a step of 0.0002, the proportions of true (TPR) and false (FPR) detection were calculated. For $e = 0.011$, the maximum TPR value is 0.974194 and the minimum FPR = 0.111111

The size of the local region for binarization was determined taking into account the scaling factor since this parameter depends on the input dimensions of the detected area of the bank card (its width (W_l , pixels)): $k = W_l \cdot k'$.

The k' values varied from 0.002 to 0.03 with a step of 0.001. At this stage, the maximum value of the fraction of true character recognition $TPR = 0.83447$ and the fraction of false recognition of characters $FPR = 0.140864$ was obtained for $k' = 0.016$. The constant $c = 13$ is defined similarly.

According to the results obtained using the ROC analysis, after setting the optimal coefficients and threshold values in the implementation of the algorithm, the proportion of truly positive classification of all data fields on the card is $TPR = 0.88$, and the proportion of false-positive classification is $FPR = 0.14$. Figure 1– 3 shows examples of bank card detection from a set of video sequences, indicating keyframes and detection diagrams. Card detection on the diagram corresponds to – 1, absence – 0. Video capture was carried out at a constant frequency of 30 frames / s.



Figure 1 - An example of frames of a video sequence

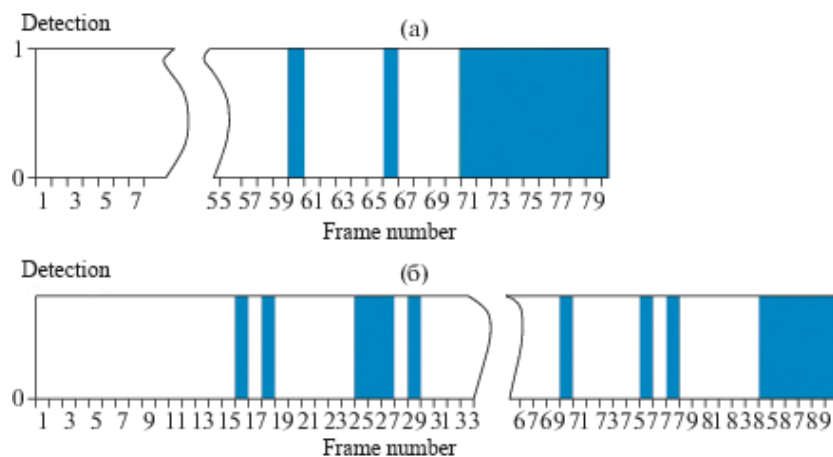


Figure 2 – Diagram of detecting a card on a video sequence

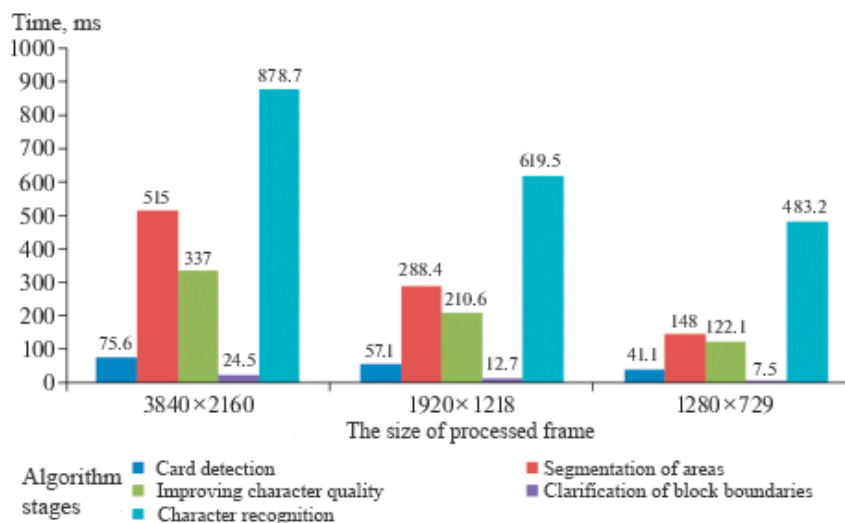


Figure 3 – Algorithm time-consuming distribution

The time spent for each stage of processing the algorithm of one frame of a video sequence of different resolutions is shown in figure 3.

As can be seen from the graphs (figure 3), the time spent on the character recognition operation has a non-linear dependence on the size of the processed frame, in contrast to other operations.

Discussion. The experiments were carried out for 180 cards under various shooting conditions, of which for 104 cases the cards were embossed with symbols.

An analysis of the recognition results for all the cards in the database used shows that the developed approach significantly improves recognition on cards with non-embossed characters, which does not provide for the recognition of the cardholder's name. In general, the proportion of truly positive classification by the proposed algorithm of all three data fields on the card is $TPR = 0.88$, for the card number and validity period – $TPR = 0.925$.

Analysis of the results obtained during research shows that detection and recognition errors occur due to the influence of a combination of factors: the location of the card object on a complex background, similar to the image of the card itself; the presence of glare of artificial lighting or a significant difference in brightness; too far away from the camera; blurring the outlines of the card if the camera or the card moves during video recording. Further improvement of the algorithm is planned by improving the character recognition algorithm.

Conclusion. This article presents an algorithm for recognizing the details of the front side of bank cards.

Improving the efficiency of card detection and data recognition in comparison with existing approaches is provided by analyzing the sequence of images obtained from the video sequence. The proposed approach includes the detection of card boundaries in the frame based on the Viola-Jones algorithm and the OverFeat method, segmentation of information fields taking into account their location on the card, improvement of segment images using histogram normalization and morphological processing, determination of the boundaries of symbol blocks based on adaptive binarization and morphological processing, their refinement using a sliding vertical window, character recognition using the Tesseract library. The software implementation of the developed algorithm is performed using python, the OpenCV, and Tesseract libraries. At the same time, the share of truly positive classification by the proposed algorithm of all three data fields on the card is $TPR = 0.88$, for the card number and validity period – $TPR = 0.925$.

Ж. Х. Спабекова, А. Карелова, А. Е. Қами, Ж. С. Әбілқайыр

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан.

БАНК КАРТАЛАРЫНЫҢ ИДЕНФИКАЦИЯЛЫҚ МӘЛІМЕТТЕРІН ТАҢУ

Аннотация. Бұл мақалада банк картасының ақпаратын тануы туралы сипатталған. Нысанды камера арқылы тану қазіргі кездегі ең маңызды міндеттердің бірі болып табылады. Несие карталарының деректерін тану бір уақытта өте күрделі алгоритмдік міндет болып табылады, бірақ қазіргі уақытта мобильді құрылғылар арқылы төлем операциялары санының көбеюіне байланысты өте өзекті және сұранысқа ие мәселе болып табылады. Бұл міндетті жүзеге асыру адамды төлемдерді онлайн режимінде жүзеге асырған кезде көптеген мәліметтер енгізуден құтқара алады. Бұл мәселенің негізгі қиындықтары талқыланып, оны шешудің әдістері ұсынылады. Қарастырылып отырған мәселе мобильді құрылғыларға қолдану жағдайында шешіледі, бұл есептеу қиындығына қатаң талаптар қояды. Мақалада ұсынылған алгоритмнің өнімділігі мен дәлдігін ресми талдау нәтижелері келтірілген.

Осы жұмыста зерттелген негізгі сұрақ: Tesseract OCR кітапханасын видео кескіндерден мәтінді, мысалы, уақыт кодын тану үшін пайдалануға бола ма? Яғни, түсірілген кескін шеңберлеріне енгізілген уақыттың сандық деректері. Бұл бейне техникалық сараптамалық зерттеулер жүргізудің жеке рәсімдерін автоматтандыру үшін маңызды.

Заттарды камерамен тану - қазіргі кездегі маңызды міндеттердің бірі. Бұл мәселенің негізгі қиындықтары талқыланып, оны шешудің әдістері ұсынылады. Мақалада ұсынылған алгоритмнің өнімділігі мен дәлдігін ресми талдау нәтижелері келтірілген. Жалпы тану жүйесінің қателіктерінің спектрі ұсынылған алгоритм есепті қажетті дәлдікпен шешетіндігін көрсетеді.

Түйін сөздер: Python, тану, банктік карта, рельефтік нөмірлер, OpenCV.

Ж. Х. Спабекова, А. Карелова, А. Е. Қами, Ж. С. Әбілқайыр

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

РАСПОЗНАВАНИЕ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ ДАННЫХ БАНКОВСКИХ КАРТ

Аннотация. В данной статье описывается распознавание информации банковской карты. Распознавание объекта с помощью камеры – одна из самых важных задач на данный момент. Распознавание данных кредитных карт одновременно является достаточно сложной алгоритмической задачей, однако реализация этой задачи очень актуальна и востребована в связи с увеличением количества платежных операций с помощью мобильных устройств. Реализация этой задачи сможет избавить человека от необходимости вводить большую часть данных при совершении онлайн-платежей. Обсуждаются фундаментальные трудности этой проблемы и предлагаются методы ее решения. Рассматриваемая задача решается для применения на мобильных устройствах, что предъявляет жесткие требования к вычислительной сложности. В статье представлены результаты формального анализа производительности и точности предложенного алгоритма.

Основной вопрос, который был исследован в данной работе: можно ли использовать библиотеку Tesseract OCR для распознавания текста из видеоизображений, например, timescode? То есть цифровые временные данные, встроенные в отснятые кадры изображений. Это важно для автоматизации отдельных процедур проведения видеотехнических экспертных исследований.

Распознавание объектов камерой – одна из важнейших задач на данный момент. Обсуждаются фундаментальные трудности этой проблемы и предлагаются методы ее решения. В статье представлены результаты формального анализа производительности и точности предложенного алгоритма. Спектр ошибок системы распознавания в целом показывает, что предложенный алгоритм решает поставленную задачу с требуемой точностью.

Ключевые слова: Python, распознавание, банковская карта, эмбоссированные цифры, OpenCV.

Information about authors:

Spabekova Zhanara Khalilaevna, Senior Lecturer of the Department "Informatics", Al-Farabi Kazakh National University, zhanaraspabekova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5970-3286> ;

Abilkaiyr Zhaina Serzhankyzy, Master's student of Al-Farabi Kazakh National University, abilkhair.zhaina.98@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6748-428X>;

Qami Ayaulym.Yerbolkyzy, Master's student of Al-Farabi Kazakh National University, qamiaiko@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-9840-9178>;

Karelova Ayagul Gabidenkyzy, Master's student of Al-Farabi Kazakh National University, karelovaayagul@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-3960-4226>

REFERENCES

[1] Sheshkus A., Nikolaev D., Ingacheva A., Skoryukina N. Approach to the recognition of flexible forms on the example of the credit card date recognition. Proceedings SPIE 9875, Eighth International Conference on Machine Vision (ICMV 2015), Barcelona, Spain, 8 December 2015, session 3. P. 83–88.

[2] Christian T., Gustavsson D. Content recognition of business cards. Summer Project, IT University of Copenhagen, Copenhagen, Denmark, 5 September 2007.

[3] Арлазаров В.В., Булатов К.Б., Карпенко С.М. Метод определения надежности распознавания тисненых символов. Труды Института системного анализа РАН. 2013. Т. 63. № 3. С. 117–122.

[4] Puybareau E., Geraud T. Real-Time Document Detection in Smartphone Videos. Proceedings of the 24th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), France, October 2018. P. 1498–1502.

[5] Sermanet P., Eigen D., Zhang X., Mathieu M., Fergus R., LeCun Y. OverFeat: Integrated Recognition, Localization and Detection using Convolutional Networks. International Conference on Learning Representations (ICLR), Banff, Canada 14–16 April 2014. P. 1055–1061.

[6] Copyright 2011–2014, OpenCV dev team, 2019. OpenCV documentation / Image filtration. <https://docs.opencv.org/2.4/modules/imgproc/doc/filtering.html#getgaussiankernel>

[7] Mason S.J., Graham N.E. Areas beneath the relative operating characteristics (ROC) and relative operating levels (ROL) curves: Statistical significance and interpretation. / S.J. Mason, N.E. Graham // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2002. V. 128. P. 2145–2166.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 109 – 114

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.28>

УДК 0004.5

МРНТИ 20.53.19

Т. Ж. Мазаков^{1,2}, Ж. С. Әбілқайыр²¹Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, Алматы, Казахстан;²Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан.

E-mail: tmazakov@mail.ru, abilkhair.zhaina.98@gmail.com

**РАСПОЗНАВАНИЕ ШТРИХ-КОДА НА СИЛЬНО ИСКАЖЕННЫХ
ИЗОБРАЖЕНИЯХ И ИЗОБРАЖЕНИЯХ С НИЗКИМ РАЗРЕШЕНИЕМ**

Аннотация. Считывание штрих-кодов должно быть устойчивым к сложным условиям, таким как размытие, шум, низкое разрешение или низкое качество объективов камер, которые очень распространены. Удивительно, но даже самые продвинутые алгоритмы считывания штрих-кодов терпят неудачу, когда в игру вступают некоторые из этих факторов.

В этой статье мы представляем новый подход к обнаружению изображений штрих-кодов. Наш алгоритм специально разработан для распознавания штрих-кодов, когда изображение может иметь низкое разрешение, низкое качество или страдать от значительного размытия, расфокусировки, неравномерного освещения, шума и насыщенности цвета. Алгоритм является точным, быстрым, масштабируемым и может быть легко сконфигурирован для поиска допустимого результата в пределах временного ограничения. Наш алгоритм полезен для распознавания штрих-кодов в режиме реального времени на портативных устройствах с ограниченными возможностями обработки, таких как мобильные телефоны.

Ключевые слова: штрих-коды, EAN13, извлечение признаков, сегментация изображений, распознавание образов, обнаружение.

Введение. Штрих-коды по-прежнему являются распространенным механизмом кодирования машиночитаемой информации на большинстве товаров и услуг. Сегодня широкий спектр ручных устройств общего назначения, таких как мобильные телефоны поставляется с оптической системой визуализации. Включение этих универсальных ручных устройств с возможностью распознавания штрих-кодов является экономически эффективной альтернативой обычным сканерам штрих-кодов. Это оборудование доступно миллиардам людей. В сочетании с новыми услугами это может революционизировать повседневный опыт покупок, включая проверку цен в магазине, получение информации о продукте, доступ к обзорам продуктов, поиск похожих продуктов и услуг, а также сравнение цен на месте.

Обнаружение штрих-кодов на изображениях, полученных портативными устройствами общего назначения, является особенно сложной задачей из-за ограничений интегрированной системы визуализации и возможностей обработки данных устройства. Эти устройства часто имеют более низкое качество линзовых систем и более низкое разрешение схем визуализации по сравнению со специализированными цифровыми камерами. Оптическая система часто не предназначена для съемки в непосредственной близости от объектива, что приводит к расфокусированным и плохо освещенным изображениям с насыщенными цветами. Эти ограничения часто означают, что использование обычных методов порогового значения не может привести к созданию подходящего шаблона для распознавания штрих-кодов. Алгоритм, который неизменно может быть реализован на широком спектре ручных устройств, должен учитывать эти ограничения.

Методы. Алгоритм для обнаружения штрих-кодов в низком разрешении, сильно искаженных и зашумленных изображениях, где плотность кода может быть меньше двух пикселей. Такое

изображение изображено на рисунок 1. Длина штрих-кода EAN13 [1], отображаемого на изображении, составляет 147 пикселей, что приводит к плотности кода 1,54 пикселей.



Рисунок 1 – Низкое разрешение, сильно искаженный и шумный штрих-код

Изображение темное, сильно искаженное и страдает от сжатия JPEG низкого качества, но может быть успешно декодировано с помощью нашего алгоритма. Алгоритм обеспечивает субпиксельную точность за счет разделения краевых пикселей между двумя соседними модулями. Мы используем традиционный метод растрового сканирования, чтобы получить представление последовательности идеального двухуровневого изображения. Этот метод подвержен шумам. Мы решаем проблему удаления шума, применяя переменный порог пульсации, когда мы оцениваем местоположение локальных экстремумов последовательности. Методы обнаружения пиков и краев, обсуждаемые в [3], не всегда применимы к классу изображений, который мы рассматриваем в этой статье, где длина модуля меньше двух пикселей. Мы представляем алгоритм, который масштабирует высоту пиков и впадин и использует скользящий порог для оценки расположения краев. Это также позволяет нам успешно декодировать штрих-коды при неравномерном освещении, которое является основным источником искажений в изображениях, которые мы рассматриваем.

Расстояние от края до края и от экстремума до экстремума сохраняется в векторе признаков. Затем вектор признаков сравнивается с предварительно вычисленными векторами признаков идеального двухуровневого сигнала. Метод наименьших квадратов используется для декодирования входной последовательности путем выбора идеального сигнала, вектор признаков которого наиболее близок к оцененной последовательности. Мы также доказываем лемму о раннем обнаружении класса последовательностей, которая увеличивает скорость алгоритма.

Результаты. Алгоритм был реализован для штрих-кодов типа EAN13, который принадлежит к более сложному классу символов идентификации, известному как дельта-коды [1]. Это происходит из-за переменной ширины стержневых и пространственных модулей, а также из-за эффекта искажения более широких модулей на крайних положениях соседних узких модулей. Метод может применяться к двоичным символам, таким как Code39.

Обсуждение. Препроцессор. Препроцессор получает входные данные от устройства формирования изображения. Часто это происходит в виде сжатого потока JPEG. Затем входной поток распаковывается и преобразуется в карту интенсивности в градациях серого. Предполагая входное 24-битное изображение, мы имеем

$$i[m, n] = 1 - \frac{r[m, n] + g[m, n] + b[m, n]}{3 \times 255} \quad (1)$$

где r , g и b – красный, зеленый и синий компоненты входного сигнала, соответственно, а $i[m, n]$ – интенсивность серой шкалы в местоположении $[m, n]$ изображения. $i[m, n]$ масштабируется между 0 и 1, где 0 означает белый пиксель, а 1 – черный пиксель. Мы предпочитаем это представление черных и белых пикселей, поскольку оно будет связывать полосы с пиками, а пробелы с впадинами на более поздних этапах алгоритма. Большие изображения ($> 2MP$) отбираются, чтобы снизить затраты на обработку часто занимающего много времени детектора области интереса (ROI). Как только области интереса обнаружены, сегментатор использует изображение исходного размера.

ROI детектор. Детектор области интереса используется для поиска областей на входном изображении, где есть вероятность найти штрих-код. Для этой цели используется направленный характер ID штрих-кодов путем вычисления карты градиента входного изображения и выбора областей, где фаза градиента демонстрирует некоторые характеристики направления [2].

Величина и фаза градиента изображения рассчитываются с использованием масок Собеля 3x3:

$$S_h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$S_v = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix},$$

$$G_h = I \otimes S_h$$

$$G_v = I \otimes S_v$$

где S_h и S_v – горизонтальная и вертикальная маски Собеля, G_h и G_v – карты горизонтального и вертикального градиента соответственно, а \otimes – оператор свертки.

Сегмент. Сегментер определяет границы штрих-кода и регулирует ориентацию. Ориентация будет рассчитана детектором ROI. Сегментатор поворачивает изображение таким образом, чтобы модули штрих-кода были параллельны вертикальной оси. Это упрощает процесс сканирования.

Чтобы найти границы, мы ищем горизонтальные тихие зоны (большие области фона вокруг модулей штрих-кода). Например, для символов EAN13 минимальная ширина тихой зоны должна составлять $9/d$, где d – плотность кода. На этом этапе плотность кода неизвестна, и мы предполагаем наименьшую возможную плотность кода, которая может быть обнаружена нашим алгоритмом (1 пиксель), чтобы гарантировать наиболее точные результаты. Это приведет к обнаружению недопустимых тихих зон внутри области штрих-кода для более крупных штрих-кодов. Мы можем быстро избавиться от этих потертостей, подсчитав количество экстремумов на этапе сканирования.

Из-за шума и искажений освещения в спокойной зоне могут наблюдаться вариации последовательности, напоминающие узкие модули штрих-кода высокой плотности. На рисунке 2 показана эта ситуация, когда рисунок штрих-пробела похож на рисунок шума в тихой зоне. Это говорит о том, что использование порога пульсации для удаления шума из тихой зоны может также смыть важную информацию об экстремумах, относящуюся к узким модулям. Чтобы решить эту проблему, нам нужно оценить постоянный порог T_q , который четко срезает тихую зону, но не влияет на пики низкой высоты.

Еще одна важная особенность алгоритма обнаружения – расстояние от края до края. Это метод, используемый сканерами с лазерным лучом для устранения эффекта равномерного искажения растекания краски, возникающего при печати штрих-кодов [1]. Здесь он служит той же цели, поскольку эффект нелинейного освещения вблизи кодового слова сродни просачиванию краев модуля в соседние области. Расстояние от края до края (между парами переднего и заднего фронтов) демонстрирует некоторую неизменность этого эффекта.

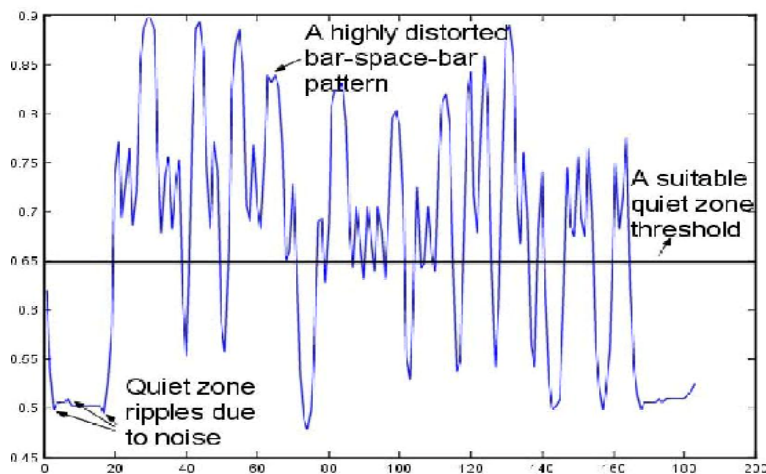


Рисунок 2 – Последовательность яркости выбранной строки изображения штрих-кода

Выход детектора ROI – это изображение, в основном занятое штрих-кодом и окружающей его тихой зоной. Эмпирически мы имеем

$$0.5 < \frac{A_{qz} + A_{space}}{A_{ROI}} < 0.65 \quad (2)$$

где A_{qz} – это площадь, занимаемая тихими зонами, A_{space} – это площадь, занимаемая космическими модулями, а A_{ROI} – общая площадь интересующей области. Поскольку нам приблизительно известна относительная площадь, занимаемая фоном, мы можем выбрать соответствующий уровень интенсивности для T_{qz} из гистограммы совокупной интенсивности (СИН) [8]. Для каждого уровня интенсивности L СИН предоставляет количество пикселей, интенсивность которых не превышает L . Мы выбираем T_{qz} таким образом, чтобы $H_{cumulative}[T_{qz}] = 0,55$. Затем мы заменяем интенсивности пикселей ниже уровня T_{qz} на T_{qz} . Этот метод позволяет нам исключить вариации интенсивности фона и нежелательные экстремумы формы сигнала, а также повышает надежность обнаружения тихих зон.

Сканер. Сканер преобразует входной сегмент изображения в дискретную одномерную последовательность и создает вектор признаков, который позже используется для декодирования символов. Мы используем метод растрового сканирования, который создает последовательность, отслеживая одну или несколько линий на изображении, и регистрирует информацию об интенсивности как значения последовательности.

Идеальную последовательность можно записать в виде ряда ступенчатых функций

$$b[n] = k \sum_{i=1}^N (-1)^{i-1} u[n - n_i] \quad (3)$$

где $u[n]$ – дискретная ступенчатая функция, N – количество модулей в штрих-коде, n_i – расположение i -го края, а k – постоянная высота.

На практике из-за искажения PSF, искажения освещения, ошибок выборки и шума результирующая последовательность отличается от идеального плоского двухуровневого сигнала, как показано на рисунке 2.

Сканер оценивает плотность кода и локальные экстремумы последовательности. Расположение и количество локальных экстремумов являются важными характеристиками. Местоположение локальных экстремумов изменяется из-за искажения, а нежелательные локальные экстремумы могут быть внесены из-за шума. Переменный порог пульсации T_{ripple} используется для удаления шума. T_{ripple} ограничивает обнаружение дальнейших экстремумов в непосредственной близости от уже выбранного экстремума и в пределах расстояния T_{ripple} от значения экстремума. Выбирается минимальное значение T_{ripple} , которое приводит к обнаружению правильного количества экстремумов, соответствующих профилю символов.

Наш модуль сканера оценивает среднюю плотность кода. Ориентация объекта и неплоская форма могут привести к изменению плотности кода в изображенном штрих-коде. Мы используем местоположения экстремумов для оценки границ кодовых слов. Затем коэффициент масштабирования применяется локально к каждому кодовому слову для нормализации и компенсации эффекта перспективы и отображения неплоских этикеток штрих-кода (например, штрих-кодов, напечатанных на банках).

Мы определяем порог, называемый порогом нормированного экстремума T_{ne} , чтобы оценить край. Мы предполагаем, что все пиксели выше T_{ne} принадлежат соседнему столбцу, а пиксели ниже – пространству, за исключением (до) двух пикселей, ближайших к порогу. Мы разделяем эти пиксели между двумя соседними модулями в зависимости от их расстояния до порога.

Декодер. Пусть $F_k = \{V_{k1}, V_{k2}, \dots, V_{km}\}$, будет набором векторов признаков V_{ki} , вычисленных для каждого идеального двухуровневого сигнала b_{ki} в позиции k -го кодового слова, и $i \in [1, m]$, где m – количество возможных кодировки в k -м позиции. Задачу декодирования можно определить как поиск символа, вектор признаков которого V_k удовлетворяет

$$\min \|V_{ki} - V_k\|, V_{ki} \in F_k \quad (4)$$

Выводы. Мы протестировали наш алгоритм на базе данных изображений штрих-кода EAN13. Изображения были сделаны при различном освещении, ориентации, расстоянии и условиях перспективы. Результаты показали улучшение на 57% по сравнению с популярным коммерческим считывателем штрих-кода.

Т. Ж. Мазаков^{1,2}, Ж. С. Әбілқайыр²

¹ҚР БҒМ ҒК Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, Алматы, Қазақстан;

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан.

ҚАТТЫ БҰРМАЛАНҒАН СУРЕТТЕР МЕН ТӨМЕН АЖЫРАТЫМДЫЛЫҚТАҒЫ СУРЕТТЕРДЕ ШТРИХ-КОДТЫ ТАҢУ

Аңдатпа. Штрих-кодты оқу өте жиі кездесетін бұлыңғырлық, шу, төмен ажыратымдылық немесе төмен сапалы камера линзалары сияқты қатал жағдайларға төзімді болуы керек. Бір таңқаларлығы, штрих - кодты оқудың ең дамыған алгоритмдері де осы факторлардың кейбіреулері пайда болған кезде сәтсіздікке ұшырайды.

Бұл мақалада біз штрих-код кескіндерін табудың жаңа тәсілін ұсынамыз. Біздің алгоритміміз штрих-кодтарды таңу үшін арнайы жасалған, онда суреттің ажыратымдылығы төмен, сапасы төмен немесе айтарлықтай бұлыңғырлық, фокустау, біркелкі емес жарық, шу және түс қанықтылығы болуы мүмкін. Алгоритм дәл, жылдам, масштабталатын және уақыт шектеулігі кезінде қолайлы нәтижені табу үшін оңай конфигурациялануы мүмкін. Біздің алгоритміміз ұялы телефон сияқты өңдеу мүмкіндігі шектеулі қол құрылғыларында нақты уақыт режимінде штрих-кодты таңу үшін пайдалы.

Түйін сөздер: штрих-кодтар, EAN13, белгілерді шығару, кескін сегментациясы, үлгіні таңу, анықтау.

T. Zh. Mazakov^{1,2}, Zh. S. Abilkaiyr²

Institute of Information and Computational Technologies CS MES RK, Almaty, Kazakhstan

² Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

BAR CODE RECOGNITION IN STRONG DISTORTED AND LOW-RESOLUTION IMAGES

Abstract: Almost all products and items that exist on the market today have a unique code or identifier associated with them. We call this special identifier a barcode. Barcode detection is very common and is a necessity today as it makes our job easier. You can simply scan the code and easily get all the product information.

Barcodes are still the prevalent machine-readable encoding mechanism for most products and services. At this stage of development, the barcode was quite common. Most items and products present in the household now have their own unique barcodes. They can be scanned and easily get all the necessary information, such as price, product details and description. There are even various apps available to scan the barcode through our phones. This is due to the high-quality pixel cameras that are present in all iPhones, android devices, or windows phones. Today, a wide range of portable devices for general use, such as mobile phones, come with an optical imaging system. Providing these general-purpose portable devices with barcode recognition is a cost-effective alternative to conventional barcode scanners. The equipment is available to billions of people. Combined with new services, this could revolutionize day-to-day shopping, including checking in-store prices, getting product information, accessing product reviews, finding similar products and services, and comparing prices locally.

Detecting barcodes in images captured by general-purpose portable devices is particularly challenging due to the limitations of the integrated imaging system and on-device processing capabilities. These devices often have lower quality lens systems and lower resolution imaging circuits when compared to dedicated digital cameras. The optical system is often not designed for shooting close to the lens, resulting in out-of-focus and poorly lit images with rich colors. These limitations often mean that using conventional threshold detection methods cannot create a suitable template for barcode recognition. These limitations need to be considered in an algorithm that can invariably be implemented on a wide variety of portable devices.

Barcode reading must be resistant to harsh conditions such as blur, noise, low resolution or low-quality camera lenses, which are very common. Surprisingly, even the most advanced barcode reading algorithms fail when some of these factors come into play.

In this article, we present a new approach to barcode image detection. Our algorithm is specially designed to recognize barcodes when an image may be of low resolution, low quality, or suffer from significant blur, defocus, uneven lighting, noise and color saturation. The algorithm is accurate, fast, scalable and can be easily configured to find a valid result within a time constraint. Our algorithm is useful for real-time barcode recognition on handheld devices with limited processing capabilities such as mobile phones.

Keywords: Barcodes, EAN13, feature extraction, image segmentation, pattern recognition, detection

Information about authors:

Mazakov Talgat Zhakupovich-Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, Institute of Information and Computing Technologies, tmazakov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9345-5167>;

Abilkaiyr Zhaina Serzhankyzy-Master's student of Al-Farabi Kazakh National University, abilkhair.zhaina.98@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6748-428X>;

ЛИТЕРАТУРА

[1] Pavlidis T., Swartz J., and Wang Y. P. (1990), "Fundamentals of bar code information theory," *Computer*, vol. 23, no. 4, pp. 74-86.

[2] Ouaviani E., Pavan A., Bottazzi M., Brunelli E., Caselli F., and Guerrero M. (1999), "A common image processing framework for 2d barcode reading," in *Proc. Seventh Int. Conf on Image Processing and Its Applications (Conf Publ. No. 465)*, vol. 2, pp. 652-655.

[3] Joseph E. and Pavlidis T. (1994), "Bar code waveform recognition using peak locations," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 16, no. 6, pp. 630-640.

[4] "Waveform recognition with application to bar codes," in *Proc. IEEE Int. Conf on Systems, Man, and Cybernetics. Decision Aiding for Complex Systems, Conference Proceedings.*, vol. 1, pp. 129-134.

[5] Adelman R, Langheinrich M, Flörkemeier C(2006). A toolkit for bar-code recognition and resolving on camera phones-jump starting the internet of things. Workshop Mobile and Embedded Interactive Systems (MEIS06) at Informatik;[Google Scholar]

[6] Chai D, Hock F(2005). Locating and decoding EAN-13 barcodes from images captured by digital cameras. 1595-9. [Google Scholar]

[7] Krešić-Jurić S, Madej D, Santosa F(2006). Applications of hidden Markov models in bar code decoding. *Pattern Recognition Letters*;27(14):1665-1672. [Google Scholar]

[8] Muniz R, Junco L, Otero A(1999). A robust software barcode reader using the Hough transform. *Information Intelligence and Systems. Proceedings. 1999 International Conference*; pp. 313-319. [Google Scholar]

[9] Hahn H. I. and Joung J. K. (2002), "Implementation of algorithm to decode two-dimensional barcode PDF-417," in *Proc. IEEE 6th Int. Conf on Signal Processing*, vol. 2, pp. 1791- 1794.

[10] Tekin E., Coughlan J. (2009). A Bayesian algorithm for reading 1D barcodes. *Sixth Canadian Conference on Computer and Robot Vision*; [PMC free article] [PubMed] [Google Scholar]

[11] Tropf A., Chai D. (2006). Locating 1-D bar codes in DCT-domain. *2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. ICASSP 2006 Proceedings*; [Google Scholar]

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 115 – 120

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.29>

UDK 621.391.837:621.397.13

R. Safin¹, M. Amreev², T. Pavlova², E. Temyrkanova², Y. Garmashova²

¹Kazakh University Ways of Communications;

²Almaty University of Power Engineering and Telecommunication.

E-mail: raf.safin@mail.ru, max.amreev@gmail.com, t_sheh@mail.ru, garmashova@auces.kz

**DEFINITION OF APPLICATION FIELD OF THE STAND
FOR THE VIDEO MONITORING SYSTEMS INVESTIGATION**

Abstract. The paper presents the results of determining the areas of application of a laboratory stand designed for studying and researching CCTV systems.

The necessity of research of video cameras of the security alarm system, their testing at the organization of production and expediency of carrying out laboratory works by students of higher education institutions studying security systems is shown. The state of affairs in this area in post-Soviet countries is shown. Some requirements of the State educational standard on informativeness and expansion of opportunities of laboratory stands are given. The input parameters necessary for the design of video camera research stands are considered. The results of the study of the developed laboratory stand for the study and study of security television systems and the definition of areas for its application are presented. The structure of the stand and its parts is proposed. Developed recommendations for its use are given. The experience of conducting laboratory work on the study of the characteristics of security alarm cameras is analyzed. The possibility of studying robust filtering on the noise immunity of the video system, the influence of the illumination spectrum on the main qualitative characteristics of the video camera using the proposed stand is shown. A list of suggested to run the stand includes laboratory work "Studying the parameters, operation modes and configuration of video surveillance system NOVUS", "the Study of possibilities of various types of cameras when changing the light and characterization of the sensitivity of various types of cameras, Definition of focal length, angle of view and resolution of different types of cameras and lenses, Definition of the working area of observation, the far and the dead zone for various types of cameras and lenses", "Determination of conditionally dead zones for different recording speeds of the DVR and at different focal lengths" and "Determination of the volume and quality of recorded information from the value of the recording speed of the DVR", as well as research works "The signal processing with variable spectrum", "the Influence of robust filtering for noise immunity video", "Influence of illumination spectrum on the main qualitative characteristics of the camera" and "Comparative performance of analog and digital cameras."

Keywords: security television systems, robust filtering, lighting devices.

The novelty and originality of the proposed project for the modernization of the laboratory base of the Department of Radio Engineering and Info communication Safety of the Almaty University of Power Engineering and Telecommunications (AUPET) consist in the acquisition by students of the specialty "Radio engineering, electronics and telecommunications" (RET) of modern knowledge, technologies and skills in the field of security television.

The need for modernization of the teaching and laboratory fund of the department "Radio engineering and info communication security" is explained by the fact that this stand gives an opportunity for students to conduct not only study but also research work, which is one of the requirements of the state educational standard for specialties in the field of radio engineering. An analysis of existing alternative projects has shown that there is no similar laboratory equipment in competing universities for the training of specialists in the field of radio engineering and telecommunications. At the same time, modernization of the laboratory of the department "Radio engineering and info communication security" allows attracting an additional contingent of students for the specialty "RET" in AUPET. The weak side of the investment project is the impossibility of forecasting the profitability of financial investments. Creation of a

technically equipped laboratory for the educational process, corresponding to the world requirements and achievements in the field of CCTV systems, provides an increase in the competitiveness of AUPET in the market of providing educational services for training specialists in this field for the Republic of Kazakhstan.

Description of the laboratory stand. The laboratory stand is made in the form of three tables on which the equipment of the CCTV system is located, control and measuring devices, as well as communication channels and power supply system are laid. The general view of the laboratory stand is shown in Figure 1. The laboratory table No. 1 is a rack, on one of the walls of which there are two dome cameras, the lenses of which are aimed at the holder located on the opposite side of the table. The holder is designed to place on it posters in the form of test tables and any other graphic material required to remove the characteristics of the video cameras used. Also along the stand are guides for the cylindrical chamber, which allows you to change the distance from its lens to the holder. The feature of the table number 1 is the presence of darkening curtains (which are not shown in the illustrated drawings of the stand), which allow creating the required level of illumination inside the rack, which is also necessary when removing the characteristics of video cameras.

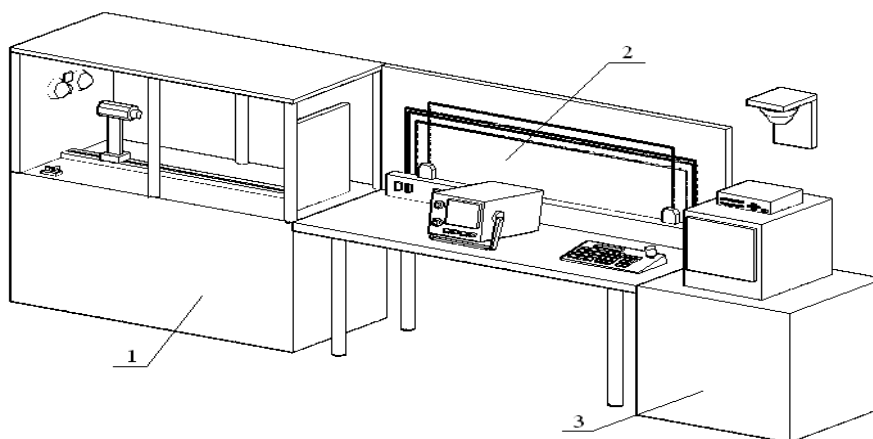


Figure 1 – Appearance of the laboratory stand
Legend: 1 - laboratory table number 1; 2 - laboratory table number 2;
3 - laboratory table number 3

The location of the various parts and equipment of the laboratory table No. 1 is shown in figures 2 and 3.

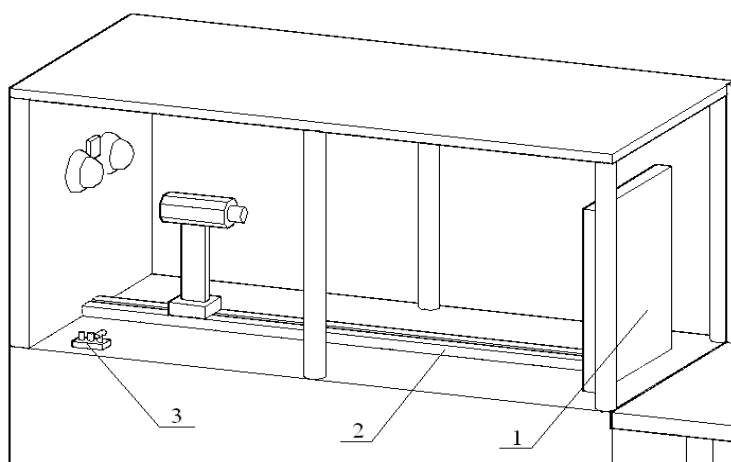


Figure 2 – Fragment of the laboratory stand
Legend: 1 - the holder; 2 - guides of the cylindrical chamber;
3 - connectors for connecting a coaxial cable.

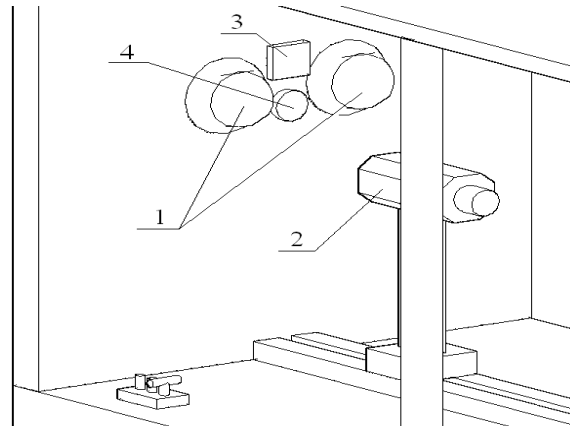


Figure 3 – Fragment of the laboratory stand

Legend: 1 - dome video cameras NVC-SC200D and NVC-HC200D;
 2 - cylindrical video camera NVC-825-DN with varifocal lens NVL-416D / IR; 3 - searchlight of visible spectrum of radiation (made on light-emitting diodes); 4 - IR-6 / 20-880 infrared radiation spectrum.

Also on the laboratory table № 1 is mounted a DC power supply unit with an output voltage of 12V, designed to provide power to video cameras.

The laboratory table №2 has communication cables laid along the back wall:

- 2 coaxial cables RC-75;
- 1 UTP cable 4x2 e5 cat;
- 1 optical single-mode cable.

Connection of video cameras to the video registration device via the optical communication channel is made by means of electro-optical (OVT-1) and opto-electrical (OVR-1) converters. Along the rear wall is also mounted a cable channel 80x100, in which cables of low-current power are laid and switches are mounted. Also on the laboratory table № 2 there is an oscilloscope C1-220 and a keyboard for controlling the rotary device (figure 4).

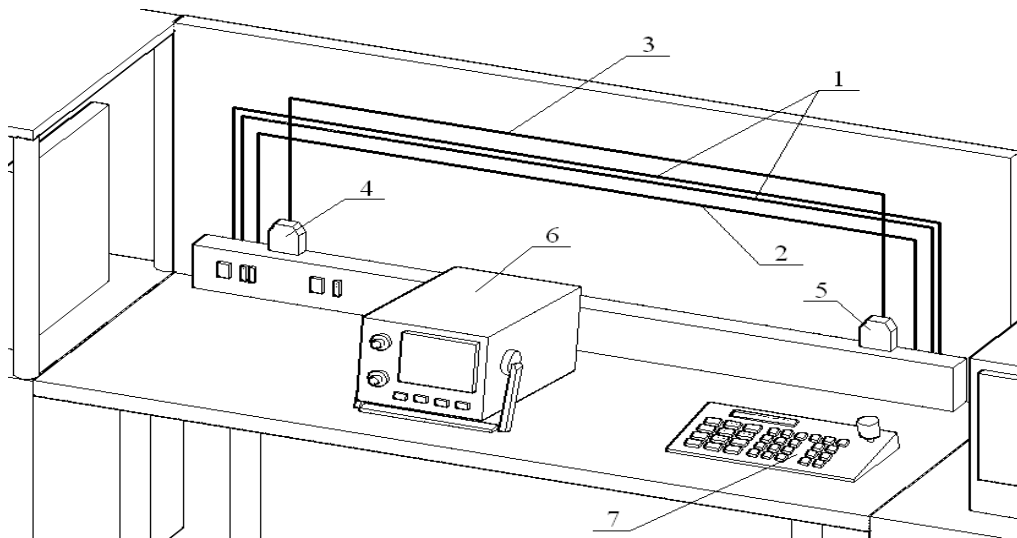


Figure 4 – Fragment of the laboratory stand

Legend: 1 - coaxial cables RC-75; 2 - UTP cable 4x2 e5 cat; 3 - optical single-mode cable; 4 - electro-optical converter OVT-1;
 5 - opto-electric converter OVR-1; 6 - oscilloscope C1-220; 7 - NV-KBD40 rotary device control keyboard

On the laboratory table № 3 is a video surveillance monitor and a digital video recorder. Behind the table, a dome video camera is attached to the wall. There is also a radio receiver configured to receive a video signal from a wireless video camera installed at the other end of the room (figure 5).

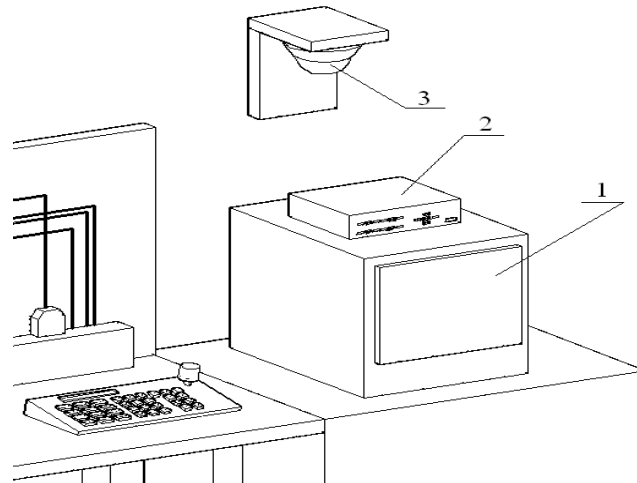


Figure 5 – Fragment of the laboratory stand
 Legend: 1 - video surveillance monitor NVM-015CH; 2 - digital video recorder NV-DVR1014;
 3 - dome rotary video camera CAMA-mini II NVC-MSD22DN

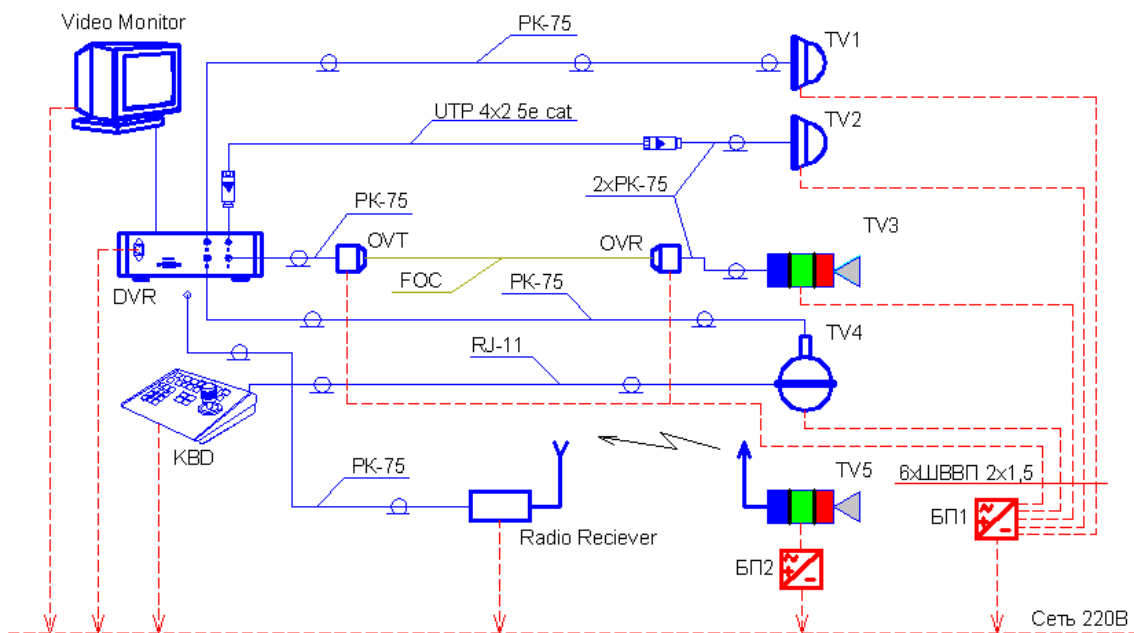
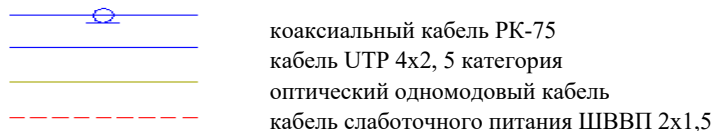


Figure 6 - Structural diagram of the laboratory network CCTV

Cable legends:



Structural diagram of building a laboratory network CCTV. The structural diagram of the laboratory network is shown in figure 6. The above equipment corresponds to the year 2015, later manufactured stands can be equipped with other equipment that is not inferior to the one described above.

Laboratory work № 1. Study of parameters, operation modes and configuration of the video surveillance system "NOVUS".

Laboratory work № 2. Investigation of the possibilities of different types of video cameras with varying illumination. Determination of the sensitivity characteristics of different types of video cameras.

Laboratory work № 3. Determination of focal length, angle of view and resolution of various types of video cameras and lenses.

Laboratory work № 4. Determination of the working area of observation, far and dead zone for different types of video cameras and lenses.

Laboratory work № 5. Definition of conditionally dead zones for different recording speeds of the DVR and for various focal lengths.

Laboratory work № 6. Determine the amount and quality of recorded information from the value of the recording speed of the DVR.

Research work № 1. A device for processing signals with a changing spectrum.

Research work № 2. The influence of robust filtering on the noise immunity of a video system.

Research work № 3. Influence of the illumination spectrum on the main qualitative characteristics of the video camera.

Research work № 4. Comparative characteristics of analog and digital video cameras.

The list of laboratory and research works can be significantly expanded, as the laboratory network of video surveillance has practically no restrictions.

Thus, when conducting educational work, students receive the necessary knowledge, skills and skills in the field of security television systems, and when carrying out research on subjects 1-3, patents for inventions were obtained [3,4,5].

Р. Сафин¹, М. Амреев², Т. Павлова², Э. Темырканова², Ю. Гармашова²

¹Қазақ қатынас жолдары университеті, Алматы, Қазақстан;

²Ғұмарбек Даукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы, Қазақстан

БЕЙНЕБАҚЫЛАУ ЖҮЙЕЛЕРІН ЗЕРТТЕУ БОЙЫНША СТЕНДТІҢ ҚОЛДАНЫЛУ САЛАЛАРЫН АНЫҚТАУ

Аннотация. Жоғары оқу орындарының студенттеріне, күзет сигнализациясының бейнекамераларын зерттеу, өндірісті ұйымдастыру кезінде оларды тестілеу қажеттілігі, күзет қауіпсіздік жүйелерін зерттеу және зертханалық жұмыстарды жүргізу орындылығы көрсетілген. Кеңес елдеріндегі осы саланың жағдайы көрсетілген. Ақпараттық мазмұнға және зертханалық стендтердің мүмкіндіктерін кеңейтуге арналған мемлекеттік білім беру стандартының кейбір талаптары берілген. Бейнекамераларды зерттеу стендтерін жобалауға қажетті кіріс параметрлері қарастырылған. Әзірленген зертханалық стендті зерттеу нәтижелері, бейнебақылау жүйелерін зерттеу және оны қолдану бағыттарын анықтау нәтижелері берілген. Стендтің құрылымы және оның бөліктері ұсынылады. Оны қолдануға әзірленген ұсыныстар берілген. Күзет дабылы бейнекамераларының сипаттамаларын зерттеу бойынша, зертханалық жұмыстарды жүргізу тәжірибесі талданады. Видеожүйенің шуылға қарсы қорғанысын, жарықтандыру спектрі ұсынылған стендті қолдана отырып, бейнекамераның негізгі сапалық сипаттамаларының әсерін зерттеу мүмкіндігі көрсетілген. Стендті орындау үшін зерттеу жұмыстары мен ұсынылған жұмыстарға келтірілген тізімі “NOVUS бейнебақылау жүйесінің параметрлерін, жұмыс режимдерін және конфигурациясын зерделеу”, “Жарықтандыру өзгерген кезде бейнекамералардың әртүрлі түрлерінің мүмкіндіктерін зерттеу” және “Бейнекамералардың әртүрлі түрлерінің сезімталдық сипаттамаларын анықтау”, “Фокустық қашықтықты, көру бұрышын және бейнекамералар мен линзалардың әртүрлі түрлерінің рұқсат ету қабілетін анықтау”, “Бейнекамералар мен линзалардың әртүрлі типтері үшін бақылаудың жұмыс аймағын, алыс және өлі аймақты анықтау”, “Бейнетіркегіштің әр түрлі жазу жылдамдығы үшін және әр түрлі фокустық қашықтықтар үшін шартты түрде өлі аймақтарды анықтау ” және “Бейнетіркегіштің жазу жылдамдығының мәнінен жазылған ақпараттың көлемі мен сапасын анықтау”, сондай-ақ “Өзгеретін спектрлі сигналдарды өңдеу құрылғысы”, “Бейне жүйенің шуылға қарсы қорғанысының берік сүзгілеудің әсері”, “Жарықтандыру спектрінің бейнекамераларға негізгі сапалық сипаттамаларына әсері” және “Аналогтық және сандық бейнекамералардың салыстырмалы сипаттамалары”.

Түйін сөздер: бейнебақылау жүйесі, берік сүзгілеу, жарықтандыру құрылғылары.

Р. Сафин¹, М. Амреев², Т. Павлова², Э. Темырканова², Ю. Гармашова²

¹Казахский университет путей сообщения;

²Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева, Алматы, Казахстан

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ СТЕНДА ПО ИССЛЕДОВАНИЮ СИСТЕМ ВИДЕОНАБЛЮДЕНИЯ

Аннотация. Показана необходимость исследований видеокамер охранной сигнализации, их тестирования при организации производства и целесообразность проведения лабораторных работ студентами вузов, изучающих системы охранной безопасности. Показано состояние дел этой области в постсоветских странах. Приведены некоторые требования Государственного образовательного стандарта по информативности и расширению возможностей лабораторных стендов. Рассмотрены входные параметры, необходимые для проектирования стендов исследований видеокамер. Приведены результаты исследования разработанного лабораторного стенда изучения и исследования систем охранного телевидения и определения областей для его применения. Предлагаются структура стенда и его частей. Приводятся разработанные рекомендации по его применению. Анализируется опыт проведения лабораторных работ по исследованию характеристик видеокамер охранной сигнализации. Показана возможность исследования робастной фильтрации на помехозащищенность видеосистемы, влияние спектра подсветки на основные качественные характеристики видеокамеры с применением предлагаемого стенда. Приведенный перечень предлагаемых для выполнения на стенде работ включает лабораторные работы “Изучение параметров, режимов работы и конфигурации системы видеонаблюдения NOVUS”, “Исследование возможностей различных видов видеокамер при изменении освещенности и определение характеристик чувствительности различных видов видеокамер”, “Определение фокусного расстояния, угла обзора и разрешающей способности различных типов видеокамер и объективов”, “Определение рабочей зоны наблюдения, дальней и мертвой зоны для различных типов видеокамер и объективов”, “Определение условно мертвых зон для различных скоростей записи видеорегистратора и при различных фокусных расстояниях” и “Определение объема и качества записанной информации от значения скорости записи видеорегистратора”, а также исследовательские работы “Устройство обработки сигналов с изменяющимся спектром”, “Влияние робастной фильтрации на помехозащищенность видеосистемы”, “Влияние спектра подсветки на основные качественные характеристики видеокамеры” и “Сравнительные характеристик аналоговых и цифровых видеокамер”.

Ключевые слова: системы охранного телевидения, робастная фильтрация, устройства подсветки.

Information about authors:

Safin R. T., Senior lecturer of the Department «TCSS», Kazakh University Ways of Communications; email: raf.safin@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1583-0034>;

Amreyev M. B., doctor's degree, Almaty University of Power Engineering and Telecommunication, email: max.amreev@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4874-1161>;

Pavlova T., Senior lecturer of the Department «TCSS», Almaty University of Power Engineering and Telecommunication, t_sheh@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3063-8094>;

Temyrkanova Elvira, PhD doctor, Associate Professor, Almaty University of Power Engineering and Telecommunication, Head of the Department of Telecommunications and Innovative Technologies, <https://orcid.org/0000-0003-4059-5996>;

Garmashova Y., MSc, docent of the Department «TCSS», Almaty University of Power Engineering and Telecommunication, juliagarmashova@yandex.kz, <https://orcid.org/0000-0003-4267-3839>

REFERENCES

[1] Artyukhin.V. V. Instrumental determination of quality characteristics of video cameras in security television systems // Materials of the 6th scientific and practical Conference. "Actual opportunities of science-2010. Praha. «Education and Science». 2010. p. 43÷46.

[2] GOST R 51558-2000. "Security television systems. General technical requirements and test methods". 2001.

[3] Patent 29311, G01V 3/06. Device for signal processing with a changing spectrum/ V. V. Artyukhin, A. K. Esenova. (Kazakhstan); Publ. 15. 12. 2014.

[4] Patent (13) U (11) 1467. Device of robust parametric filtering in systems with variable bandwidth/ V. V. Artyukhin, R. T. Safin, E. A. Shabelnikov (Kazakhstan); Publ.17.03.2016.

[5] Patent 2136. The device of illumination of a video camera based on RGB LEDs / V. V. Artyukhin, R. T. Safin, E. Turzhanova (Kazakhstan); Publ.13.03.2017.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 121 – 124

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.30>

UDC 44.01.11

IRSTI 004.5

T. Zh. Mazakov^{1,2}, D. N. Narynbekovna²¹RSE Institute of Information and Computational Technologies MES RK CS, Almaty, Kazakhstan;²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: dianamonti24@gmail.com

**DEVELOPMENT OF BIOMETRIC METHODS
AND INFORMATION SECURITY TOOLS**

Abstract. Now a day's security is a big issue, the whole world has been working on the face recognition techniques as face is used for the extraction of facial features. An analysis has been done of the commonly used face recognition techniques. This paper presents a system for the recognition of face for identification and verification purposes by using Principal Component Analysis (PCA) with Back Propagation Neural Networks (BPNN) and the implementation of face recognition system is done by using neural network.

The use of neural network is to produce an output pattern from input pattern. This system for facial recognition is implemented in MATLAB using neural networks toolbox. Back propagation Neural Network is multi-layered network in which weights are fixed but adjustment of weights can be done on the basis of sigmoidal function. This algorithm is a learning algorithm to train input and output data set. It also calculates how the error changes when weights are increased or decreased. This paper consists of background and future perspective of face recognition techniques and how these techniques can be improved.

Keywords: ANN, BPNN, NLP, PCA, Resilient Back propagation, biometric systems.

1. Introduction. Currently, artificial intelligence and machine learning systems are gaining popularity. In addition, almost all facial recognition software is based on machine learning. The quality and nature of this data set have a significant impact on accuracy. The better the source, the better the algorithm can perform the task [1].

The image face recognition system is based on image identification and comparison algorithms. Most modern facial recognition systems are very sensitive to these image characteristics. Therefore, before direct recognition, the source images must be standardized. Face recognition is a biometric software or computer application that automatically identifies or verifies a person based on a digital image or other video sources. This is a method that recognizes individuals that are already stored in the database. It is mainly used for identity verification, security, computer entertainment, passport verification, criminal list verification, border checkpoints, email authentication, etc. [1-2].

2. Methods. In this work, we used the Viola-Jones algorithm and methods such as: PCA, BPNN, ANN, Resilient back propagation, Eigen faces, Feedforward neural network. The basic principles underlying the work of the Viola-Jones method:

- integrated image viewing;
- search for people by city signs;
- cascade classification using gain.

The proposed algorithm includes a facial recognition technique, it can be used with back propagation and PCA for non-linear images of faces.

PCA: This is a statistical method that is used to reduce the dimension while preserving the necessary information, or it is a way to identify patterns in the data and express the data in such a way that you can highlight their similarities and differences.

BPNN: A back-propagation neural network is a multi-layer network in which the weights are fixed, but the weights can be adjusted based on a sigmoid function. It also calculates how the error changes as the weight increases or decreases.

ANN: An artificial neural network is based on a biological neural network that is used to approximate or evaluate functions that depend on a large amount of input data.

RESILIENT BACK PROPAGATION: Resilient back propagation is an algorithm that can be used to train a neural network, similar to back propagation. It has an advantage over back propagation; learning is faster than back propagation.

EIGEN FACES: Eigen faces is the name given to a set of eigenvectors when they are used in a computer vision task for face recognition. Eigen collides with itself from the base set of all images used to construct the covariance matrix.

FEEDFORWARD NEURAL NETWORK: In a forward-coupled neural network, back propagation cannot be performed as feedback in the network.

The Viola-Jones algorithm. The integrated view is used to calculate the brightness of a rectangular area of the image. This representation is used in many other complex algorithms of the computer approach. The integrated view allows you to quickly calculate the total brightness of the free rectangle of a given image, and the calculation time does not depend on the area of the rectangle (figure 1), [3-4].

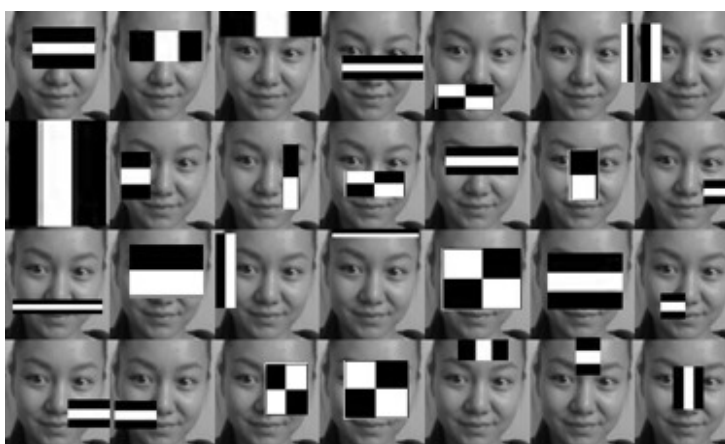


Figure 1 - The process of finding the surface area using the Viola – Jones method

3. Results. Several works have been critically analyzed, namely: PCA is used to reduce the dimension of a face, and BPN is used for recognition purposes. Own faces extract the traits, which are then combined with BPN for image recognition. Each face image is stored in a one-dimensional array. The method proposed in the article was tested on the ORL database of persons. This ensures high accuracy as well as fast calculations. It has a acceptance rate of over 90% and is fast. The implementation of the face recognition system is divided into three parts. The first part is automatic face recognition using BPNN, the second is facial enhancement, and the third is artificial intelligence and BPNN. In this case, face verification and identification is performed using main component analysis and a backpropagation neural network. Dimension reduction is done using PCA and recognition using BPNN [5]. Hence, it is safer and more effective. Its acceptability rate is over 90% and non-linear facial images are also easily recognized. This article presents an approach to recognizing human faces. This face recognition was done by comparing the characteristics of the new face to the old one. In this place of localization of the face, the end point of the mouth and retinas is obtained. In the Extraction section, the distance between the endpoint of the mouth and the retinas was calculated. Recognition is performed using backpropagation networks and radial base function networks [6].

The transformation for various inputs is compared with an unknown person to determine if the person is in the database or not. This method shows high recognition speed and accuracy of human face recognition. In this case, various problems arose due to the movement and orientation of the object. But the problem of subject orientation is overcome by training the neural network. The self-face algorithm works well when the lighting change is small. This article proposes a method for recognizing faces using own faces using an artificial neural network. The structure of the face is converted to eigenvalues, eigenvalues are implemented using eigenvectors, values, and the Jacobi method. When testing the original image, human face recognition is performed, so this method is more effective than other methods. The use

of natural faces is more accurate, as well as its quick calculation, non-linear images can also be recognized very easily. Therefore, this method is said to have a good acceptability ratio in excess of 90% and is fast to calculate and execute [7-9].

Backpropagation is a learning algorithm for training a set of inputs and outputs. When using a backpropagation neural network, the system recognition rate was 99.2%. BPNN is more widely used than other neural network algorithms due to its ability to reduce errors. It extracts features of a human face that have various features such as differential projections and other features. First, a training set is assembled, then the network is trained, and then the display and recognition accuracy are checked. The proposed method is compared with the method of principal components, the method of linear discriminated analysis and the method of Markov random fields (MRF). The ORL face database is used to display the recognition rate of 98% by using only 13 functions (table 1). Thus, accuracy, efficiency, and computational complexity have increased.

Table 1 - Face recognition system as a result

Methods	Benefits	Disadvantages	Recognition rate
PCA	High precision can be obtained.	It is less reliable.	99,2 %
BPNN	1. High precision. 2. It can be used to detect online in real time.	The strength is low.	96,6 %
RESILIENT BPN	Non-linear images are recognized.	Not suitable for small databases.	98,3 %
EIGEN FACES	It gives a higher recognition rate than K-mean and fuzzy c-mean.	Very sensitive misalignments arise from the large size of the orientation of the head.	97 %
FEED FORWARD NN	All entrance sides are reduced by about 30%.	The recognition is poor.	93,7 %

4. Conclusions. As with any method of authentication, biometric technology is not fully protected. Detection methods are the most frequently discussed counteraction measure. We have considered the Viola-Jones algorithm. Face recognition can be used for various purposes, for example, for security purposes, ATM's for card security, for document processing [10]. The face recognition technique can be used with back propagation and PCA for non-linear face images. A review of various methods was conducted to determine and classify which method gives a higher recognition rate. The developed facial recognition system is a product of a completed project. This system is a system for service professionals [11-12].

Т. Ж. Мазакв^{1,2}, Д. Н. Монтаева²

¹Қазақстан Республикасының Білім және Ғылым Министрлігі
Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, Алматы, Қазақстан;
²әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

БИОМЕТРИЯЛЫҚ ӘДІСТЕР МЕН АҚПАРАТТЫҚ ҚАУІПСІЗДІК ҚҰРАЛДАРЫН ЖАСАУ

Аңдатпа. Биометрия - бұл уәкілетті адам мен алдамшы арасындағы сенімді айырмашылықты анықтайтын физиологиялық немесе мінез-құлық сипаттамалары негізінде адамды сәйкестендірудің, тұлғаның жеке басын тексерудің автоматтандырылған әдістері. Биометрика ерекше болғандықтан, оларды ұмытуға немесе жоғалтуға болмайды, және сәйкестендіру нүктесінде түпнұсқалықты растайтын адам физикалық түрде болуы керек, дәстүрлі білім мен жетонға негізделген әдістерге қарағанда биометрика табиғатынан әлдеқайда сенімді және тиімдірек. Адамдарды анықтау үшін биометрияны қолданудың бірнеше ерекше артықшылықтары бар. Биометрия көмегімен сіз өзіңіздің қандай екеніңізді анықтай аласыз. Биометрия әр түрлі қосымшалар үшін қолдануға оңай, тез, дәл, сенімді және арзан аутентификацияны уәде етеді. Бетті танудың ең жиі қолданылатын әдістеріне талдау жүргізілді. Бұл мақалада жүйені кері жүйелеу (BPNN) бар компоненттердің негізгі талдауын (PCA) қолдану арқылы сәйкестендіру және растау мақсатында тұлғаны тану жүйесі ұсынылған, ал бетті тану жүйесін енгізу нейрондық желіні қолдану арқылы жүзеге асырылады.

Кіріс нәтижесін шығару үшін нейрондық желіні пайдалану. Бұл тұлғаны тану жүйесі MATLAB жүйесінде нейрондық желі құралдарын қолдана отырып енгізілген. Нейропропагиялық жүйке желісі - бұл салмақтары бекітілген көп қабатты желі, бірақ салмақтарды сигмодалдық функция негізінде реттеуге болады. Бұл алгоритм -

кіріс және шығыс жиынтығын оқытуға арналған алгоритмі болып табылады. Сондай-ақ, салмақтың өсуі немесе төмендеуі қатенің қалай өзгеретінін есептейді. Бұл мақалада тұлғаны тану әдістерінің болашағы және осы әдістерді қалай жақсартуға болатындығы туралы айтылады. Әр түрлі биометриялық әдістерге шолу кейбір артықшылықтары және кемшіліктері берілген. Содан кейін біз қай техниканың қауіпсіз және сенімді екенін анықтауға тырысамыз.

Түйін сөздер: ANN, BPNN, NLP, PCA, тұрақты кері тарату, биометриялық жүйелер.

Т. Ж. Мазакөв^{1,2}, Д. Н. Монтаяева²

¹Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, Алматы, Казахстан;

²Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

РАЗРАБОТКА БИОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

Аннотация. Биометрия – это автоматизированные методы идентификации человека или проверки личности человека на основе физиологических или поведенческих характеристик, которые позволяют надежно различать уполномоченное лицо и самозванца. Был проведен анализ наиболее часто используемых методов распознавания лиц. В этой статье представлена система распознавания лиц для целей идентификации и проверки с использованием анализа главных компонент (PCA) с нейронными сетями обратного распространения (BPNN), а реализация системы распознавания лиц выполняется с использованием нейронной сети. Поскольку биометрические характеристики являются отличительными, их нельзя забыть или потерять, а лицо, подлежащее аутентификации, должно физически присутствовать в точке идентификации, биометрия по своей сути более надежна и более эффективна, чем традиционные методы, основанные на знаниях и токенах. Использование биометрии для идентификации людей дает некоторые уникальные преимущества. Биометрия может использоваться для идентификации вас как вы. Биометрия обещает быструю, простую в использовании, точную, надежную и менее дорогую аутентификацию для множества приложений.

Использование нейронной сети для создания выходного из входного данных. Эта система распознавания лиц реализована в MATLAB с использованием инструментами нейронных сетей. Нейронная сеть обратного распространения – это многослойная сеть, в которой веса фиксированы, но корректировка весов может выполняться на основе сигмоидальной функции. Этот алгоритм представляет собой алгоритм обучения для обучения набора входных и выходных данных. Он также вычисляет, как изменяется ошибка при увеличении или уменьшении веса. В этой статье рассказывается о перспективах методов распознавания лиц, а также о том, как эти методы можно улучшить. Представлен обзор различных биометрических методов с некоторыми преимуществами и недостатками. Затем мы постараемся выяснить, какая техника надежнее и безопаснее.

Ключевые слова: ANN, BPNN, NLP, PCA, устойчивое обратное распространение, биометрические системы.

Information about authors:

Mazakov Talgat Zhakupovich, doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, Institute of Information and Computing Technologies, KN MES RK. E-mail: tmazakov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9345-5167>;

Montayeva Diana Narynbekovna, 2nd year master's degree in "Computer engineering", Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan. E-mail: dianamonti24@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7159-9191>

REFERENCES

- [1] Tatarchenko N. V., Timoshenko S. V. Biometric identification in integrated security systems, 2009.
- [2] Csurka G., Bray C., Dance C., Fan L. Visual categorization with bags of keypoints, in Proceedings of ECCV Workshop on Statistical Learning in Computer Vision, 2004.
- [3] Popov M. Technologies of biometric identification // CHIP, 2005.
- [4] Rozhko O.N., Khomenko V.V., Makarov E.V. Transport management innovations logistic systems: monograph. Kazan: Publishing house "Brig". 2015.
- [5] Sayfudinov I.R., Mokshin V.V., Kirpichnikov A.P. Multi-class discovery and tracking vehicles in a video sequence // Bulletin of Kazansk University of Technology, 2014.
- [6] Dalal N., Triggs B. Histograms of Oriented Gradients for Human Detection, IEEE CVPR. 2005. p. 886-893.
- [7] Mokshin V.V., Kirpichnikov A.P., Sharnin L.M. Object tracking in video stream significant features based on particle filtration // Bulletin of Kazan Technological University, 2013. T. 16. No. 18. S. 297-303.
- [8] Akita T. Image recognition application systems utilizing surround view cameras, Proceedings of the 19th World Congress on ITS, 2012. No. AP-00055.
- [9] Martyshevsky Yu. B. Application of fractals for image processing in television automatic systems // Reports of TUSUR. 2006. No 6.
- [10] Jian Li, QianDu, CaixinSun. An improved box-counting method for image fractal dimension estimation // Pattern Recognition, 2009. No. 42.
- [11] Hebayshi M.A. Image processing of the iris of the eye in the identification system personality: author. dis. candidate. tech. sciences. Vladimir, 2003.
- [12] Neural Network Wizard [Electronic resource]. URL [http://www.basegroup.ru/download/demoprg / nnw / 2 \(02.06.2020\)](http://www.basegroup.ru/download/demoprg / nnw / 2 (02.06.2020))

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 125 – 130

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.31>

УДК 004.93.032.26

МРНТИ 28.23.15

Э. К. Темырканова, А.Б. Саурамбекова

Ғ. Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы, Қазақстан.

E-mail: a.saurambekova@aues.kz

МЕДИЦИНАЛЫҚ МАСКАЛАРДАҒЫ БЕТ-ӘЛПЕТТІ ТАҢУ ҮШІН YOLO ЖЕЛІСІН ОҚЫТУ

Аннотация. Бет маскaларын анықтау - бұл Covid-19-дың алдын-алу үшін қауіпсіздік мақсатындағы өте маңызды мәселе. Медициналық салада ауру белгілері бар-жоғына қарамастан, жұқтырған адамнан жұқтыру қаупін маска азайтады. Осылайша, адам бет-әлпетіндегі масканы анықтау өте маңызды және күрделі міндетке айналады. Бетті таңу жүйелерінің тиімділігі медициналық маскaлар, бас киімдер және көзілдірік сияқты кедергілерге байланысты айтарлықтай нашарлауы мүмкін. Қазіргі уақытта суреттегі нысандарды таңудың бірнеше түрлі әдістері бар. Ең танымал әдістердің бірі- конволюциялық нейрондық желілер, сондай-ақ олардың модификациялары.

Бұл мақалада YOLO желісінің қысқаша сипаттамасы, маскaмен және маскасыз бет-әлпетті анықтай алатын желіні оқытудың мысалы және жұмыс нәтижелері келтірілген.

Таңу моделі бірдей деректері бар әртүрлі алдын-ала дайындалған нысандарды таңу модельдерінде оқытылды және шектеулі сәйкестендіру үшін жақсы дәлдікке жету үшін бірнеше ортада бағаланды.

Түйін сөздер: конволюциялық нейрондық желілері, үлгіні таңу, CNN, YOLO.

Кіріспе. You Only Look Once (YOLO) - one stage detector, бұл нейрондық желінің конволюциялық архи-тектурасы, нақты уақыт режимінде анықтауға мүмкіндік беретін алғашқы жылдамдықты детекторлардың бірі. Оны Джозеф Редмон жобалаған. Бірінші басылым шыққан кезде (2016) [1,2] Faster R-CNN [3,4] және DPM [5] сияқты тәсілдермен салыстырғанда, YOLO моделі PASCAL VOC 2007 датасетінде mAP дәлдігінде аздап ұтылды, алайда, ол анықтау жылдамдығында бұрын болған барлық тәсілдерден едәуір асып түсіп, нақты уақыт режимінде анықтауды жүзеге асыра алды. YOLO-ның 3 нұсқасы бар, атап айтқанда 1 нұсқасы, 2 нұсқасы және 3 нұсқасы. Соңғы екі нұсқасы біріншісінің жақсартулары болып табылады [6].

YOLO-ға дейін кескін классификаторлары объектінің орналасқан жерін анықтау үшін бүкіл суретті сканерлеу арқылы нысанды анықтау тапсырмасын орындау үшін қолданылған. Бүкіл кескінді сканерлеу процесі алдын-ала анықталған терезеден басталады, егер көрсетілген нысан суреттің сканерленген бөлімінде болса - true мәні, ал егер жоқ болса - false мәні болатын логикалық нәтиже шығарады. Бүкіл терезедегі суретті сканерлегеннен кейін, суретті қайта қарау үшін қолданылатын терезе үлкейтіледі. Нысанды анықтау үшін деформацияланатын бөлшектер модельдері (DPM) жылжымалы терезе деп аталатын осы әдісті қолданады.

R-CNN және Fast R-CNN сияқты басқа анықтау әдістері, негізінен, келесі қадамдар арқылы объектілерді анықтау үшін қолданылатын кескінді жіктеуіш желілер болып табылады:

1. Суретте ықтимал шектеуші қораптар құру үшін Region Proposal әдісін қолдану;
2. Шектеуші қорапта классификаторды іске қосу;
3. Қораптың шекараларын қатайту үшін кейінгі өңдеуді орындау классификациясынан кейін көшірмелерді жою.

Бұл жүйелер күрделі, көлемді және оларды оңтайландыру қиын, себебі әр компонентті бөлек оқыту керек [6].

YOLO басқа желілерден өзгешелігі - бұл кескінді анықтау проблемасын жіктеу мәселесі емес, регрессия мәселесі ретінде қарастырады және жоғарыда аталған барлық тапсырмаларды орындау

үшін бір конволюциялық нейрон желісін қолдайды. Барлық тәуелсіз тапсырмаларды бір желіге біріктірудің келесі артықшылықтары бар:

1. Жылдамдық: YOLO желісі бұрынғыдан қарағанда өте жылдам, себебі ол нысандарды анықтау үшін бірыңғай жинақтау желісін қолданады. Конволюция болжамдарды алу үшін бүкіл кіріс кескіні үшін бір рет қана орындалады.

2. Фондық қателер аз: YOLO оның бөліктері емес, бүкіл кескіннің конволюциясын орындайды, осылайша класстар мен олардың пайда болуы туралы контексттік ақпаратты кодтайды. Фондық түзетулерді объект ретінде болжау кезінде ол аз қателіктер жібереді, себебі ол бүкіл кескінді және себептерді жергілікті түрде емес, жаһандық түрде қарастырады.

1. Нейрондық желі архитектурасының сипаттамасы

448 × 448 кескінің соңында 24 конволюциялық қабаты және 2 толық байланыстырылған қабаты бар модификацияланған GoogLeNet кескін классификациясы моделінің бөлігі арқылы өтеді. «Inception module» GoogLeNet орнына 1 × 1 қабаттары, одан кейін 3 × 3 конволюциялық қабаттары қолданылады.

Кескін өлшемі сәйкес келмеген жағдайда, ол тиісті рұқсатқа дейін созылады.

YOLO-бұл құрамдас құрылымның конволюциялық нейрондық желісі. Модель C++ бағдарламалау тілінде жазылған Darknet [8,9] фреймворгіне негізделген. Ол модельдің жұмысына және оны оқытуға қажетті есептеулердің барлық логикалық құрылымын ұсынады.

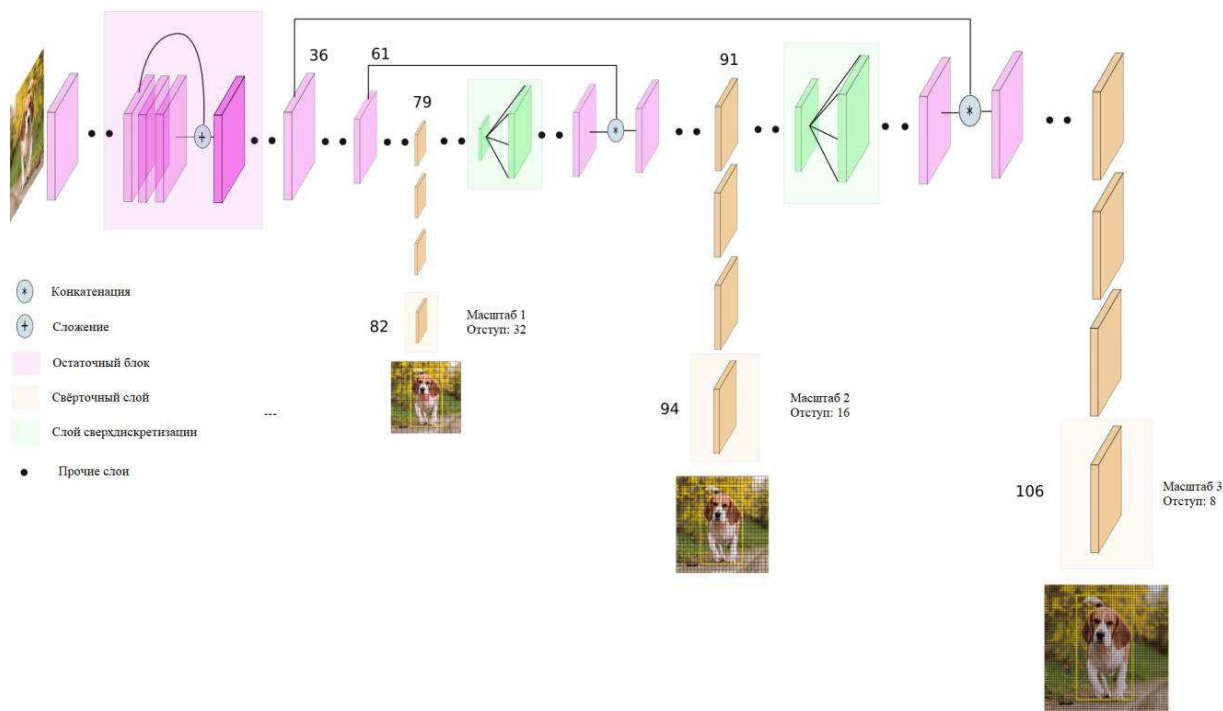
«YOLO v3.0» құрылымы Darknet-53 моделі негізінде құрастырылған [8]. Darknet-53 желісінің жалпы қабатты құрылымы 1-суретте көрсетілген.

	Түрі	Фильтрлер	Өлшемі	Шығыс
	Конволюциялық	32	3 × 3	256 × 256
	Конволюциялық	64	3 × 3 / 2	128 × 128
1x	Конволюциялық	32	1 × 1	
	Конволюциялық	64	3 × 3	
	Қалдықтық			128 × 128
	Конволюциялық	128	3 × 3 / 2	64 × 64
2x	Конволюциялық	64	1 × 1	
	Конволюциялық	128	3 × 3	
	Қалдықтық			64 × 64
	Конволюциялық	256	3 × 3 / 2	32 × 32
8x	Конволюциялық	128	1 × 1	
	Конволюциялық	256	3 × 3	
	Қалдықтық			32 × 32
	Конволюциялық	512	3 × 3 / 2	16 × 16
8x	Конволюциялық	256	1 × 1	
	Конволюциялық	512	3 × 3	
	Қалдықтық			16 × 16
	Конволюциялық	1024	3 × 3 / 2	8 × 8
4x	Конволюциялық	512	1 × 1	
	Конволюциялық	1024	3 × 3	
	Қалдықтық			8 × 8
	Орташа үлгі		Жаһандық	
	Толық байланысқан		1000	
	Softmax			

1-сурет - Darknet-53 желісінің қабатты құрылымы

Darknet-53 желісі әртүрлі мақсаттағы 53 қабаттан тұрады. Darknet-53 - "YOLO v3.0" желісінің негізгі блогы және ондағы белгілерді бөлуге жауап беретін блок болып табылады. Осы блоктың шығуында алынған ақпарат тікелей желінің соңғы қабаттарына түседі, мұнда шығыс мәліметтерін жіктеу және қалыптастыру жүзеге асырылады.

"YOLO v3.0" жалпы құрылымы объектілердің координаттарын және олардың өлшемдерін болжауға жауапты Darknet-53-ке негізделген тағы 53 қабаттан тұрады. Осылайша, қабаттар саны 106-ға жетеді. Желі құрылымы 2-суретте көрсетілген.



2-сурет - «YOLO v3.0» желісінің қабатты құрылымы

2. YOLO желісін оқыту. Оқыту үшін Imagenet-те алдын-ала дайындалған конволюциялық салмақтар қолданылады (darknet53 моделінің салмақтары).

Талаптар:

- Linux
- Заманауи CUDA-ны қолдау үшін CMake (нұсқасы 3.8-ден төмен емес)
- CUDA 10.0
- OpenCV (нұсқасы 2.4-тен төмен емес)
- CUDA 10.0 үшін cuDNN (нұсқасы 7.0-ден төмен емес)
- GPU мен CC (нұсқасы 3.0-ден төмен емес)
- GCC немесе Clang
- darknet орнату (<https://github.com/pjreddie/darknet>)
- Алдын ала дайындалған салмақ файлдары (<https://pjreddie.com/media/files/yolov3.weights>)

3. Деректер жиынтығын дайындау. Әрбір сурет үшін .txt кеңейтімі бар .txt файлын бір каталогта және бірдей атпен құру керек және файлға салу керек: нысан нөмірі мен объектінің координаттары осы суреттегі, әрбір объект үшін жаңа жолда: `<object-class> <x> <y> <width> <height>`, мұнда: `<object-class>` - 0-ден (N-1) дейін танылатын нысандардың бүтін саны,

`<x> <y> <width> <height>` - кескіннің ені мен биіктігіне қатысты өзгермелі нүкте мәндері 0,0 - ден 1,0-ге дейін болуы мүмкін,

`<x> <y>` - бұл тіктөртбұрыштың ортасы (жоғарғы сол жақ бұрыш емес) [7].

Мысалы, `img1.jpg` кескіні үшін `img1.txt` жасау керек:

1 0.716797 0.395833 0.216406 0.147222

0 0.687109 0.379167 0.255469 0.158333

1 0.420312 0.395833 0.140625 0.166667

4. YOLO конфигурация файлдарын дайындау.

YOLO-ға қалай және не үйрету керектігін білу үшін белгілі бір файлдар қажет. Ол үшін үш файл құру керек (.data, .names және .cfg) [7].

- cfg/obj.data
- cfg/obj.names

Obj.data файлында класстардың саны, train.txt, test.txt, obj.names файлдарына сілтемелер бар.

Мысал:

```
classes= 4
train = train.txt
valid = test.txt
names = obj.names
backup = backup/
```

Backup-та yolo салмақ файлы сақталады. Obj.names класс аттарын сақтайды. Әрбір жаңа санат жаңа жолда болуы керек, оның нөмірі бұрын жасалған .txt файлдарындағы санат нөміріне сәйкес келуі керек.

Мысал:

```
mask
no mask
other
```

Енді yolo архитектурасын таңдау үшін .cfg құруға көшейік. Ол үшін yolov3.cfg файлында келесі мәндерді өзгерту керек:

- batch = 24 орнату, бұл оқытудың әр кезеңі үшін 24 суретті қолданатынымызды білдіреді
- subdivisions = 8 орнату, GPU VRAM талаптарын азайту үшін партия 8-ге бөлінеді.
- filters = 27 орнату (filters=(classes + 5)*3) [7].

Барлық өзгерістерден кейін объектілердің ағымдағы кластары үшін жаңа салмақтарды алу үшін команда енгізу қажет:

```
./darknet detector train cfg/obj.data cfg/yolov3.cfg darknet53.conv.74
```

5. Тану нәтижелері. Детекторды іске қосу үшін терминалға келесі команданы енгізу керек:
./darknet detect cfg/yolov3.cfg yolov3.weights data/test.jpg

Нәтижесінде Darknet анықталған нысандарды, олардың сенімділігі мен оларды іздеуге кететін уақытты басып шығарады:

```
Loading weights from yolov3.weights...Done!
data/img1.jpg: Predicted in 9.436504 seconds.
mask: 93%
no mask: 96%
no mask: 97%
```

Сонымен қатар тану нәтижесі predictions.png файлы ретінде сақталады. Тану мысалы 3-суретте көрсетілген.



3-сурет - YOLO желісінің тану нәтижелері

Түпнұсқа сурет 4-суретте көрсетілген.



4-сурет - Түпнұсқа сурет

Қорытынды. Ұсынылған бет маскаларын анықтау моделінде YOLO архитектурасына сүйене отырып, маскалары бар адамдар мен маскалары жоқ адамдар санатына бөлінген суреттер жиынтығын оқыту да, әзірлеу де сәтті аяқталды. Болашақта осы модельде қолданылатын YOLO конволюциялық нейрондық желі әдісі бет маскаларын тануда жемісті нәтиже береді.

Э. К. Темырканова, А. Б. Саурамбекова

Алматинский университет энергетики и связи имени Г.Даукеева, Алматы, Казахстан

ОБУЧЕНИЕ СЕТИ YOLO ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ЛИЦ В МЕДИЦИНСКИХ МАСКАХ

Аннотация. Ношение масок на лице очень важно в целях безопасности и предотвращения Covid-19. В медицинской сфере маска снижает потенциальный риск заражения от инфицированного человека, независимо от того, есть ли у него симптомы или нет. Таким образом, обнаружение масок на лице становится очень важной и сложной задачей. Эффективность систем распознавания лиц может значительно ухудшиться из-за преград, таких как медицинские маски, шляпы, волосы на лице и солнцезащитные очки. В настоящее время существует ряд различных методов для распознавания объектов на изображении. Одним из наиболее популярных методов являются свёрточные нейронные сети, а также их модификации.

В настоящей статье представлено краткое описание сети YOLO, приведён пример обучения, с помощью которого возможно обнаруживать лица с маской и без маски, и результаты работы.

Модель распознавания была представлена на различных предварительно обученных моделях распознавания объектов с одинаковыми данными и оценена в нескольких средах для достижения хорошей точности для ограниченных идентификаций.

Ключевые слова: свёрточные нейронные сети, распознавание образов, CNN, YOLO.

E. K. Temyrkanova, A. Saurambekova

Almaty University of Power Engineering and Telecommunications named after Gumarbek Daukeev, Kazakhstan

YOLO NETWORK TRAINING FOR FACE RECOGNITION IN MEDICAL MASKS

Abstract. The detection of face masks is a very important issue for the safety and prevention of Covid-19. In the medical field, the mask reduces the potential risk of infection from an infected person, regardless of whether they have symptoms or not. Thus, the detection of masks on the face becomes a very important and complex task. The

efficiency of facial recognition systems can significantly deteriorate due to occlusions, such as medical masks, hats, facial hair, and sunglasses. Currently, there are a number of different methods for recognizing objects in an image. One of the most popular methods is convolutional neural networks and their modifications.

This article provides a brief description of the YOLO network, an example of training that can detect faces with a mask and without a mask, and the results of the work.

The recognition model has been trained on different object recognition pre-trained models with the same data and evaluated on multiple environments to achieve good accuracy for limited identities.

Keywords: convolutional neural networks, face detection, CNN, YOLO.

Information about authors:

Temyrkanova Elvira Kadylbekovna, doctor PhD, associate Professor, Almaty University of Power Engineering and Telecommunications named after Gumarbek Daukeev, Almaty, Kazakhstan; e.temyrkanova@aes.kz; <https://orcid.org/0000-0003-4059-5996>

Saurambekova Assiya, 2nd year master's degree in «Radio Engineering, Electronics and Telecommunications», Institute of Telecommunications and Space Engineering; a.saurambekova@aes.kz; <https://orcid.org/0000-0002-4956-219X>

REFERENCES

- [1] Redmon J., Divvala S., Girshick R., Farhadi A. / You only look once: Unified, real-time object detection // 2015. P. 1-10. direct text.
- [2] Redmon J. Darknet: Open source neural networks in C - URL:
- [3] <http://pjreddie.com/darknet/>, 2013–2016. (дата обращения 12.05.2020). Текст: электронный.
- [4] Ren S., He K., Girshick R., and Sun J./Faster r-cnn: Towards real-time object detection with region proposal networks // Jan. 2016. P. 1-14. direct text.
- [5] Girshick R. B. / Fast R-CNN //ICCV. Sep. 2015. P. 1-9. direct text.
- [6] Felzenszwalb P. F., Girshick R.B., and McAllester D. / Cascade object detection with deformable part models//In CVPR. 2010. P. 1-10. direct text.
- [7] YOLO v1: Part 1 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://medium.com/adventures-with-deep-learning/yolo-v1-part-1-cfb47135f81f/> (дата обращения: 14.05.2019).
- [8] YOLO: Real-Time Object Detection [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://pjreddie.com/darknet/yolo/> (дата обращения: 14.05.2019).
- [9] Krizhevsky A. ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks / A. Krizhevsky, I. Sutskever, G. E. Hinton // Advances in Neural Information Processing Systems 25, 2012. P. 1-9
- [10] Darknet: Open Source Neural Networks in C [Электронный ресурс] // Режим доступа: <https://pjreddie.com/darknet/> (дата обращения: 12.06.19)

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 131 – 137

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.32>

UDK 521.1

MRNTI 41.03.02

M. Zh. Minglibayev^{1,2}, S. B. Bizhanova¹

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

²Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: minglibayev@gmail.com, bizhanova.saltanat92@gmail.com

TRANSLATIONAL-ROTATIONAL MOTION OF A NONSTATIONARY AXISYMMETRIC BODY

Abstract. A nonstationary two-body problem is considered such that one of the bodies has a spherically symmetric density distribution and is central, while the other one is a satellite with axisymmetric dynamical structure, shape, and variable oblateness. Newton's interaction force is characterized by an approximate expression of the force function up to the second harmonic. The masses of the central body and the satellite vary isotropically at different rates and do not occur reactive forces and additional rotational moments. The nonstationary axisymmetric body have an equatorial plane of symmetry. Thus, it has three mutually perpendicular planes of symmetry. The axes of its intrinsic coordinate system coincide with the principal axes of inertia and they are directed along the intersection lines of these three mutually perpendicular planes. This position remains unchangeable during the evolution. Equations of motion of the satellite in a relative system of coordinates are considered. The translational-rotational motion of the nonstationary axisymmetric body in the gravitational field of the nonstationary ball is studied by perturbation theory methods. The equations of secular perturbations reduces to the fourth order system with one first integral. This first integral is considered and three-dimensional graphs of this first integral are plotted using the Wolfram Mathematica system.

Key words: variable mass, translational-rotational motion, axisymmetric body, secular perturbations.

1. Introduction.

At present the observational data of astronomy show to the nonstationarity of real cosmic systems associated with the effects of varying the masses of gravitating bodies with time, with variations in sizes and shapes of bodies themselves and some other physical characteristics in the process of evolution [1]-[3]. In this regard, creating mathematical models of motion of nonstationary celestial bodies becomes relevant.

The purpose of this paper is to consider the first integral and to plot three-dimensional graphs of this integral. Solving this problem involves rather cumbersome symbolic computations, which are best to perform using computer algebra systems. In this work, all necessary symbolic computations are carried out using the Wolfram Mathematica system [4].

2. The physical statement of the problem.

Let us consider the following conditions:

1. The first body is «central», it is a ball with variable mass $m_1 = m_1(t)$, with variable density, spherical distribution and variable radius $l_1 = l_1(t)$;

2. The second body is a «satellite» with a mass $m_2 = m_2(t)$ has an axisymmetric dynamical structure and a shape with a characteristic linear size $l_2 = l_2(t)$ and its second-order moments of inertia are variable and given functions of time. Such a satellite is characterized by variable oblateness, and its principal central moments of inertia A, B, C satisfy the relations

$$A(t) = B(t) \neq C(t), \quad \frac{C(t) - A(t)}{C(t)} \neq \text{const}; \quad (1)$$

3. The nonstationary axisymmetric body have an equatorial plane of symmetry. Thus, it has three mutually perpendicular planes of symmetry [1-4];

4. The masses of the central body and the satellite vary isotropically at different rates $\dot{m}_1/m_1 \neq \dot{m}_2/m_2$ and do not occur reactive forces and additional rotational moments;

5. The axes of its intrinsic coordinate system coincide with the principal axes of inertia and they are directed along the intersection lines of these three mutually perpendicular planes. This position remains unchangeable during the evolution;

6. We restrict ourselves to an approximation of the force function up to the second harmonic inclusive.

3. Equations of motion in the relative coordinate system.

The relative translational motion of the center of mass of the satellite around the central body is described by the equations

$$\tilde{m}\ddot{x} = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \tilde{m}\ddot{y} = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \tilde{m}\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z}, \quad (2)$$

where x, y, z are the coordinates of the center of mass of T_2 in the relative coordinate system O_1xyz with the origin at the center of T_1 , $\tilde{m} = m_1m_2/(m_1 + m_2)$ is the reduced mass, the force function of Newton's interaction of the two bodies has the form

$$U = f \frac{m_1m_2}{R} + \tilde{U}, \quad R = x^2 + y^2 + z^2, \quad (3)$$

$$\tilde{U} = f m_1 \frac{2A(t) + C(t) - 3J}{2R^3}, \quad (4)$$

and the moment of inertia J of the axisymmetric body with respect to the vector $\overrightarrow{O_1O_2}$ connecting the centers of mass of the two bodies is determined by the expression

$$J = A(\alpha^2 + \beta^2) + C\gamma^2 \quad (5)$$

where α, β, γ are the direction cosines of $\overrightarrow{O_1O_2}$ with the axes of the intrinsic coordinate system of the satellite coinciding with its principal central axes of inertia.

The equation of perturbed translational motion has the form [3]

$$\ddot{\vec{R}} + f \frac{m_1 + m_2}{R^3} \vec{R} - b\vec{R} = \text{grad}_{\vec{R}} W, \quad (6)$$

where

$$W = -\frac{1}{2}bR^2 + \frac{m_1 + m_2}{m_1m_2} \tilde{U}, \quad b = b(t_0) = \frac{\ddot{\sigma}}{\sigma}, \quad \sigma = \sigma(t) = \frac{m_1(t_0) + m_2(t_0)}{m_1(t) + m_2(t)}, \quad (7)$$

The rotational motion of the satellite around its own center of mass in the Euler variables is governed by the equations [3,5]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(Ap) - (A - C)qr &= \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \left[\frac{\partial U}{\partial \psi} - \cos \theta \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right] + \cos \varphi \frac{\partial U}{\partial \theta}, \\ \frac{d}{dt}(Aq) - (C - A)rp &= \frac{\cos \varphi}{\sin \theta} \left[\frac{\partial U}{\partial \psi} - \cos \theta \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right] - \sin \varphi \frac{\partial U}{\partial \theta}, \\ \frac{d}{dt}(Cr) &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$p = \dot{\psi} \sin \varphi \sin \theta + \dot{\theta} \cos \varphi, \quad q = \dot{\psi} \cos \varphi \sin \theta - \dot{\theta} \sin \varphi, \quad r = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}. \quad (9)$$

where p, q, r are the projections of the angular velocity of the satellite onto the axes of its intrinsic coordinate system and φ, ψ, θ are the Euler angles [6–8]. The problem in this statement is very complicated; therefore, we will use the methods of perturbation theory to study it [3].

4. Differential equations of secular perturbations.

The equations of translational-rotational motion are described in the analogue of the Delaunay-Andoyer variables. In this case, the unperturbed motion is analogous of Euler-Poinsot motion – the rotational motion of the free non-stationary axisymmetric body around its own center of inertia [1-3].

Calculation of secular perturbations reduces to the fourth-order system with one first integral [9]

$$\dot{H} = \left(\frac{E(t)}{\tilde{m}(t)} \right) \left[\frac{\partial I}{\partial h} \right], \quad \dot{h} = - \left(\frac{E(t)}{\tilde{m}(t)} \right) \left[\frac{\partial I}{\partial H} \right], \quad \dot{H}' = E(t) \left[\frac{\partial I}{\partial h'} \right], \quad \dot{h}' = -E(t) \left[\frac{\partial I}{\partial H'} \right], \quad (10)$$

$$E(t) = - \frac{3 f m_1 (C - A)}{8 \sigma^3 a^3 (1 - e)^{3/2}}, \quad \tilde{m}(t) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (11)$$

$$I = I(H, h, H', h') = I_0 = \text{const}. \quad (12)$$

$$I = \frac{1}{2GG^{13}} \left(GG^{13} (3 + \cos(2(h' - \Omega))) + \cos^2 I' \cos^2 (h' + \Omega) + 3 \cos^2 I' \cos(2J') \cos^2 (h' + \Omega) - \right. \\ \left. - \cos^2 J' (1 + \cos(2(h' - \Omega)) + 2 \cos(2(h' + \Omega))) \right) - \frac{1}{2} GG^{13} \cos^2 i (4 \cos^2 (h' - \Omega) + \\ + \cos^2 I' (1 + 3 \cos 2J') (3 + \cos(2(h' + \Omega))) - 2 \cos^2 J' (3 + \cos(2(h' - \Omega)) + 2 \cos(2(h' + \Omega))) - \\ - 4 \cos i \cos I' \cos(h' + \Omega) \sqrt{G^2 \sin^2 i} \left(-2G'^2 \cos^2 J' \sqrt{G'^2 \sin^2 I'} + \sqrt{G'^2 \sin^2 J'} \sqrt{G'^4 \sin^2 I' \sin^2 J'} \right)) \quad (13)$$

Upon solving system (10), we integrate the remaining equations [9]

$$\dot{L}_{sec} = 0, \quad \dot{G}_{sec} = 0, \quad \dot{L}'_{sec} = 0, \quad \dot{G}'_{sec} = 0, \quad (14)$$

$$\dot{i}_{sec} = - \frac{\partial W_{sec}}{\partial L'_{sec}}, \quad \dot{g}_{sec} = - \frac{\partial W_{sec}}{\partial G_{sec}}, \quad \dot{i}'_{sec} = \frac{\partial F_{sec}}{\partial L'_{sec}}, \quad \dot{g}'_{sec} = \frac{\partial F_{sec}}{\partial G'_{sec}}. \quad (15)$$

$$W_{sec} = \frac{\mu_0^2}{2\sigma^2(t)} \left(\frac{1}{L^2} \right) + \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \left(\frac{f m_1 (C - A)}{2\sigma^3} \left[\frac{1}{a^3 (1 - e^2)} \right] \right) - \\ - \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \left(\frac{3 f m_1 (C - A)}{2\sigma^3} \left[\frac{I}{4 a^3 (1 - e^2)^{3/2}} \right] \right) - \frac{1}{2} b \sigma^2 \left[a^2 \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right) \right] \quad (16)$$

$$F_{sec} = \frac{1}{2A} (G'^2) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) (L^2) + \frac{f m_1 (C - A)}{2\sigma^3} \left[\frac{1}{a^3 (1 - e^2)} \right] - \\ - \frac{3 f m_1 (C - A)}{2\sigma^3} \left[\frac{I}{4 a^3 (1 - e^2)^{3/2}} \right] - \frac{1}{2} b \sigma^2 \left[a^2 \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right) \right] \quad (17)$$

5. Graphs of the first integral

The resulting first integral (13) depends on the variables Ω, i, I', h' . We set a constant value for one variable and use the other three variables to plot the three-dimensional graph. To simplify the calculations we use the dimensionless variables in the integral (13).

Introduce the following dimensionless variables [10]. Dimensionless time t is defined by $\tilde{t} = \omega_0 t$, where $\omega_0 = \sqrt{\mu_0}/a^{3/2}$, $\mu_0 = f(m_{10} + m_{20})$.

Dimensionless masses and moments of inertia are given by $\tilde{m}_1(\tilde{t}) = m_1(t)/m_{10}$, $\tilde{m}_2(\tilde{t}) = m_2(t)/m_{10}$, $\tilde{A}(\tilde{t}) = A(t)/A(t_0)$, $\tilde{C}(\tilde{t}) = C(t)/C(t_0)$.

$m_{10} = m_1(t_0)$, $m_{20} = m_2(t_0)$, t_0 – an initial time. In equations (14), the Delaunay-Andoyer elements are replaced by the corresponding dimensionless values $\tilde{G} = G/\sqrt{\mu_0 a}$, $\tilde{G}' = G'/m_{10} a^2 \omega_0$.

These data are sufficient to consider and obtain the graphs. The integral (13) in dimensionless values has the form

$$I = \frac{1}{2\tilde{G}\tilde{G}'^3} \left(\tilde{G}\tilde{G}'^3 (3 + \cos(2(h' - \Omega))) + \cos^2 I' \cos^2 (h' + \Omega) + 3 \cos^2 I' \cos(2J') \cos^2 (h' + \Omega) - \right. \\ \left. - \cos^2 J' (1 + \cos(2(h' - \Omega)) + 2 \cos(2(h' + \Omega))) - \frac{1}{2} \tilde{G}\tilde{G}'^3 \cos^2 i (4 \cos^2 (h' - \Omega) + \right. \quad (18) \\ \left. + \cos^2 I' (1 + 3 \cos 2J') (3 + \cos(2(h' + \Omega))) - 2 \cos^2 J' (3 + \cos(2(h' - \Omega)) + 2 \cos(2(h' + \Omega))) - \right. \\ \left. - 4 \cos i \cos I' \cos(h' + \Omega) \sqrt{\tilde{G}^2 \sin^2 i} \left(-2\tilde{G}'^2 \cos^2 J' \sqrt{\tilde{G}'^2 \sin^2 I'} + \sqrt{\tilde{G}'^2 \sin^2 J'} \sqrt{\tilde{G}'^4 \sin^2 I' \sin^2 J'} \right) \right)$$

We use here the following values of the physical parameters of Sun (central body) and Earth (satellite). M_\odot is the mass of the Sun, M_\oplus is the mass of the Earth, A_0, C_0 is Earth's principal moments of inertia for initial conditions [11]

$$m_{10} = m_1(t_0) = 1M_\odot, \quad m_{20} = m_2(t_0) = 3 \cdot 10^{-6} M_\odot, \quad e = 0.017, \\ A_0 = A(t_0) = 0.3295 M_\oplus a^2, \quad C_0 = C(t_0) = 0.3306 M_\oplus a^2, \quad (19) \\ \tilde{G} = 0.999, \quad \tilde{G}' = 4.372, \quad \tilde{h}' = \pi/18, \quad \Omega = \pi/9, \quad i = \pi/3, \quad I' = \pi/9, \quad J = \pi/6.$$

Using the Mathematica system, three-dimensional graphs of the integral (18) are obtained, which are shown in figures 1-4.

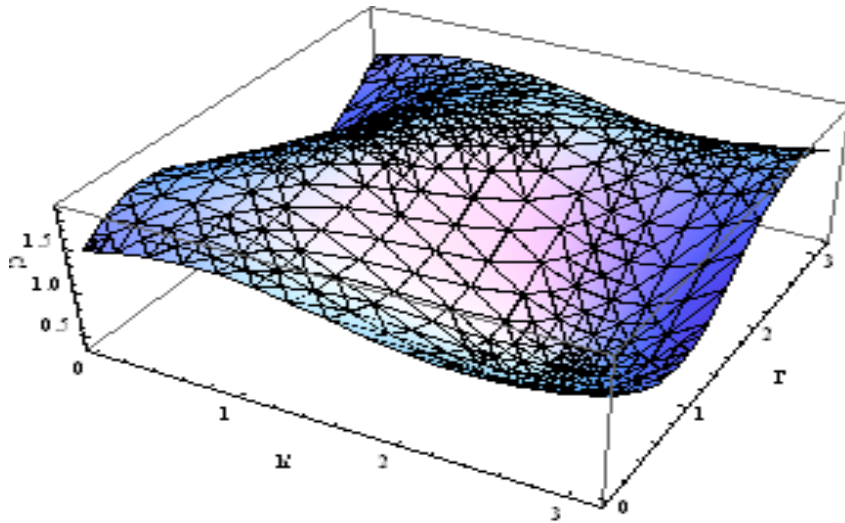


Figure 1 - Graph of the integral, when $i = \pi/3 = const$, the others according to (19)

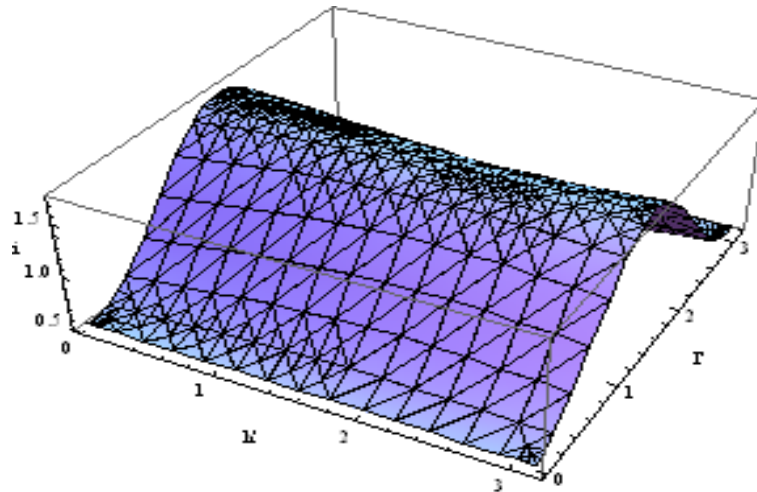


Figure 2 - Graph of the integral, when $\Omega = \pi/9 = const$, the others according to (19)

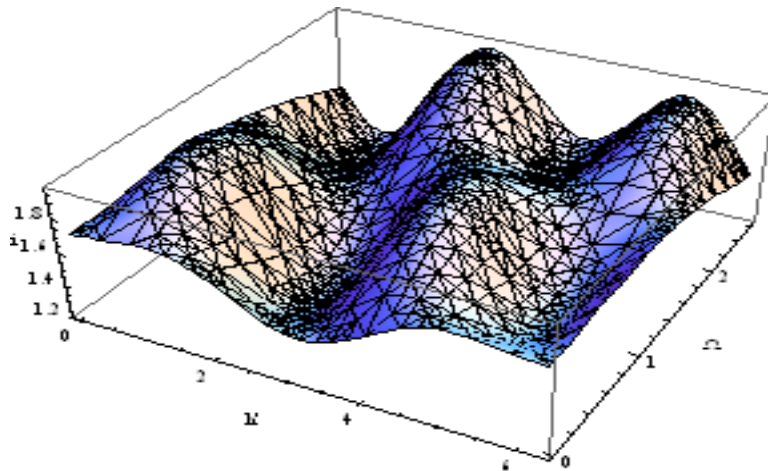


Figure 3 - Graph of the integral, when $I' = \pi/9 = const$, the others according to (19)

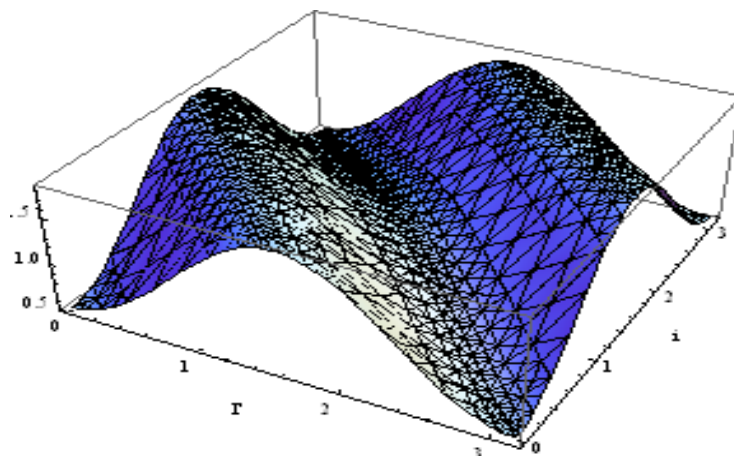


Figure 4 - Graph of the integral, when $h' = \pi/18 = const$, the others according to (19)

These figures are more informative and illustrative, a detailed analysis of which will be dealt with in other papers.

6. Conclusion.

The translational-rotational motion of the nonstationary axisymmetric body in the gravitational field of a nonstationary ball is studied by perturbation theory methods. The equations of secular perturbations reduce to the fourth order system with one first integral. The first integral is considered in dimensionless variables and three-dimensional graphs of this integral plotted using Wolfram Mathematica.

М. Дж. Минглибаев^{1,2}, С.Б. Бижанова¹

¹Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан;

²В.Г.Фесенков атындағы астрофизика институты, Алматы, Қазақстан

БЕЙСТАЦИОНАР ӨСТІК СИММЕТРИЯЛЫ ДЕНЕНІҢ ІЛГЕРІЛЕМЕЛІ-АЙНАЛМАЛЫ ҚОЗҒАЛЫСЫ

Аннотация. Мақалада өзара гравитацияланушы бейстационар екі дене қарастырылады: бірінші дене – «центрлік», яғни тығыздығы сфера бойынша үлестірілген шар, ал екінші дене – «серік», яғни динамикалық құрылымы және пішіні өстік симметриялы. Ньютонның өзара әсерлесу күші екінші гармониканы ескергендегі күштік функцияның жуық өрнегімен сипатталған. Денелердің массасы мен өлшемі әртүрлі қарқында изотропты түрде өзгереді, сондықтан қосымша реактивті күш және қосымша айналдырушы моменттер туындамайды. Бейстационар өстік симметриялы дене экваторлық симметрия жазықтығына ие. Сондықтан, оның үш өзара перпендикуляр симметрия жазықтығы бар. Дененің бас инерция өстерімен сәйкес келетін өзіндік координаталар жүйесінің өстерін осы үш өзара перпендикуляр жазықтықтардың қиылысу сызығы бойымен бағыттаймыз. Денеге қатысты осы өстердің бағыты эволюция барысында өзгеріссіз қалады. Серіктің қозғалыс теңдеуі салыстырмалы координаталар жүйесінде алынған. Бейстационар шардың гравитациялық өрісіндегі өстік симметриялы бейстационар дененің ілгерілемелі-айналмалы қозғалысы ұйытқу теориясының тәсілдерімен алынған. Ғасырлық ұйытқулардың теңдеулері бір интегралды төртінші ретті жүйеге келтірілген. Осы бірінші интеграл қарастырылған және осы бірінші интегралдың үш өлшемді графиктері Wolfram Mathematica пакетінің көмегімен тұрғызылған.

Түйін сөздер: айнымалы масса, ілгерілемелі-айналмалы қозғалыс, өстік симметриялы дене, ғасырлық ұйытқу.

М. Дж. Минглибаев^{1,2}, С. Б. Бижанова¹

¹ҚазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Қазақстан;

²Астрофизический институт им. В. Г.Фесенкова, Алматы, Қазақстан

ПОСТУПАТЕЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА

Аннотация. Рассматривается нестационарная задача двух тел, одно из которых имеет сферически симметричное распределение плотности и является «центральным», а второе – «спутник», обладающий осесимметричным динамическим строением, формой и переменным сжатием. Ньютоновская сила взаимодействия характеризуется приближенным выражением силовой функции с точностью до второй гармоники. Массы центрального тела и спутника изменяются изотропно в различных темпах, при этом не появляются реактивные силы и дополнительные вращательные моменты. Нестационарное осесимметричное тело обладает экваториальной плоскостью симметрии. Следовательно, оно обладает тремя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии. Оси собственной системы координат совпадают главными осями инерции и их направим вдоль линий пересечения трех взаимно перпендикулярных плоскостей. Это положение в ходе эволюции остается неизменными. Получены уравнения движения спутника в относительной системе координат. Поступательно-вращательное движение нестационарного осесимметричного тела в гравитационном поле нестационарного шара изучено методами теории возмущений. Уравнения вековых возмущений сводится к системе четвертого порядка с одним первым интегралом. Рассмотрены этот первый интеграл и построены трехмерные графики этого первого интеграла с помощью пакета Wolfram Mathematica.

Ключевые слова: переменная масса, поступательно-вращательное движение, осесимметричное тело, вековые возмущения.

Information about authors

Minglibayev Mukhtar Zhumabekovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of al-Farabi Kazakh National University, Chief Researcher of Fesenkov Astrophysical Institute. e-mail: minglibayev@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8724-2648>;

Bizhanova Saltanat Bagdatqyzy, PhD student of al-Farabi Kazakh National University. e-mail: bizhanova.saltanat92@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-9957-1599>

REFERENCES

- [1] Omarov T.B. (2002) (Editor) Non-Stationary Dynamical Problems in Astronomy. New-York: Nova Science Publ. Inc. 260 p.
- [2] Bekov A.A., Omarov T.B. (2003) The theory of Orbits in Non-Stationary Stellar Systems // *Astron. and Astrophys. Transactions*, Vol. 22(2). pp.145-153.
- [3] Minglibayev M.Zh. *Dinamika gravitiruyushchikh tel s peremennymi massami i razmerami*. LAP LAMBERT Academic Publishing, Germany. P.229. (in Russ.).
- [4] Prokopenya A.N. (2005) *Resheniye fizicheskikh zadach s ispol'zovaniyem sistemy Mathematica*. BGTU, Brest. P.260. (in Russ.).
- [5] Minglibayev M.Zh., Ahmetrasulova A.A. (2012) Secular perturbations in the problem of translational-rotational motion two axisymmetric non-stationary gravitating bodies with variable oblate // *CCMECH7. 7th International Symposium on Classical and Celestial Mechanics. Selected Papers*. Siedlce, Poland: Wydawnictwo Collegium Mazovia. pp.116-127.
- [6] Duboshin G.N. (1975) *Nebesnaya mekhanika. Osnovnyye zadachi i metody*. Nauka, Moscow. P.799. (in Russ.).
- [7] Beletskii V.V. (1975) *Dvizheniye sputnika otositel'no tsentra mass v gravitatsionnom pole*. MGU, Moscow. P.308. (in Russ.).
- [8] Vidyakin V.V. (1996) *Postupatel'no-vrashchatel'noye dvizheniye dvukh tverdykh tel*. Nord, Arkhangelsk. (in Russ.).
- [9] Bizhanova S.B., Minglibayev M.Zh., Prokopenya A.N. (2020) A Study of Secular Perturbations of Translational-Rotational Motion in a Nonstationary Two-Body Problem Using Computer Algebra. // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. Vol. 60(1). pp. 29-38. DOI:10.1134/S0965542520010054
- [10] Prokopenya A.N., Minglibayev M.Zh., Bizhanova S.B. Investigation of the Secular Perturbations in the Two-Body Problem with Variable Masses // *Computer Algebra Systems in Teaching and Research*, Vol. IX. 2020. pp. 204-219.
- [11] Allen K.U. (1977) *Astrophysicheskies velichiny*. Mir, Moscow. P.279.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 138 – 144

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.33>

UDC 521.1

MRNTI 41.03.00

M. Zh. Minglibayev^{1,2}, T. M. Zhumabek¹

¹ Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

² Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: minglibayev@gmail.com

ON THE RESTRICTED THREE-BODY PROBLEM

Abstract. The paper analytically investigates the classical restricted three-body problem in a special non-inertial central coordinate system, with the origin at center of forces. In this coordinate system, an analytical expression of the invariant of the centre of forces is given. The existence of the invariant of the centre of forces admits the correct division of the problem into two problems. The first is a triangular restricted three-body problem. The second is a collinear restricted three-body problem. In this paper the collinear restricted three-body problem is investigated. Using the properties of the invariant of centre of forces of the restricted three-body problem in the special non-inertial central coordinate system, the basic differential equations of motion for the collinear restricted three-body problem are obtained when three bodies lie on the same line during all motion. Differential equations of the collinear restricted three-body problem in the rotating non-inertial central coordinate system in pulsating variables are derived. New differential equations of motion for the collinear restricted three-body problem in three regions of possible location of the massless body with stationary solutions corresponding to the three Euler libration points have been derived. The circular collinear restricted three-body problem is investigated in detail. The corresponding Jacobi integrals are obtained. New exact non-stationary partial analytical solutions of the obtained new differential equations of motion of the collinear restricted three-body problem have been found for the considered case.

Keywords: restricted three-body problem, non-inertial coordinate system, libration points, exact non-stationary partial rectilinear solutions.

1. Introduction. The motion of a small natural or artificial celestial body in the gravitational field of two large celestial bodies (hereinafter the primary bodies) is well described by the mathematical model of the widely known limited three-body problem [1-9]. The problem has many applications. For arbitrary values of the main body masses, the problem has five known libration points - stationary exact partial solutions. Of these, three are Euler *collinear* solutions, when three bodies all the time moving on the same line. Mathematical conditions of the restricted three-body problem with masses m_1, m_2, m_3 can be written in the form [1-6]

$$m_2 \ll m_1, m_2 \ll m_3, m_3 \geq m_1, \quad (1.1)$$

where the mass of a vanishingly small body (a massless body further) is denoted m_2 by the term. Due to the lack of a general analytical solution in final form, many aspects of the problem have been studied by various qualitative and numerical methods [1-10]. The search for new exact partial analytical solutions seems to be relevant.

The present paper is a continuation of the works [11, 12]. The purpose of this paper is to investigate the collinear restricted three-body problem in a special non-inertial central coordinate system and to establish new exact particular analytic solutions. Using the properties of the invariant of center-of-forces for the restricted three-body problem in a special non-inertial central coordinate system, the basic differential equations of motion of the collinear restricted three-body problem when the three bodies lie on the same line all the time of motion are investigated.

Differential equations of the three-body collinear restricted problem in a rotating non-inertial central coordinate system in pulsating variables are derived. Three new differential equations of motion for the collinear restricted three-body problem in three regions of possible location of a massless body with stationary solutions corresponding to the three Euler libration points have been derived. The circular collinear restricted three-body problem is investigated in detail. The corresponding Jacob integrals are obtained. New exact non-stationary partial analytical solutions of the three new differential equations of motion of the collinear restricted three-body problem have been found in the case of the collinear circular restricted three-body problem .

2. Differential equations of the collinear restricted three-body problem in a special non-inertial central coordinate system and the invariant of forces center. In [11] differential equations of the collinear restricted three-body problem in a special non inertial central coordinate system $Gxyz$ have been derived in the form are

$$\ddot{\vec{r}}_2 + f \left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3} \right) \vec{r}_2 + f \left(\frac{km_3}{(1+k)\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{(1+k)\Delta_{21}^3} \right) \vec{r}_{31} = \vec{W} \tag{2.1}$$

$$\vec{W} = \vec{W}(t) = -f \frac{(m_1 - km_3)}{k+1} \frac{\vec{r}_{31}}{r_{31}^3} + 2\dot{\vec{r}}_{31} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{1+k} \right) + \vec{r}_{31} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{1}{1+k} \right), \tag{2.2}$$

where $\vec{r}_{31} = \vec{r}_1 - \vec{r}_3$, f is the gravitational constant, \vec{r}_1, \vec{r}_3 are radius vectors of the primary bodies, \vec{r}_2 is the radius vector of a massless body, Δ_{ij} is the distance between the bodies, $k = r_3/r_1$. In deriving this differential equation (2.1), (2.2) the center-of-forces invariant in the form

$$\left[\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} r_3 - \frac{m_1}{\Delta_{21}^3} r_1 \right] \cdot \{r_2 \sin \alpha\} = 0 \tag{2.3}$$

In this paper we investigate the collinear restricted three-body problem , considering only the case where

$$\{r_2 \sin \alpha\} = 0 . \tag{2.4}$$

It follows from this equality that in this case the three bodies lie on the same straight line all the time they are moving. This straight line is on a fixed plane of motion of the main two bodies described by the differential equation

$$\ddot{\vec{r}}_{31} = -f \frac{m_3 + m_1}{r_{31}^3} \vec{r}_{31} . \tag{2.5}$$

Equation (2.5) is the well-known equation of the classical two-body problem in a special non-inertial central coordinate system. From the integral

$$\vec{r}_{31} \times \dot{\vec{r}}_{31} = \vec{c}_{31} = \overrightarrow{const} \tag{2.6}$$

follows that the orbit is planar, without loss of generality, one can assume that the orbit of the two main body problem lies on the main plane Gxy . Therefore $z_2 = 0$, i.e. *the collinear restricted three-body problem is planar.*

The solution of the differential equation of motion of the two-body problem (2.5) in a special non-inertial central coordinate system will be written in the form [4-6]

$$r_{31} = r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} , \quad r^2 \dot{\theta} = c_{31} = c = const \neq 0 \tag{2.7}$$

$$p = a(1 - e^2) , \quad c^2 = \mu_{31} p , \quad \mu_{31} = f(m_1 + m_3) \tag{2.8}$$

$$x_{31} = r \cos \theta , \quad y_{31} = r \sin \theta , \quad z_{31} = 0 , \quad r_{31}^2 = r^2 . \tag{2.9}$$

In the case of $r_2 = 0$, a massless body lies at the origin of the coordinate system. If in equality (2.4)

$$r_2 \neq 0 , \quad \sin \alpha = 0 \tag{2.10}$$

then three combinations of locations of three bodies on the same line are possible.

In scalar form, equations (2.1) , (2.2) can be written as

$$\ddot{x}_2 + f\left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3}\right)x_2 + f\left(\frac{km_3}{(1+k)\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{(1+k)\Delta_{21}^3}\right)x_{31} = W_x \quad , \quad (2.11)$$

$$W_x = -f\frac{(m_1 - km_3)}{k+1}\frac{x_{31}}{r_{31}^3} + 2\dot{x}_{31}\dot{s} + x_{31}\ddot{s} \quad , \quad (2.12)$$

$$\ddot{y}_2 + f\left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3}\right)y_2 + f\left(\frac{km_3}{(1+k)\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{(1+k)\Delta_{21}^3}\right)y_{31} = W_y \quad , \quad (2.13)$$

$$W_y = -f\frac{(m_1 - km_3)}{k+1}\frac{y_{31}}{r_{31}^3} + 2\dot{y}_{31}\dot{s} + y_{31}\ddot{s} \quad , \quad (2.14)$$

where, for convenience, it has been renamed

$$s = 1/(1+k) \quad . \quad (2.15)$$

The resulting differential equations of motion (2.11)-(2.15) will be called *the basic scalar differential equations of motion* for the collinear restricted three-body problem in the special non-inertial central coordinate system.

Note that the centre of force is always on the line connecting the two primary bodies. Therefore, any point lying on this line can be chosen as the centre of force. Next, we will analyse this fact and specify a specific point for determining the centre of force.

Note that in fact the system of equations (2.11) to (2.15) contains two unknowns $k(t)$ and $r_2(t)$. Therefore, in fact, we have two scalar equations with two unknowns.

3. Differential equations of motion of a collinear restricted three-body problem in a special non-inertial central rotating coordinate system in pulsating variables. Consider the basic equations of motion of the collinear restricted three-body problem (2.11)-(2.15) in a special non-inertial central coordinate system. Let us consider the general case $k \neq const$. In the solution (2.7)-(2.9) of the two-body problem $c_{31} = const \neq 0$, one can investigate elliptic, hyperbolic, parabolic restricted collinear three-body problems.

Let's move to a rotating coordinate system. Let the new axis $G\xi_{ep}$ pass through the points with masses of primary bodies and m_1, m_3 . Since, we consider rectilinear motion along the axis $G\xi_{ep}$, so there is no $G\eta_{ep}$ motion along the axis. Hence, we obtain $\eta_{ep} = const = 0$. Therefore, the transition is done by formulae

$$x_2 = \xi_{ep} \cos \theta, \quad y_2 = \xi_{ep} \sin \theta, \quad r_2^2 = \xi_{ep}^2 = \rho_{ep}^2, \quad r_{31}^2 = r^2 \quad (3.1)$$

where and $\theta = \theta(t)$ are defined $r = r(t)$ by the solution of the two-body problem (2.7)-(2.9).

Calculating, we obtain

$$\ddot{x}_2 = (\ddot{\xi}_{ep} - \dot{\theta}^2 \xi_{ep}) \cos \theta - (2\dot{\theta}\dot{\xi}_{ep} + \ddot{\theta}\xi_{ep}) \sin \theta, \quad \ddot{y}_2 = (2\dot{\theta}\dot{\xi}_{ep} + \ddot{\theta}\xi_{ep}) \sin \theta + (\ddot{\xi}_{ep} - \dot{\theta}^2 \xi_{ep}) \cos \theta$$

As a result, we obtain the transformed equations of motion in a rotating coordinate system as

$$\begin{aligned} & (\ddot{\xi}_{ep} - \dot{\theta}^2 \xi_{ep}) \cos \theta - (2\dot{\theta}\dot{\xi}_{ep} + \ddot{\theta}\xi_{ep}) \sin \theta + f\left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3}\right)\xi_{ep} \cos \theta + f\left(\frac{km_3}{(1+k)\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{(1+k)\Delta_{21}^3}\right)x_{31} = \\ & = -f\frac{(m_1 - km_3)}{k+1}\frac{x_{31}}{r_{31}^3} + 2\dot{s}\dot{x}_{31} + x_{31}\ddot{s}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} & (\ddot{\xi}_{ep} - \dot{\theta}^2 \xi_{ep}) \sin \theta + (2\dot{\theta}\dot{\xi}_{ep} + \ddot{\theta}\xi_{ep}) \cos \theta + f\left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3}\right)\xi_{ep} \sin \theta + f\left(\frac{km_3}{(1+k)\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{(1+k)\Delta_{21}^3}\right)y_{31} = \\ & = -f\frac{(m_1 - km_3)}{k+1}\frac{y_{31}}{r_{31}^3} + 2\dot{s}\dot{y}_{31} + y_{31}\ddot{s}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Multiplying (3.2) by $(+\cos\theta)$ and (3.3) by $(+\sin\theta)$ then summing them we get

$$\ddot{\xi}_{ep} - \dot{\theta}^2 \xi_{ep} + f \left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3} \right) \xi_{ep} + f \left(\frac{km_3}{(1+k)\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{(1+k)\Delta_{21}^3} \right) r = W_\xi \quad (3.4)$$

$$W_\xi = -f \frac{m_1 - km_3}{k+1} \frac{r}{r^3} + 2\dot{r}\dot{s} + r\ddot{s} \quad (3.5)$$

Further, by multiplying (3.2) by $(-\sin\theta)$ and (3.3) by $(+\cos\theta)$ then summing them we obtain

$$(2\dot{\theta}\dot{\xi}_{ep} + \ddot{\theta}\xi_{ep}) + 2\dot{s}r\dot{\theta} = 0 \quad (3.6)$$

As a consequence of the centrality of forces (integral of areas) we have $(2\dot{\theta}\dot{\xi}_{ep} + \ddot{\theta}\xi_{ep}) = 0$. Therefore, given that $\dot{\theta} \neq 0$, $r \neq 0$ from equality (3.6) we obtain

$$\dot{s} = 0. \quad (3.7)$$

Consequently, given the notation (2.15) we have

$$k = const. \quad (3.8)$$

Thus, we have established that the origin of the non-inertial central coordinate system is a fixed point on the segment r_{31} . As noted above, any point lying on a straight line connecting two primary bodies can be chosen as the centre of forces - the origin of the non-inertial central coordinate system. Therefore, it becomes clear that the barycenter of two bodies may also be chosen as centre of force ($k = m_1/m_3 = const$). Next, for convenience, let us consider a non-inertial central coordinate system with $k = const > 0$. For certain cases, let us define certain values $k = const$.

Accordingly, the distances between the bodies are

$$\Delta_{21ep} = \left[(\xi_{ep} - \xi_1 r)^2 \right]^{1/2} = \left| \xi_{ep} - \frac{1}{1+k} r \right|, \quad \Delta_{23ep} = \left[(\xi_{ep} - \xi_3 r)^2 \right]^{1/2} = \left| \xi_{ep} + \frac{k}{1+k} r \right|, \quad (3.9)$$

$$\xi_1 = 1/(1+k) = const, \quad \xi_3 = -k/(1+k) = const. \quad (3.10)$$

Next, move to a pulsating coordinate ξ with a new independent variable using the formulas θ

$$\xi_{ep} = r\xi, \quad dt = (r^2/c)d\theta, \quad (3.11)$$

where $\theta = \theta(t)$ and $r = r(t)$ are defined $c = const \neq 0$ by the solution of the two-body problem (2.7)-(2.9). By calculating, we obtain

$$\dot{\xi}_{ep} = \dot{\theta}(r'\xi + r\xi'), \quad \ddot{\xi}_{ep} = \dot{\theta}(\dot{\theta}'(r'\xi + r\xi') + \dot{\theta}(r''\xi + 2r'\xi' + r\xi'')),$$

where the dashed line denotes the differentials in the variable θ . Given the relations $2r'\dot{\theta} + \dot{\theta}'r = 0$, $\dot{\theta}r'' + \dot{\theta}'r' - \dot{\theta}r = -(c/p)$ differential equations of motion (3.4)-(3.5) in pulsating variables

$$\xi'' = \mu_{31} \frac{r}{c^2} \left\{ \xi - \frac{f}{\mu_{31}} \left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3} \right) \xi - \frac{f}{\mu_{31}} \left(\frac{km_3}{\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{\Delta_{21}^3} \right) \frac{1}{1+k} + \frac{B_2}{\mu_{31}} \right\}, \quad (3.12)$$

where dimensionless values are indicated

$$\Delta_{21} = \Delta_{21\xi} = \left| \xi - \frac{1}{1+k} \right|, \quad \xi_1 = \frac{1}{1+k} = const, \quad \Delta_{23} = \Delta_{23\xi} = \left| \xi + \frac{k}{1+k} \right|, \quad \xi_3 = -\frac{k}{1+k} = const.$$

Substituting in equation (3.12) the solutions of the two-body problem (2.7) - (2.9) we finally obtain the differential equation of motion of the collinear restricted three-body problem in a special non-inertial rotating coordinate system in pulsating variables

$$\xi'' = \frac{1}{1 + e \cos \theta} \left\{ \xi - \frac{1}{m_1 + m_3} \left(\frac{m_3}{\Delta_{23}^3} + \frac{m_1}{\Delta_{21}^3} \right) \xi - \frac{1}{m_1 + m_3} \left(\frac{km_3}{\Delta_{23}^3} - \frac{m_1}{\Delta_{21}^3} \right) \frac{1}{1+k} + B \right\}, \quad (3.13)$$

$$B = \frac{B_2}{\mu_{31}} = \frac{km_3 - m_1}{(k+1)(m_1 + m_3)} = \frac{k - \nu}{(k+1)(1+\nu)} = \text{const}, \quad \nu = \frac{m_1}{m_3}. \quad (3.14)$$

Relationships (3.13)-(3.14) can be written in a more convenient form

$$\xi'' = \frac{1}{1 + e \cos \theta} \left\{ \xi - (1 - \mu) \cdot \frac{\xi + (k/(k+1))}{|\xi + (k/(k+1))|^3} - \mu \cdot \frac{\xi - (1/(k+1))}{|\xi - (1/(k+1))|^3} + (1 - \mu) - \frac{1}{1+k} \right\}, \quad (3.15)$$

where dimensionless values are indicated

$$\mu = \frac{m_1}{m_1 + m_3}, \quad 1 - \mu = \frac{m_3}{m_1 + m_3}, \quad 0 < \mu \leq \frac{1}{2}. \quad (3.16)$$

The differential equation (3.15) is called *the basic differential equation of the collinear restricted three-body problem* in a special non-inertial rotating coordinate system in pulsating variables.

As noted above, a massless body can be placed in three different positions on a straight line connecting the two primary bodies. It is necessary to consider each position of the massless body separately.

4. New differential equations of motion of the collinear restricted three-body problem in three regions of possible motion and non-stationary exact partial analytical solutions of the collinear circular restricted three-body problem. Let us consider the first case when a massless body is between two primary bodies during the whole period of motion - the region of possible motion L_1 . Let us denote by the distance from the body of smaller mass to the massless body as follows

$$\frac{1}{1+k} - \xi = z. \quad (4.1)$$

Then we get

$$\xi = \frac{1}{1+k} - z, \quad (4.2)$$

$$\xi - \frac{1}{1+k} = -z, \quad \xi + \frac{k}{1+k} = 1 - z, \quad \left| \xi - \frac{1}{1+k} \right| = z, \quad \left| \xi + \frac{k}{1+k} \right| = 1 - z. \quad (4.3)$$

As a result, given (4.1), (4.2), (4.3), from equation (3.15), we obtain

$$\begin{aligned} z'' &= \frac{1}{1 + e \cos \theta} \left\{ z + (\mu - 1) - \frac{\mu - 1}{(1 - z)^2} - \frac{\mu}{z^2} \right\} = \\ &= \frac{1}{1 + e \cos \theta} \cdot \left\{ \frac{1}{(1 - z)^2 z^2} [z^5 - (3 - \mu)z^4 + (3 - 2\mu)z^3 - \mu z^2 + 2\mu z - \mu] \right\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Equation (4.4) describes changes of length of segment (4.1) in a rectilinear restricted three-body problem in the region of possible motion where the known stationary solution - libration point - L_1 is located. Exactly analogously, we obtain differential equations of motion of the collinear restricted three-body problem in the remaining two cases when a massless body lies in the regions of possible motion L_2 and L_3 .

In the case of

$$e = 0, \quad r_{31} = r = a = \text{const} \quad (4.5)$$

i.e. in the circular collinear restricted three-body problem, the differential equation (4.4) becomes autonomous, hence the Jacobi integral takes place. Therefore, in case (4.5), differential equation (4.4) reduces to quadrature. A detailed study of the found exact new partial non-stationary analytical solutions of the collinear three-body bounded problem will be done in a separate paper.

5. Conclusion. The basic differential equations of motion for the collinear restricted three-body problem when three bodies lie on the same line during all motion have been investigated. New differential equations of the restricted collinear problem of three bodies in the rotating non-inertial central coordinate system in pulsating variables were derived. New differential equations of the three-body collinear restricted problem in three regions of possible motion of the massless body on the straight line joining the primary bodies have been derived. In these three regions of possible motion, there are three stationary solutions of the differential equations, the Euler libration points. The obtained new differential equations for the motion of the collinear restricted three-body problem that describe the circular, elliptic, parabolic and hyperbolic collinear restricted three-body problem.

In the case of the circular collinear restricted three-body problem, the derived differential equations of motion become autonomous and hence integrable. New exact non-stationary partial analytical solutions are established.

In the future, a detailed analysis of the obtained new exact non-stationary partial analytical solutions of the collinear restricted three-body problem is planned. The basic idea of this paper and preliminary results were stated in [11,15].

М. Ж. Минглибаев^{1,2}, Т. М. Жұмабек¹

¹ аль-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан;

² В. Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты, Алматы, Қазақстан

ШЕКТЕЛГЕН ҮШ ДЕНЕ МӘСЕЛЕСІНЕ

Аннотация. Жұмыста аналитикалық түрде классикалық шектелген үш дене мәселесі басы мәселенің күштер центрінде болатын арнаулы инерциалды емес централды санақ жүйесінде зерттелінген. Бұл санақ жүйесінде күштер центрінің инвариантының аналитикалық түрі берілген. Күштер центрінің инвариантының бар болуы мәселені дұрыс екіге бөліп қарастыруды мүмкін етеді. Біріншісі үшбұрышты шектелген үш дене мәселесі. Екіншісі коллинеар шектелеген үш дене мәселесі. Бұл жұмыста коллинеарлық шектелген үш дене мәселесі зерттелінген. Арнаулы инерциалды емес централды санақ жүйесінде шектелеген үш дене мәселесінің күштер центрінің инвариантын қасиеттерін қолдана отыра, үш дене бір түзудің бойында жатқанда коллинеарлық шектелген үш дене мәселесінің базалық дифференциалдық тендеулері зерттелінді. Коллинеарлы шектелеген үш дене мәселесінің айналмалы инерциалды емес централды санақ жүйесінде пульсациялаушы айнымалыларында дифференциалдық тендеулері алынды. Үш мүмкін болатын массасы өте аз дененің орналасу аймағы үшін коллинеарлы шектелген үш дене мәселесінің қозғалысының жаңа дифференциалдық тендеулері алынды және олардың стационарлық шешімдері Эйлердің үш либрация нүктелеріне сәйкес келеді. Коллинеарлы шеңберлік шектелеген үш дене мәселесі терең зерттелінді. Сәйкес Якоби интегралы алынды. Коллинеарлы шеңберлік шектелеген үш дене мәселесінің қозғалысының жаңа дифференциалдық тендеулерінің жаңа нақты бейстационар дербес аналитикалық шешімдері алынды.

Түйін сөздер: шектелген үш дене мәселесі, инерциалды емес санақ жүйесі, либрация нүктелері, нақты бейстационар дербес түзу сызқты шешімдер.

М. Дж. Минглибаев^{1,2}, Т. М. Жумабек¹

¹ КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

² Астрофизический институт им. В. Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан

К ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Аннотация. В работе аналитически исследована классическая ограниченная задача трех тел в специальной неинерциальной центральной системе координат, с началом в центре сил исследуемой задачи. В этой системе координат приведены аналитическое выражение инварианта центра сил. Наличие инварианта

центра сил допускает корректное разделение задачи на две задачи. Первая треугольная ограниченная задача трех тел. Вторая коллинеарная ограниченная задача трех тел. В настоящей работе исследована коллинеарная ограниченная задача трех тел. Используя свойства инварианта центра сил ограниченной задачи трех тел в специальной неинерциальной центральной системе координат, исследованы базовые дифференциальные уравнения движения коллинеарной ограниченной задачи трех тел, когда три тела все время движения лежат на одной и той же прямой. Выведены дифференциальные уравнения коллинеарной ограниченной задачи трех тел в вращающейся неинерциальной центральной системе координат в пульсирующих переменных. Получены новые дифференциальные уравнения движения коллинеарной ограниченной задачи трех тел, в трех областях возможного расположения безмассового тела, стационарные решения которых соответствует трем точкам либрации Эйлера. Подробно исследована круговая коллинеарная ограниченная задачи трех тел. Получены соответствующие интегралы Якоби. Установлены новые точные нестационарные частные аналитические решения полученных новых дифференциальных уравнений движения коллинеарной ограниченной задачи трех тел, в рассмотренном случае.

Ключевые слова: ограниченная задача трех тел, неинерциальная система координат, точки либрации, точные нестационарные частные прямолинейные решения.

Information about authors:

Minglibayev Mukhtar Zhumabekovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of al-Farabi Kazakh National University, Chief Researcher of Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan; minglibayev@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-8724-2648>;

Zhumabek Torebek Mukhtaruly, PhD student at al-farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; torebekzhumabek@hotmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-6865-8309>

REFERENCES

- [1] Sebehely V. Theory of orbits. A restricted three-body problem. Moscow: Nauka, 1982 656 p.
- [2] Markeev A.P. Libration points in celestial mechanics and cosmodynamics. Moscow: Nauka, 1978. 312 p.
- [3] Bruno A.D. The restricted three-body problem . Planar periodic orbits. Moscow: Nauka, 1990. 295 с. ISBN 5-02-000683-1.
- [4] Duboshin G.N. Celestial Mechanics. Analytical and qualitative methods. 2nd ed. M.: Nauka, 1978. 456 p.
- [5] Grebenikov E.A. Mathematical Problems of Homographic Dynamics. M.: RUDN, 2011. 253 p. ISBN 978-5-209-03989-1
- [6] Demin V.G., Kosenko I.I., Krasilnikov P.S., Furta S.D. Selected Problems of Celestial Mechanics. Izhevsk: Udmurtian University, 1999. 210с.
- [7] Wintner A. The Analytical Foundations of Celestial Mechanics. Dover Publications, 464 p. ISBN-13: 978-0486780603
- [8] Marshal K. The three-body problem. Moscow. Izhevsk: Inst. comp. research, 2014. 640p. ISBN 5-93972-387-X
- [9] Morbidelli A. Modern celestial mechanics. Aspects of Solar System Dynamics. M. Izhevsk: Institute for Computer Research, 2014. – 432p. ISBN 978-5-4344-0209-5
- [10] Zotos E.E. Classifying of orbits in the restricted three-body problem // Nonlinear Dynamics. 2015. V. 82, P. 1233-1250. DOI: 10.1007/s11071-015-2229-4
- [11] Minglibayev M.Zh., Zhumabek T.M. , Memerova G.M. Investigation of the restricted three-body problem in a special non-inertial central coordinate system. // Bulletin of Karaganda University, series "Mathematics". 2017. №3(87). P. 95-109. ISSN 0142-0843
- [12] Minglibayev M.Zh. , Zhumabek T.M. New exact particular analytical solutions of the triangular restricted three-body problem. // Bulletin of the Karaganda university, mathematics series. 2020. V 97(1). P.111-121. DOI: 10.31489/2020M1/111-121. ISSN: 2663-4872 (Online)
- [13] Minglibayev M.J., Zhumabek T.M. To the isosceles restricted three-body problem // Proceedings of the National Academy of Sciences of Kazakhstan, Physics and Mathematics Series. 2016г. №6 (310). P. 67-73. ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)
- [14] Zhumabek T.M., Minglibayev M.J. On one particular case of the planar restricted three-body problem // Mathematical Journal. Institute of Mathematics and Mathematical Modelling. Almaty. 2016г. №4 (62). P. 99-120. ISSN 2413 -6468.
- [15] Minglibayev M.J., Zhumabek T.M. New exact partial solutions of the restricted three-body problem // Abstracts of the International Scientific Conference "Actual problems of mathematics and informatics", dedicated to the 80th anniversary of academician K.A. Kasymov, Almaty, Kazakhstan, December 21-23, 2015. P. 86 – 88.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 145 – 151

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.34>

УДК 621.372.512

П. В. Бойкачев¹, А.А. Ержан², В. О. Исаев¹, И.А. Дубовик¹, А. Марат²¹ УО «ВА РБ», Минск, Беларусь;² НАО «Алматинский Университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева», Казахстан.

E-mail: abubakirmarat@gmail.com

**МЕТОДИКА НАХОЖДЕНИЯ АДЕКВАТНЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОПИСЫВАЮЩИХ
ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

Аннотация. Предложена методика нахождения в аналитическом виде, адекватных математических моделей радиотехнических устройств.

РЭС, как правило, бывает весьма сложным техническим объектом, включающим большое число составных частей с многообразными связями между ними, иерархию построения которого можно представить в виде своеобразной пирамиды. В связи с этим имеет место моделирование РЭУ, которое может осуществляться на всех уровнях "пирамиды".

Моделирование на ее нижних уровнях, включающих полупроводниковые приборы, звенья, каскады и т. д., сводится к описанию их работы с помощью матрицы, уравнения, формулы, графика или таблицы. Такая математическая модель должна, с одной стороны, с требуемой точностью отражать физические процессы в исследуемом объекте, а с другой - быть пригодной для использования на ПЭВМ. В одних случаях математическая модель является результатом аналитического или численного анализа физической модели объекта, но чаще всего - экспериментальных исследований. Обработка, в том числе и статистическая, имеющегося массива данных, характеризующего работу каскада или элемента, проводится с помощью ПЭВМ. Работа объекта может быть определена и в виде его отклика или реакции на входное воздействие без проникновения в сущность физических процессов, протекающих внутри устройства.

Ключевые слова: аппроксимация, частотные характеристики, математические модели систем, широкополосное согласование.

Введение. В настоящее время отмечается увеличение количества разрабатываемых широкополосных радиоэлектронных систем (РЭС) различного назначения (космическая, спутниковая, персональная и сотовая связь, телекоммуникация, гигабитные системы передачи данных и т.д.).



Рисунок 1 – Иерархия построения РЭС

Нижний уровень "пирамиды" (рисунок 1) составляет элементарная база, включающая транзисторы, диоды, конденсаторы, микросхемы и десятки иных наименований. Из них составляются звенья, объединяемые в функционально законченные цепи – каскады. Такие как автогенератор, преобразователь частоты, модулятор, усилитель мощности колебаний, демодулятор, усилители сверхвысокой, высокой, промежуточной и низкой частоты и т. д.

Следующий уровень - блоки, такие, например, как малошумящий СВЧ усилитель, модем-модулятор и демодулятор сигнала, блок обработки сигнала, блок усиления мощности ВЧ или СВЧ колебаний, линейный тракт радиоприемника, антенно-фидерный тракт и т. д.

Еще более высокий этаж "пирамиды" включает функционально законченные устройства - радиоприемники, радиопередатчики, радиостанции, радиолокаторы и т. д., которые работают самостоятельно в составе различных радиотехнических систем.

Описание таких объектов в процессе их создания и использования должно быть согласовано с возможностями их восприятия человеком. Одним из таких описаний являются эквиваленты радиоэлектронных устройств (РЭУ), входящих в состав РЭС (усилители, частотные фильтры, антенные устройства (АУ) и др.). Данные эквиваленты дают возможность обеспечить проверку принимаемых технических решений на этапах эскизного и технического проектирования при выполнении опытно-конструкторских работ по созданию и улучшению современных РЭС.

Существующие эквиваленты РЭУ, как правило, удовлетворительно воспроизводят параметры реальных устройств в относительно узком диапазоне частот [1]. Их использование в тракте, работающего в широком диапазоне частот, может привести к повышенному КСВ, снижению точности измерения мощности передатчика и даже к выходу из строя транзисторов усилителя мощности. Из-за сложности анализа природы возникновения таких деформаций их часто считают случайными и результат их влияния оценивают для семейства уже готовых РЭУ [2].

Таким образом, моделирование преследует две цели: первая заключается в необходимости создания эквивалента исследуемого объекта, необходимого для функционирования рассматриваемого устройства без реализации самого сложного и дорогостоящего объекта. Вторая является определением функции входного сопротивления для решения задачи согласования. В обоих случаях важным представляется точность соответствия модели параметрам реального объекта по измеренным реактансным либо рефлектансным параметрам.

Проблема сбора априорной информации об объекте исследования. Эмпирические данные, как правило, задаются числовыми рядами значений двух величин: независимой (y_k) и зависимой (x_k), каждая из которых в общем случае кроме определенной регулярной (детерминированной) составляющей может содержать и случайные составляющие самой различной природы. Это обусловлено как статистической природой изучаемых процессов, так и внешними факторами процессов измерений и преобразования данных (шумы, помехи, дестабилизирующие факторы и ошибки измерений). Независимая переменная x_k обычно полагается детерминированной, а ее случайная составляющая "переносится" на зависимую переменную y_k . Полагается также, что значения случайной составляющей зависимой переменной (как собственные, так и "суммарные") распределены по некоторому вероятностному закону (например – нормальному).

Исходя из этого, актуальным становится вопрос о рассмотрении методики определения потребного объема выборки N (числа проводимых натуральных, полунатуральных или модельных экспериментов), при котором обеспечивается определение математического ожидания той или иной характеристики с заданными значениями показателей достоверности (характеризуется значением доверительной вероятности) и точности (характеризуется значением относительной погрешности).

Потребный для этого объем выборки рассчитывается по следующей формуле [3]:

$$N = \frac{V^2 t_{\beta}^2}{\delta_M^2},$$

где $v = \frac{\hat{\sigma}_\theta}{\hat{M}_\theta}$ – коэффициент вариации выборки случайных значений оцениваемой характеристики РТС; $\sigma_{\hat{M}}$ – СКО точечной оценки \hat{M}_θ ; \hat{M}_θ – математического ожидания рассматриваемой характеристики РТУ; $\delta_M = \frac{\varepsilon_M}{\hat{M}_\theta}$ – относительная погрешность оценки математического ожидания случайной характеристики РТУ; $\varepsilon_M = t_\beta \sigma_{\hat{M}}$ – полуширину доверительного интервала (абсолютную погрешность) для оценки математического ожидания рассматриваемой характеристики РТС; t_β – соответствующее значение таблицы t – распределения Стьюдента.

В [3] представлен требуемый объем выборки для оценки математического ожидания при коэффициенте вариации равном единице. Покажем его в таблице.

Требуемый объем выборки для оценки математического ожидания при коэффициенте вариации равном единице

Значение доверительной вероятности β	Значение относительной погрешности, %						
	30	25	20	15	10	5	1
0,5	5	7	11	20	46	182	4556
0,6	8	12	18	31	71	282	7056
0,7	12	17	27	48	108	433	10820
0,8	18	26	41	73	164	657	16440
0,9	30	43	68	120	272	1080	26990
0,95	43	62	96	171	384	1537	38420
0,99	73	106	166	295	664	2654	66360

Анализируя таблицу, можно сделать вывод, что для оценки математического ожидания оцениваемой случайной характеристики, исследуемого или испытываемого РТУ с минимально необходимой доверительной вероятностью 0,9 и относительной погрешностью 10 % требуется проведение 272 натуральных, полунатурных или модельных экспериментов соответственно (при вариации случайного параметра, равной единице). Для других значений вариации оцениваемой характеристики испытываемой РТС требуемое число экспериментов либо увеличивается в v^2 раз (при v больше единицы), либо уменьшается в v^2 раз (при v меньше единицы).

Для повышения точности оценки характеристики испытываемой РТС в m раз требуемое число экспериментов увеличивается в m^2 раз. Например, чтобы увеличить точность оценки математического ожидания характеристики РТС на один порядок (в 10 раз) требуемое число экспериментов необходимо увеличить на два порядка (в 100 раз).

В этом заключается основной недостаток классического метода статистических испытаний (метода Монте-Карло) независимо от того на базе какого из методов испытаний он реализуется (натурных, полунатурных или имитационного математического моделирования). Поэтому при исследованиях и испытаниях РТС не следует задавать слишком большие значения показателей достоверности и точности получаемых оценок характеристики РТС, так как это ведет к резкому увеличению требуемого объема выборки, а следовательно, временных и финансовых затрат на испытания. Достаточно ограничиться значениями доверительной вероятности в пределах от 0,9 до 0,95 и относительной погрешности в пределах от 5 до 10 %.

Математическая модель радиотехнических устройств. Как правило, представление экспериментальных данных в форме таблиц или графиков оказывается неудобным, и данные стремятся описать с помощью достаточно простых аналитических соотношений, хотя бы качественно отражающих характер рассматриваемых зависимостей [4]. В данном случае необходимо решить задачу аппроксимации, т. е. заменить сложную функцию (построенную по экспериментальным данным) приближенными аналитическими выражениями.

Таким образом, если исследование должно проводиться не численными, а аналитическими методами, то требуется подобрать такую аппроксимирующую функцию, которая, будучи довольно простой, отражала бы все важнейшие особенности экспериментально снятой характеристики с достаточной степенью точности [5].

Общая задача аппроксимации включает в себя две самостоятельные задачи [5,6]:

- выбор класса подходящей аппроксимирующей функции;
- определение значений, входящих в аппроксимирующую функцию постоянных коэффициентов (определение коэффициентов аппроксимации).

В связи с тем, что измеренные характеристики РТС могут содержать случайные составляющие самой различной природы (шумы, помехи, дестабилизирующие факторы и ошибки измерений), а также имеют сложный вид и представляются в виде таблиц или графиков. Для анализа и расчета эквивалентных цепей предлагается использовать математические модели, представляющие из себя аналитическое представление характеристик, т.е. представление в виде достаточно простых физически реализуемых функций [7]. Такой подход основан на использовании методов аппроксимации и подробно рассмотрен в работах [8, 9]. Суть моделирования сводится к тому, что передаточные и входные функции РТУ, исходя из условий физической реализуемости, являются дробно-рациональными функциями от комплексной частоты (s) вида:

$$f(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2(s)^2 + \dots + a_k(s)^k}{b_0 + b_1s + b_2(s)^2 + \dots + b_q(s)^q}, \quad (1)$$

где все коэффициенты при s должны быть вещественными и неотрицательными, а высшие степени полинома числителя (k) и знаменателя (q), так же, как и их низшие степени, не могут отличаться более чем на 1 [10]. С помощью математического преобразования, выражение (1) можно представить в виде четной $Ev f(s)$ и нечетной $Od f(s)$ части от $f(s)$:

$$Ev f(s) = \frac{m_1m_2 - n_1n_2}{m_2^2 - n_2^2}; \quad (2)$$

$$Od f(s) = \frac{n_1m_2 - m_1n_2}{m_2^2 - n_2^2}; \quad (3)$$

где

$$m_1 = a_0 + a_2s^2 + \dots + a_{2k}s^{2k} \text{ - четная часть числителя функции } f(s);$$

$$m_2 = b_0 + b_2s^2 + \dots + b_{2q}s^{2q} \text{ - четная часть знаменателя функции } f(s);$$

$$n_1 = a_1s + \dots + a_{(2k-1)}s^{(2k-1)} \text{ - нечетная часть числителя функции } f(s);$$

$$n_2 = b_1s + \dots + b_{(2q-1)}s^{(2q-1)} \text{ - нечетная часть знаменателя функции } f(s).$$

При $s = i\omega$ имеем:

$$Ev f(s)|_{s=i\omega} = \operatorname{Re} f(i\omega);$$

$$Od f(s)|_{s=i\omega} = i \operatorname{Im} f(i\omega).$$

Выражения (2) и (3) предлагается использовать в качестве аппроксимирующих функций $\operatorname{Re} f(s)$ и $\operatorname{Im} f(s)$ импедансных характеристик исследуемого объекта и сформировать аналитическую математическую модель (АММ) нагрузки с высокой степенью адекватности (с доверительной вероятностью не менее 0,9 и относительной погрешностью не более 10 %) [11, с. 9]. Исходя из вышесказанного, алгоритм реализации адекватных математических моделей исследуемых объектов будет иметь вид:

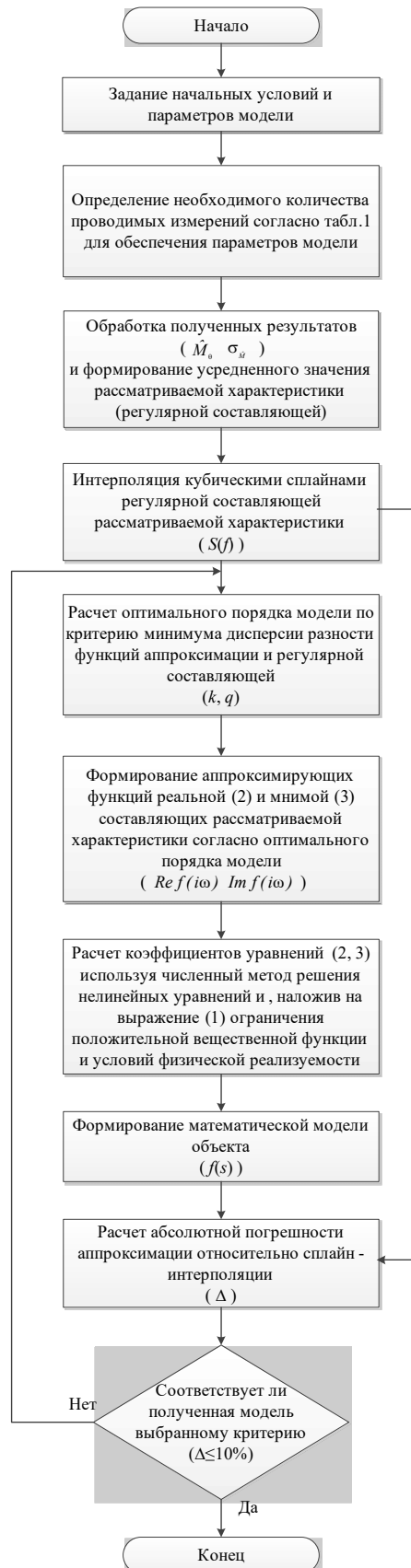


Рисунок 2 – Алгоритм реализации адекватных математических моделей исследуемых объектов

Заключение. Суть работы алгоритма заключается в следующем. Для начала, необходимо задать требования к реализуемой математической модели. Согласно требованиям, определить необходимое количество проводимых измерений согласно табл.1. После проведения измерений получить статистические характеристики исследуемого объекта и интерполировать кубическими сплайнами регулярную составляющую рассматриваемой характеристики. Это необходимо для того, чтобы определиться с порядком искомой рациональной функции и расчетом абсолютной погрешности аппроксимации относительно сплайн-интерполяции. После этого, с учетом физической реализуемости, необходимо найти искомую рациональную функцию (аппроксимацию) описывающую характеристики объекта исследования. Следует заметить, что нахождение погрешности Δ возможно производить различными способами, представленными в [7].

Предлагается рассмотреть примеры решения задачи аппроксимации характеристик РТУ и формирования их эквивалентов в виде АММ нагрузки с высокой степенью адекватности.

П. В. Бойкачев¹, А.А. Ержан², В. О. Исаев¹, И. А. Дубовик¹, А. Марат²

¹ «Беларусь Республикасының Әскери академиясы» Білім Беру Мекемесі, Минск қаласы, Беларусь;

² «Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті»
коммерциялық емес акционерлік қоғамы, Қазақстан

РАДИОТЕХНИКАЛЫҚ ҚҰРЫЛҒЫЛАРДЫҢ СИПАТТАМАЛАРЫН СИПАТТАЙТЫН БАРАБАР МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ ТАБУ ӘДІСТЕМЕСІ

Аннотация. Радиотехникалық құрылғылардың барабар математикалық модельдерін аналитикалық түрде табу әдістемесі ұсынылған.

РЭС, әдетте, өте күрделі техникалық объект болып табылады, оның ішінде олардың арасындағы әртүрлі байланыстары бар көптеген компоненттер бар, олардың иерархиясы пирамида түрінде ұсынылуы мүмкін. Осыған байланысты келтірілген "пирамиданың"барлық деңгейлерінде жүзеге асырылуы мүмкін РЭҚ модельдеу бар.

Оның төменгі деңгейлеріндегі модельдеу, соның ішінде жартылай өткізгіш құрылғылар, сілтемелер, каскадтар және т.б. олардың жұмысын матрица, теңдеу, формула, графика немесе кесте арқылы сипаттауға дейін азаяды. Мұндай математикалық модель, бір жағынан, қажетті дәлдікпен зерттелетін объектідегі физикалық процестерді көрсетуі керек, екінші жағынан, компьютерде қолдануға жарамды болуы керек.

Кейбір жағдайларда математикалық модель объектінің физикалық моделін аналитикалық немесе сандық талдаудың нәтижесі болып табылады, бірақ көбінесе эксперименттік зерттеулер. Каскадтың немесе элементтің жұмысын сипаттайтын қолда бар деректер массивін өңдеу, оның ішінде статистикалық өңдеу ДҚ көмегімен жүргізіледі. Жұмыс объектісін анықталуы мүмкін және оның жауап беру немесе реакция кіріс әсері жоқ, ену мәні, жеке үрдістердің ішіндегі құрылғылар.

Түйін сөздер: жуықтау, жиілік сипаттамалары, жүйелердің математикалық модельдері, кең жолақты үйлестіру.

P. V. Boikachov¹, A. A. Yerzhan², V. O. Isaev¹, I. A. Dubovik¹, A. Marat²

¹EI "Military Academy of the Republic of Belarus", Republic of Belarus;

²Almaty University of Power Engineering & Telecommunications named after Gumarbek Daukeev, Kazakhstan

THE METHOD OF FINDING ADEQUATE MATHEMATICAL MODELS DESCRIBING THE CHARACTERISTICS OF RADIO ENGINEERING DEVICES

Abstract. The method of finding adequate mathematical models of radio engineering devices in an analytical form is proposed.

RES, as a rule, is a very complex technical object that includes a large number of components with diverse connections between them, the hierarchy of construction of which can be represented in the form of a kind of pyramid. In this regard, there is a simulation of radio-electronic devices, which can be carried out at all levels of the "pyramid".

Modeling at its lower levels, including semiconductor devices, links, cascades, etc., is reduced to describing their operation using a matrix, equation, formula, graph, or table. Such a mathematical model should, on the one hand, accurately reflect the physical processes in the object under study, and on the other - be suitable for use on a PC.

In some cases, the mathematical model is the result of analytical or numerical analysis of the physical model of the object, but most often-experimental studies. Processing, including statistical processing, of the available data array that characterizes the operation of the cascade or element, is carried out using a PC. The operation of an object can also be defined in the form of its response or reaction to an input action without penetrating into the essence of the physical processes occurring inside the device.

Keywords: approximation, frequency characteristics, mathematical models of systems, broadband matching.

About information authors:

Boikachov Pavel V., candidate of technical Sciences, associate Professor of the EI "Military Academy of the Republic of Belarus", Minsk, Republic of Belarus; pashapasha.boi@mail.ru, 0000-0003-2873-9192;

Yerzhan Assel Anuarkyzy, PhD, associate Professor of "Almaty University of Power Engineering & Telecommunications named after Gumarbek Daukeev", Kazakhstan; a.erzhan@auces.kz, 0000-0003-3533-1371;

Isaev Vladislav O., master of technical Sciences, associate Professor of the EI "Military Academy of the Republic of Belarus", Republic of Belarus; ystasmov@gmail.com, 0000-0002-7331-6001;

Dubovik Ilya A., master of technical Sciences, associate of the EI "Military Academy of the Republic of Belarus" Minsk, Republic of Belarus; duba-77@mail.ru, 0000-0002-3486-7847;

Marat Abubakir, Master's student of "Almaty University of Power Engineering & Telecommunications named after Gumarbek Daukeev", Kazakhstan; abubakirmarat@gmail.com, 0000-0002-7914-217X

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бойкачев П.В., Крейдик Е.Л., Филиппович Г.А. Моделирование сопротивления короткой монополярной антенны диапазона декаметровых волн // Сб. научн. ст. УО «Военной академии Республики Беларусь». 2013. №3(40). С. 69–74.

[2] Кочержевский Г.Н. Антенно-фидерные устройства / Г.Н. Кочержевский. - М.: Связь, 1972. 472 с.

[3] Косачев И. М. Методики расчета показателей достоверности и точности оцениваемых тактико-технических характеристик вооружения, военной и специальной техники / И. М. Косачев, Д. С. Нефедов // Вестник Военной академии Республики Беларусь. Минск, 2015. №1(46). – С. 107–135.

[4] Попов В.П. Основы теории цепей / В.П. Попов.- М.: Высшая школа, 1998.

[5] Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. - М.: Высшая школа, 2000.

[6] Иванов М.Т. Теоретические основы радиотехники / М.Т. Иванов, А.Б. Сергиенко, В.Н. Ушаков; под ред. В.Н. Ушакова. - М.: Высшая школа, 2002.

[7] Ланнэ, А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей / А.А. Ланнэ. - М.: Связь, 1969. – 294 с.

REFERENCES

[1] Boykachev P. V., Kreidik E. L., Filippovich G. A. Modeling of the resistance of a short monopole antenna in the range of decameter waves // Sb. nauchn. st. UO "Military Academy of the Republic of Belarus". 2013. №3(40). P. 69-74.

[2] Kocherzhevsky G. N. Antenna-feeder devices / G. N. Kocherzhevsky. M.: Svyaz, 1972. 472 p.

[3] Kosachev, I. M. Methods for calculating indicators of reliability and accuracy of the estimated tactical and technical characteristics of weapons, military and special equipment / I. M. Kosachev, D. S. Nefedov // Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus. Minsk, 2015. №1(46). Pp. 107-135.

[4] Popov V. P. Fundamentals of circuit theory / V. P. Popov. M.: Vysshaya SHKOLA, 1998.

[5] Baskakov, S. I. Radio engineering circuits and signals / S. I. Baskakov. M.: Vysshaya SHKOLA, 2000.

[6] Ivanov M. T. Theoretical fundamentals of radio engineering / M. T. Ivanov, A. B. Sergienko, V. N. Ushakov; under the editorship of V. N. Ushakov. M.: Vysshaya SHKOLA, 2002.

[7] Lanne A. A. Optimal synthesis of linear electric circuits / A. A. Lanne. Moscow, 1969. 294 p.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 152 – 156

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.35>

УДК 539.12

МРНТИ 29.05.01, 29.05.27

Л.И. Вильданова, О.А. Новолодская, Т. Х. Садыков, Д.О. Кантарбаева

Satbayev University, Физико-технический институт, Алматы, Казахстан.

E- mail: din.orazbaevna@gmail.com

ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕГИСТРАЦИИ НЕЙТРОНОВ НИЗКОЙ ЭНЕРГИИ НЕЙТРОННЫМИ ДЕТЕКТОРАМИ НА ОСНОВЕ ГАЗОРАЗРЯДНЫХ СЧЕТЧИКОВ ^3He

Аннотация. При анализе результатов, получаемых в измерениях на нейтронных детекторах с низким энергетическим порогом, необходимо знать зависимость эффективности регистрации нейтронов от их кинетической энергии в информационных каналах различного типа, как для «открытых» нейтронных счетчиков, так для счетчиков, окруженных замедлителем. Имея построенную на основе пакета Geant4 физическую модель взаимодействия частиц, можно провести расчет эффективности регистрации для различных типов детекторов, которые применяются в проводимых на Тянь-Шаньской высокогорной станции экспериментах, связанных с регистрацией нейтронного потока. В работе представлено несколько программных моделей, разработанных для нейтронных детекторов.

Ключевые слова: нейтрон, нейтронный детектор, нейтронный монитор, эффективность регистрации, физическая модель.

Введение. В исследованиях, проведенных на ливневой установке, расположенной на Тянь-Шаньской высокогорной научной станции, были получены свидетельства об аномально высокой множественности испарительных нейтронов, которые генерируются внутри нейтронного монитора при попадании в него стволов широких атмосферных ливней [1-3]. В результате возник вопрос о поведении низкоэнергичной составляющей нейтронного потока (тепловых нейтронов), сопровождающего прохождение ШАЛ [4]. В соответствии с этим, на Тянь-Шаньской станции проводится эксперимент по детектированию тепловых нейтронов и связанного с ними потока низкоэнергичных гамма-квантов в центральной области ШАЛ [5-7]. Для регистрации нейтронов низкой энергии используется система специальных нейтронных детекторов на основе газоразрядных счетчиков ^3He , которые, в отличие от конфигурации нейтронного монитора, работают вне каких-либо слоев тяжелого вещества мишени и легкого замедлителя. В этом случае роль мишени для взаимодействия энергичных адронов космических лучей играют окружающие детектор объекты, прежде всего, грунт Тянь-Шаньской станции, а замедление образующихся в этих реакциях испарительных нейтронов происходит непосредственно при их распространении во внешней среде. Такая конструкция обеспечивает минимальный порог регистрации, и наиболее эффективным подобный детектор оказывается в тепловом диапазоне энергий (порядка 10^{-2} эВ) налетающих нейтронов.

Модель нейтронного детектора

Основой для расчетов служит модель нейтронного счетчика ПД631, которая представлена на рисунке 1.

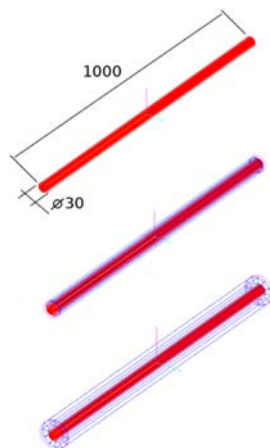


Рисунок 1 - Геометрическая модель нейтронного счетчика ПД631

Геометрия счетчика определялась в виде цилиндра с диаметром 30 мм и длиной 1000 мм. Предполагается, что ограничивающая цилиндрический объем внешняя оболочка состоит из алюминия толщиной 1 мм. Внутреннее пространство модельного счетчика полагается заполненным смесью аргона и гелия с параметрами (давление, температура, химический и изотопный состав), соответствующими характеристикам реальных счетчиков ПД631. Вместе с базовой моделью «открытого» счетчика рассматриваются также и счетчики, находящиеся внутри цилиндрического замедлителя нейтронов. В соответствии с конфигурацией реальных детекторов, в двух вариантах модели рассматриваются замедлители в виде цилиндрических труб из поливинилхлорида (ПВХ) с толщиной стенки 6 мм и из парафина толщиной 20 мм. Помимо отдельных счетчиков ПД631, расчеты проводились для нейтронного детектора в сборе. Модель для такого варианта расчетов показана на рисунке 2.

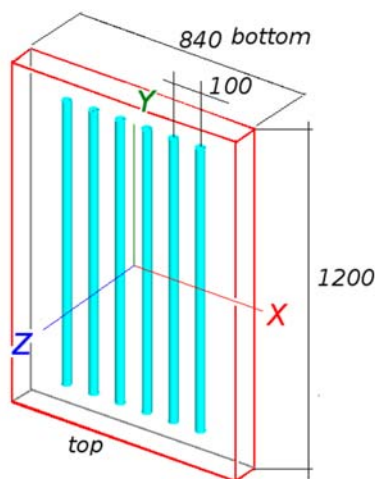


Рисунок 2 - Геометрическая модель нейтронного детектора в сборе

В этой геометрии отдельные счетчики располагаются в ряд на расстоянии 10 см друг от друга таким образом, чтобы их оси были параллельны, и весь их набор помещался внутри алюминиевого контейнера с размерами $120 * 84 * 10 \text{ см}^3$ и с толщиной стенки 2 мм. Предполагается, что вмещающий контейнер заполнен атмосферным воздухом, находящимся при нормальных условиях.

Расчет эффективности регистрации нейтронов

Серия расчетов для всех вариантов модельных детекторов состояла из ряда отдельных розыгрышей (порядка 10^6 модельных событий), в каждом из которых на детектор падали первичные нейтроны с одной и той же кинетической энергией E_n . Как траектория самого

первичного нейтрона, так и траектории образованных в результате его взаимодействий частиц-продуктов отслеживались целиком на протяжении всего расчетного события. В соответствии с принципом работы реальных счетчиков ПД631, действие которых основано на ядерной реакции $n(^3\text{He}, ^3\text{H}) p$, критерием «регистрации» первичного нейтрона в модельном детекторе служило появление среди частиц-продуктов пары заряженных частиц протон/тритон во внутреннем объеме одного из нейтронных счетчиков. В качестве оценки для эффективности регистрации $\varepsilon(E_n)$ данной конфигурации детектора по отношению к нейтронам с энергией E_n использовалось отношение количества «зарегистрированных» нейтронов к общему числу разыгранных событий. Таким образом, как вероятность развития электронной лавины внутри газоразрядного счетчика при образовании внутри него пары заряженных ядер, так и вероятность генерации вследствие этого счетчиком электрического импульса на его анодной нити полагались стопроцентными, а какое-либо влияние формирующих сигналы электронных цепей на эффективность детектора не учитывалось.

Для исследования характеристик нейтронного детектора, соответствующих различным условиям постановки эксперимента, были проведены три серии модельных расчетов. В расчетах первой серии с «оптимальными» начальными условиями исходное положение всех первичных нейтронов в начале каждого розыгрыша задавалось непосредственно на поверхности цилиндрической стенки «открытого» счетчика, а их импульс всегда был направлен в сторону внутреннего пространства счетчика, по нормали к его поверхности. Целью этих расчетов было определить энергетическую зависимость эффективности одного индивидуально взятого нейтронного счетчика ПД631, который рассматривается вне зависимости от какого-либо внешнего окружения.

Во второй серии расчетов шесть модельных счетчиков объединялись в единую модель нейтронного детектора в соответствии с требованиями большинства экспериментов на Тянь-Шаньской научной станции. В качестве начального положения первичных нейтронов в этом варианте расчетов использовались случайные точки на внешней поверхности, содержащей набор счетчиков алюминиевой коробки, а направление вектора начального импульса для первичных частиц задавалось путем розыгрыша значений его направляющих косинусов согласно равномерному распределению на интервале $[0;1]$. Таким образом, данный вариант расчетов соответствует случаю детектора из шести счетчиков ПД631 в сборе, помещенному в изотропный поток налетающих нейтронов. Очевидно, что наличие пространственных зазоров между отдельными счетчиками в составном детекторе, который рассматривается как единое целое, а также случайное распределение направлений движения первичных частиц в этом варианте расчетов должны приводить к тому, что суммарная эффективность регистрации нейтронов для такого детектора должна быть заметно ниже, чем в случае «оптимальной» конфигурации пучка первичных нейтронов для единственного счетчика.

В третьем варианте расчетов были учтены специфические условия измерений, которые проводятся на установках Тянь-Шаньской высокогорной станции. Поскольку основное назначение таких установок заключается в регистрации частиц широких атмосферных ливней, естественно ожидать, что среди потока налетающих на детектор нейтронов могут преобладать частицы, движущиеся в вертикальном направлении. В этом случае вместо расчетов с полностью изотропным начальным распределением первичных частиц может оказаться более адекватным моделирование, при котором положение первичных нейтронов задается случайным образом на поверхности только одной из сторон модельного детектора из четырех, а распределение их первичных импульсов строго фиксировано: все первичные частицы в начальный момент времени движутся параллельно оси Z , в сторону, противоположную ее направлению. Такое начальное распределение первичных нейтронов было принято в третьей серии модельных расчетов.

Результаты, полученные при моделировании процесса регистрации нейтронов для всех трех вариантов конфигурации детектора, представлены на рисунке 3.

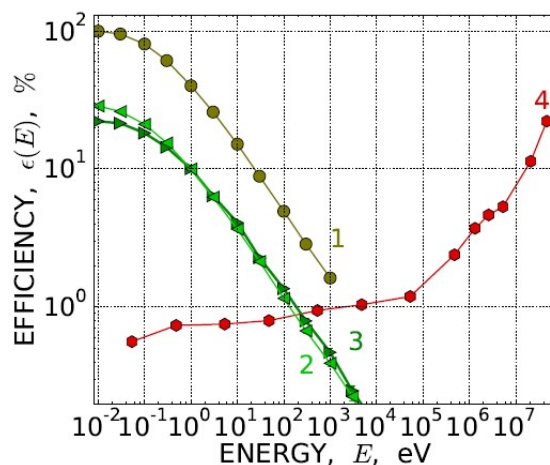


Рисунок 3 - Эффективность регистрации нейтронов детекторами различных конфигураций по результатам модельных расчетов.

1 – нейтронный счетчик ПД631 без замедлителя; 2 и 3 – нейтронный детектор из шести счетчиков ПД631 в перпендикулярном его «верхней» поверхности и в изотропном потоке нейтронов; 4 – нейтронный монитор NM64

Линией (1) на графике рисунка 3 показана энергетическая зависимость эффективности счетчика ПД631 по отношению к регистрации нейтронов при максимально благоприятных начальных условиях (первичный нейтрон, находящийся непосредственно на поверхности счетчика с направленным по нормали к его поверхности импульсом). Как видно по этому графику, в таком «оптимальном» варианте расчетов, который играет роль верхнего предела для возможной эффективности, результирующее распределение достигает практически 100% в диапазоне тепловых энергий, спадает до 50% при энергии порядка 1 эВ и до 1% - в области нескольких кэВ.

В более реалистичном варианте расчетов с изотропным начальным распределением положений и импульсов первичных частиц, результаты которых показаны линией (2) на рисунке 3, зависимость суммарной эффективности детектора из шести разделенных зазорами счетчиков ПД631 сохраняет свой максимум в области тепловых энергий, но величина этого максимума снижается до уровня порядка 20%. Практически такими же значениями эффективности оказываются и в случае равномерного распределения первичных частиц по верхней стороне детектора, как это отражено на рисунке 3 линией (3). Таким образом, согласно данным модельного расчета, оказывается, что вероятность регистрации нейтронов в детекторе практически не зависит от вида углового распределения налетающего на детектор нейтронного потока.

Для сравнения, на том же рисунке 3 посредством линии (4) показана энергетическая зависимость эффективности регистрации нейтронов, которая была получена при моделировании нейтронных взаимодействий для конфигурации супермонитора NM64 в области низких энергий налетающей частицы. Как следует из этой зависимости, эффективность нейтронного супермонитора демонстрирует поведение, прямо противоположное случаю низкого порога детектора: она остается незначительной вплоть до энергии $E_n \approx 0,1-1$ МэВ, а затем начинает расти по мере увеличения множественности испарительных нейтронов, которые образуются при инициированных энергичными адронами ядерных реакциях внутри тяжелого поглотителя монитора. Таким образом, нейтронный монитор и детекторы на основе не экранированных каким-либо веществом нейтронных счетчиков взаимно дополняют друг друга по своим возможностям.

Выводы. Представленные в работе результаты означают, что сам по себе детектор на счетчиках ПД631 обладает заметной эффективностью с вероятностью регистрации нейтронов $\geq 1\%$, в энергетическом диапазоне, который начинается с тепловых значений и продолжается вплоть до 0,1- 0,3 кэВ. При этом подобный детектор оказывается наиболее чувствительным к нейтронам, обладающим кинетическими энергиями $E_n \approx 0,01-0,1$ эВ, а в области больших энергий его эффективность уменьшается обратно пропорционально $\sqrt{E_n}$.

Данная работа выполнена при поддержке грантового финансирования КН МОН РК, № AP08955730.

Л.И. Вильданова, О.А. Новолодская, Т. Х. Садыков, Д.О. Кантарбаева

Satbayev University, Физика-техникалық институты, Қазақстан, Алматы

**ГАЗ РАЗРЯДТЫ ³HE ЕСЕПТЕГІШТЕРІ НЕГІЗІНДЕ ТӨМЕН ЭНЕРГИЯЛЫ
НЕЙТРОНДАРДЫ НЕЙТРОНДЫҚ ДЕТЕКТОРМЕН ТІРКЕУДІҢ ТИІМДІЛІГІ**

Аннотация. Энергия шегі төмен нейтрондық детекторлардағы өлшеулерден алынған нәтижелерді талдау кезінде "ашық" нейтрондық есептегіштер үшін де, баяулатқышпен қоршалған есептегіш үшін де әр түрлі типтегі ақпараттық каналдардағы нейтрондарды анықтау тиімділігінің олардың кинетикалық энергиясына тәуелділігін білу қажет. «Geant4» пакеті негізінде тұрғызылған бөлшектердің өзара әрекеттесуінің физикалық моделіне ие бола отырып, Тянь-Шань биік станциясында нейтрондар ағынының тіркелуіне байланысты жүргізілген тәжірибелерде қолданылатын детекторлардың әр түрлі типтері үшін анықтау тиімділігін есептеуге болады. Мақалада нейтрондық детекторлар үшін жасалған бірнеше бағдарламалық жасақтама ұсынылған.

Түйін сөздер: нейтрон, нейтрон детекторы, нейтрон монитору, тіркеу тиімділігі, физикалық модель.

L.I. Vildanova, O.A. Novolodskaya, T. Kh. Sadykov, D.O. Kantarbayeva

Satbayev University, Institute of Physics and Technology, Almaty, Kazakhstan

**EFFICIENCY OF REGISTRATION OF LOW ENERGY NEUTRONS
BY NEUTRON DETECTORS BASED ON GAS DISCHARGE ³He COUNTERS**

Abstract. When analyzing the results obtained in measurements on neutron detectors with a low energy threshold, it is necessary to know the dependence of the neutron detection efficiency on their kinetic energy in information channels of various types, both for "open" neutron counters, and for counters surrounded by a moderator. Having a physical model of particle interactions based on the Geant4 package, it is possible to calculate the detection efficiency for various types of detectors, which are used in experiments conducted at the Tien Shan high-mountain station related to the registration of a neutron flux. The paper presents several simulation models developed for neutron detectors.

Key words: neutron, neutron detector, neutron monitor, registration efficiency, physical model.

Information about authors:

Vildanova L.I. Candidate of Physical and Mathematical Sciences; Satbayev University, Institute of Physics and Technology, Almaty, Kazakhstan; ludmilavildanova@yandex.kz; <https://orcid.org/0000-0001-8558-9026>;

Novolodskaya O.A. Candidate of Physical and Mathematical Sciences; Satbayev University, Institute of Physics and Technology, Almaty, Kazakhstan; novololga@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0002-1978-2781>;

Sadykov T.Kh. Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Satbayev University, Institute of Physics and Technology, Almaty, Kazakhstan; turlan43@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4349-4616>;

Kantarbayeva D.O. Junior researcher Institute of physics and technology, Satbayev University, Almaty, Kazakhstan, din.orazbaevna@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-3891-8733>

REFERENCES

[1] Antonova V.A., Chubenko A.P., Kokobaev M.M. Phenomenon of the anomalous delay of hadronic and electronic components of EAS // Nucl. Phys. B. 1999. Vol. 75A. p. 333–335.

[2] Antonova V.P., Chubenko A.P., Kryukov S.V. Anomalous time structure of extensive air shower particle flows in the knee region of primary cosmic ray spectrum // J. Phys. G. 2002. Vol. 28, no. 2. p. 251–266.

[3] Chubenko A.P., Shepetov A L., Antonova V.P. The modern status of anomalous delayed particles effect in the knee region EAS according to the data of Tien Shan Mountain Station // Proceedings of the 28th ICRC. Vol. 3 (HE). Tsukuba, Japan: 2003. p. 69–72.

[4] Antonova V.P., Beisembayev R.U., Borisov A.S., Chubenko A.P., Dalkarov O.D., Kryakynova O.N., Mukhamedshin R.A. New complex EAS installation of the Tien Shan mountain cosmic ray station // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2016. Vol. 832. p. 158–178.

[5] Ryabov V.A., Almenova A.M., Antonova V.P., Beisembayev R.U., Bezshapov S.P., Borisov A.S., Chubenko A.P., Dalkarov O.D. Modern status of the Tien-Shan cosmic ray station // EPJ Web of Conferences. 2017. 145, 12001.

[6] Shepetov A., Chubenko A., Iskakov B., Kalikulov O., Mamina S., Mukashev K., Piscal V., Ryabov V., Saduyev N., Sadykov T., Salikhov N., Tautaev E., Vil'danova L., Zhukov V. Measurements of the low-energy neutron and gamma ray accompaniment of extensive air showers in the knee region of primary cosmic ray spectrum. // Eur. Phys. J. Plus. – 2020.- Vol.135. - No 96.

[7] Argyonova A.Kh., Iskakov B., Jukov V.V., Mukashev K.M. Muradov A.D, Piskal V.V., Saduyev N.O., Sadykov T.X., Salihov N.M., Serikkanov A.S, Tautaev E.M., Umarov F.F. The perspective fundamental cosmic rays physics and astrophysics investigations in the Tien-Shan high-mountain scientific station. // News of the National academy of sciences of the Republic of Kazakhstan - Series of geology and technical sciences. 2019. Vol.6, No. 438. P. 121-138. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.163>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 157 – 164

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.36>

UDC 004.72

IRSTI 20.53.23

**M. K. Nurgaliyev, A. K. Saymbetov,
B. N. Zholamanov, A. T. Yeralkhanova, G. B. Zhuman**

Al-Farabi Kazakh National university, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: gulzhan.zhuman@gmail.com

PREDICTING THE LIFETIME OF LORA BASED WIRELESS SENSOR NETWORKS USING A PROBABILISTIC MODEL OF MARKOV CHAINS

Abstract. Real-time monitoring systems and sensors are not complete without wireless data transmission modules. Improving energy efficiency requires examining various system parameters that affect the power consumption of transmitting and receiving devices. The most important parameter of any autonomous wireless network is its uptime. In this work, we used LoRa wireless modules on the SX1278 chip manufactured by Semtech to determine their power consumption in various operating modes. The obtained data were used to build a consumption model of the device when connected to a receiver. Three operating modes are considered: transmit mode, receive mode and sleep mode. In an ideal communication channel, all transmitted data reaches the receiver with 100% probability. In a real situation, data reaches the receiver with a certain probability, depending on the communication channel, transmission power, distance to the addressee, and network parameters. In this work, the occurrence of an error is random. In this case, the occurrence of an error during reception entails a lack of confirmation of receipt or a request for re-sending data. Sending data again increases the power consumption of the device and, consequently, decreases the operating time of the wireless device. This paper shows the dependences of the operating time on various initial monitored parameters of the device, such as: confirmation timeout, packet length, time of one transmission cycle and the maximum number of retransmissions in one cycle. The developed model for predicting the consumption of the device can be used in the design of autonomous wireless sensor monitoring networks.

Key words: Wireless sensor networks, LoRa technology, energy efficiency, Markov chains, error probability in the communication channel.

Introduction. Wireless sensor networks (WSN) are at the heart of the ever-evolving Internet of Things (IoT) and provide a wide range of applications such as infrastructure security, environmental monitoring, event detection, etc. [1] Such applications are designed to collect information about a given phenomenon or event. These sensor nodes are typically deployed in hard and inaccessible environments. For these reasons, the sensor nodes must operate for a long period of time without human intervention [1,2].

Power consumption modeling is an important part when designing switching sensors to monitor a specific target application. Transmitting sensors must perform the following tasks for most applications [1,3]: event recognition, local processing of sensor event information, and packet transmission to the access point [3,4]. Each task consumes a certain amount of energy for a given time. Therefore, to estimate the service life of the sensor, an accurate model of the energy consumption of the sensor node is necessary [5].

Several standards have been proposed for communication in the ISM frequency bands and with low data rates, the most well-known of which are LoRa, SigFox, and Dash7 [6-9]. As Dash7 is being promoted as a medium-range technology [8], the scope for long-range networks has shifted towards LoRa and SigFox. The adjustable data rate of the LoRa standard, combined with a slightly higher level of global coverage [6,7], makes this technology very promising both for applications in the WSN and for other long-distance connections with low data rates.

To encode information, this technology uses broadband frequency-modulated pulses to achieve an expansion gain, which leads to successful packet reception at extremely low signal-to-noise ratio (SNR) levels. Due to its unique modulation, LoRa is a very versatile technology that can be adapted to different types of environments and application classes [10].

In addition, the expected performance of lora has been discussed in a decent number of other publications [9,11-14], all of them highly appreciating the potential of LoRa modulation, but some also warn of a decrease in performance as the number of end devices increases.

However, when building any sensor network, in addition to its performance, the duration of its operation plays a crucial role. To date, there are many works that describe in detail the consumption of network operation [15-17]. The articles [18-19] show the application of the method of forecasting network consumption with the probabilistic nature of sending data. This method can also be used to predict the consumption of the transmitting device with the probabilistic nature of the communication channel.

The purpose of this article is to develop a transmission device consumption model based on LoRa technology, taking into account the probabilistic nature of the communication channel. As well as the dependence of time of operation of the Autonomous transmission device from the different initial parameters such as packet length, time of acknowledgment and the maximum number of items in one cycle.

Method. Consider the operation of a transmitting device in a network consisting of one transmitter and one receiver, as shown in figure 1.

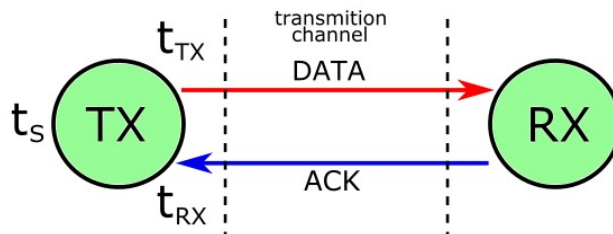


Figure 1 – Point-to-point network architecture

In general, the consumption of the transmitting device can be expressed as follows:

$$E_{Total} = E_{Sleep} + E_{Active} \tag{1}$$

$$E_{Active} = E_{Tr} + E_R \tag{2}$$

E_{Total} – total energy, E_{Sleep} – energy consumption in sleep mode, E_{Active} – consumption in active mode, E_{Tr} – consumption in data transfer mode, E_R – consumption in receive mode.

Let the time be reserved for this transmitter (time slot) T_{Res} , and $T_0 = 24 \text{ hours} = 86400 \text{ s}$ – the duration of one day. During the day, the transmitter manages to send M successful messages. However, there are always more attempts to send messages by the transmitter in real conditions. Let m be the number of attempts to send messages in one time slot, and N be the maximum number of possible messages sent in one time slot. Then p is the probability of sending data incorrectly, $p = \frac{m}{n}$. Figure 2 shows the detailed time distribution of the transmitter. The transmitter must wait for confirmation of receiving data from the receiver during the t_{RX} time, and only after that, the transmitter enters the sleep state until the next transmission cycle begins.

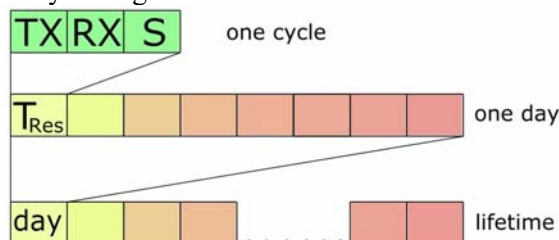


Figure 2 - Timeslots

The transmitter can be in three states during a single time slot: transmit mode, receive mode, and sleep mode. The operating time in the corresponding modes t_{TX} , t_{RX} , t_S . The probability of an error in the communication channel depends on many factors and is, generally speaking, random. Therefore, in order to analyze such processes, it is advisable to use Markov processes. Figure 3 shows the state diagram of the transmitting device. Each state corresponds to a specific consumption. The most important is the transition of the device from the RX receive state to the TX transmit state, since it is caused by a receive error in the communication channel. The probability of this transition, as we have already determined, is p . Let's construct the transition matrix (table 1) of the transmitter. By the properties of the transition matrix, the sum of the probability in the row should not be greater than 1. Using this property, we fill in the matrix cells.

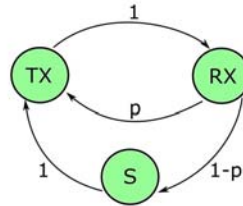


Figure 3 - State diagram of the transmitting device

Table 1 - The transition matrix of the transmitter

	TX	RX	S
TX	0	1	0
RX	p	0	1-p
S	1	0	0

The consumption of the transmitting device, depending on the error probability in the communication channel, can be determined by the following formula (1) [Wireless].

$$E_i = E_{i-1} - \left(P_{TX}t_{TX}[p^{(i)}(TX|RX)]N + P_{RX}t_{RX}[p^{(i)}(RX|TX)]N + P_S \left(T_{res} - [p^{(i)}(TX|RX)]N(t_{TX} + t_{RX}) \right) \right) \tag{1}$$

E_i – remained energy in battery after i cycle, E_{i-1} – remained energy in the battery after $(i-1)$ cycle, P_{TX} – power consumption of the device in transmission mode, P_{RX} – power consumption of the device in receive mode, P_S – power consumption of the device in sleep mode, t_{TX} – transmission time, t_{RX} – receiving time, N – maximum number of transmission per one cycle, p – transmission probability of the device, taken from Markov’s transition matrix, T_{res} – time of one cycle.

To build a model of the consumption of the transmitting device under the specified conditions, we will use the LoRa-Ra01 wireless module on the Semtech SX1278 chip. These receiving and transmitting modules are characterized by a low level of consumption with a relatively large coverage area due to their unique modulation. Figure 4 shows the LoRa-01 transceiver circuit. The device is powered by two Li-ion batteries of the standard 18650 with a voltage of 3.7 V, an ATmega328 controller, and a step-down converter for voltage matching AMS1117.

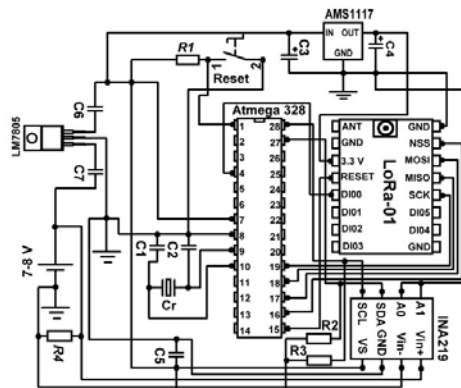


Figure 4 - Scheme of the transmitting device

Table 2 shows the consumption of the receiving and transmitting device in different operating modes.

Table 2 - Transmission device consumption in various operating modes

Operating modes of the device	Transmitter	Router
Data transmission	1085 mW/134 mA	
Data reception	250 mW/30.25 mA	
Sleep Mode	12.73 mW/13.7 mA	

Using the consumption data of the transmitting device, we will simulate the operating time of the transmitting device.

Results and discussion. Consider the operating time of the transmitting device at various initial parameters. The parameters under study will be: the initial probability of error-free data sending p , the maximum number of retransmissions in the absence of confirmation from the receiver N , the length of one data packet L , the duration of one T_{res} transmission cycle, and the waiting time for t_{RX} confirmation. Figure 5 shows the results of simulating the operation of the transmitting device for 10 different values of N with fixed values of other parameters. The abscissa axis shows the initial probability of erroneous data reception, and the ordinate axis shows the time of operation of the transmitter in months. The operating time of the device varies from 45 to 20 months with a minimum and maximum number of re-shipments, respectively. With an increase in the number of retransmissions and the probability of erroneous reception, the operating time of the transmitter also decreases, since retransmission of data is necessary. However, this change is hardly noticeable within a single curve.

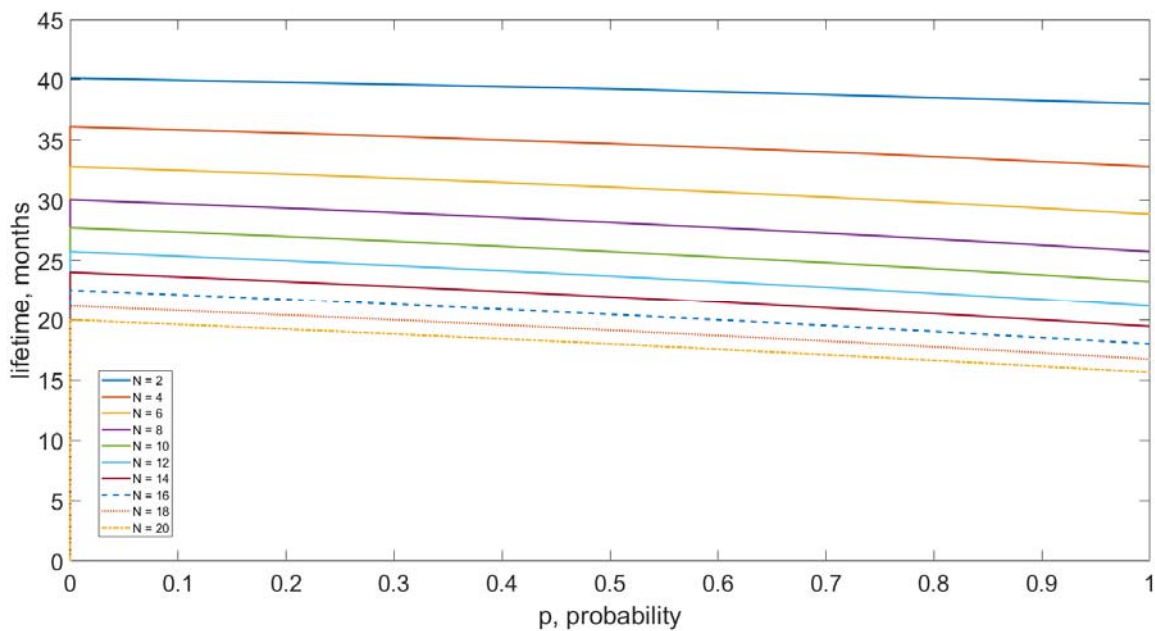


Figure 5 - Dependence of the operating time of the transmitting device on the initial probability of erroneous sending of data at different maximum numbers of retransmissions ($t_{RX} = 2$ s, $L = 20$ bytes, $T_{res} = 1$ hour)

Figure 6 shows graphs of the dependence of the transmitter operation time on the initial probability of an error when receiving at different packet lengths. Compared to the previous curves, the dependence of the running time on the length of the packets is more noticeable. As the packet length increases, the power consumption increases, and therefore the system operation time decreases from 30 months with 20 bytes of data to less than 20 months with 100 bytes of data being sent.

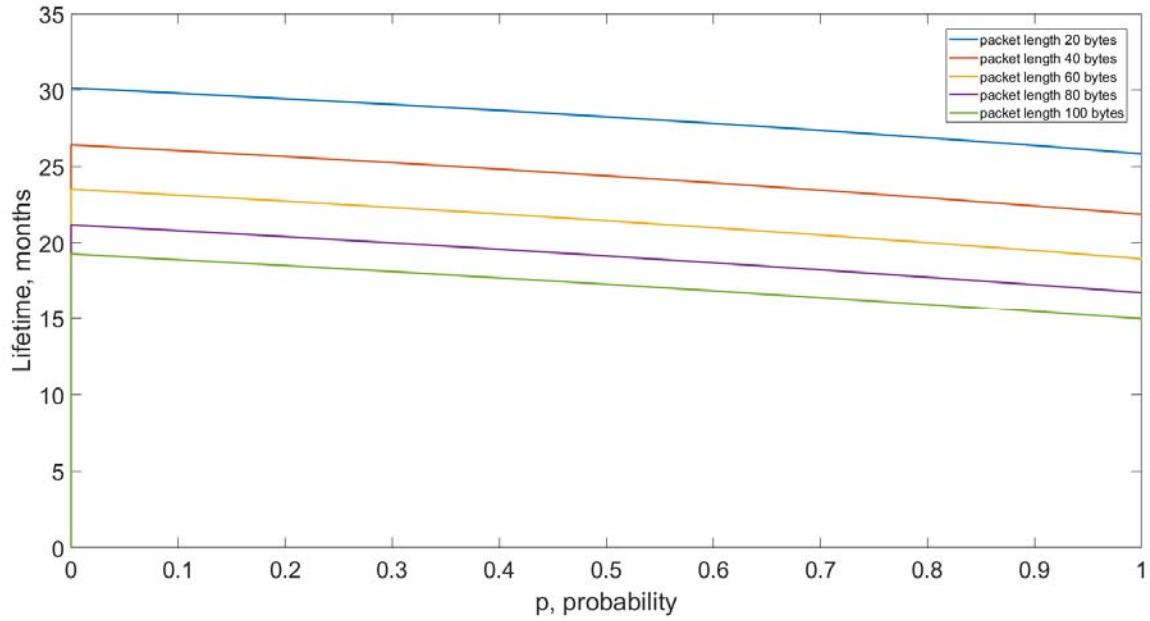


Figure 6 - Dependence of the operating time of the transmitting device on the initial probability of erroneous sending of data at different packet lengths ($t_{rx} = 1$ s, $N = 10$, $T_{res} = 1$ hour)

Figure 7 shows a graph of the dependence of the transmitter's operating time on the initial probability of an error in the communication channel with different confirmation waiting times.

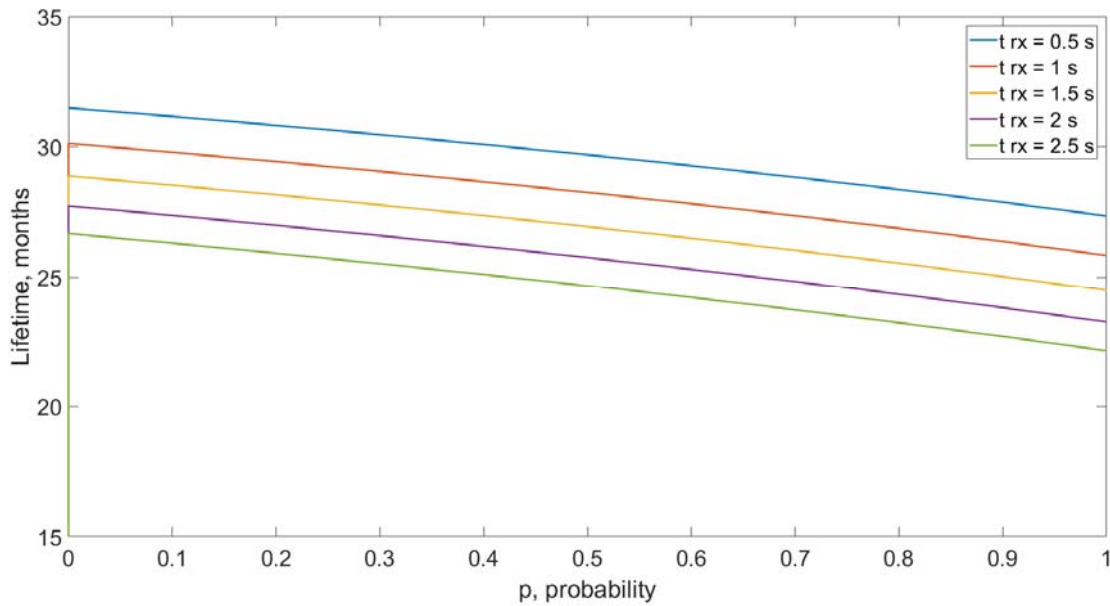


Figure 7 - Dependence of the transmission device operation time on the initial probability of erroneous data transmission with different confirmation waiting times ($L = 20$ bytes, $N = 10$, $T_{res} = 1$ hour)

As can be seen from the graphs, the operating time of the transmitters is highly dependent on the waiting time for confirmation. With the minimum waiting time, the working time reaches more than 30 months, and with the maximum waiting time-more than 25 months.

Figure 8 shows graphs of the dependence of the transmitter operation time on the initial error probability for different values of the time of one cycle.

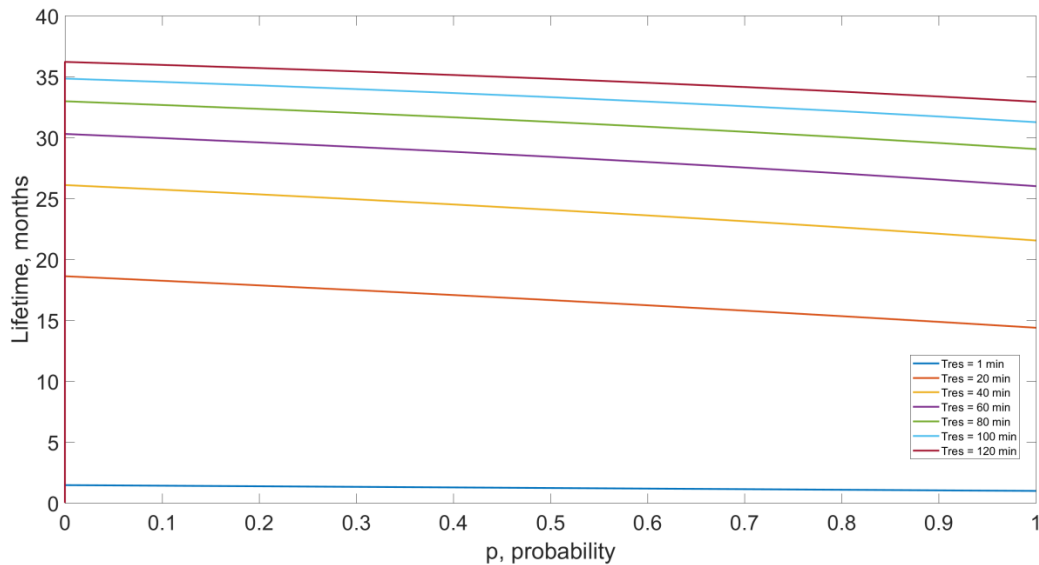


Figure 8 - Dependence of the operating time of the transmitting device on the initial probability of erroneous data sending at different durations of one cycle ($L = 20$ bytes, $N = 10$, $t_{RX} = 1$ s)

As can be seen from the graphs, the duration of one cycle has little effect on the operating time of the transmitter. The longer the time of a single cycle, the longer the operating time. This is due to the fact that the transmitter increases the sleep time with an increase in the time of one cycle, all other things being equal.

Conclusion. In this paper, a method for predicting the operating time of an autonomous transmitting device with a probabilistic nature of the communication channel is developed. The dependences of the operating time on various initial parameters of the transmitting device, such as: the initial probability of an error in the communication channel, the waiting time for confirmation of reception, the packet length and the duration of one cycle, are considered. An increase in any of these parameters, except for the duration of one cycle, leads to a decrease in the operating time of the autonomous transmitting device. With an increase in the initial probability of an error in the communication channel, the operating time of the transmitter, all other things being equal, also decreases. The resulting model of the transmission device consumption, taking into account errors in the communication channel, can be used to predict the operating time.

**М. К. Нұрғалиев, А. К. Саймбетов,
Б. Н. Жоламанов, А. Т. Ералханова Г. Б. Жуман**

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

**МАРКОВ ТІЗБЕГІНІҢ ЫҚТИМАЛДЫ МОДЕЛІН ҚОЛДАНА ОТЫРЫП,
LORA ТЕХНОЛОГИЯСЫНА НЕГІЗДЕЛГЕН СЫМСЫЗ СЕНСОРЛЫҚ ЖЕЛІЛЕРДІҢ
ЖҰМЫС УАҚЫТЫН БОЛЖАУ**

Аннотация. Қазіргі кездегі мониторинг жүйелері сымсыз байланыс сенсорлы жүйелерісіз өзінің толық міндетін орындай алмайды. Энергия тиімділігін арттыру үшін таратушы және қабылдаушы құрылғылардың энергия тұтынуына тәуелді болатын жүйенің әртүрлі сипаттамаларын зерттеуді талап етеді. Кез-келген автономды сымсыз желінің маңызды сипаттамасы ретінде оның жұмыс уақыты. Бұл мақалада әртүрлі жұмыс режиміндегі энергия тұтынуды анықтау үшін Semtech шығарған sx1278 микросхемасымен жасалған LoRa сымсыз модульдері қолданылды. Алынған мәліметтер қабылдағышқа қосылған кезде құрылғының энергия тұтыну моделін құру үшін пайдаланылды. Үш жұмыс режимі қарастырылған: ақпарат жіберу режимі, ақпарат қабылдау режимі және ұйқы режимі. Тамаша байланыс арнасында барлық жіберілген мәліметтер 100% ықтималдықпен қабылдағышқа жетеді. Нақты жағдайда деректер байланыс арнасына, тарату қуатына, ақпарат қабылдаушыға дейінгі қашықтыққа және желі сипаттамаларына байланысты белгілі бір

ықтималдылықпен қабылдағышқа жетеді. Бұл жұмыста қатенің пайда болуы кездейсоқ сипатқа ие. Бұл ретте ақпарат қабылдау кезінде қатенің туындауы қабылдауды растаудың болмауына немесе деректерді қайта жіберу туралы сұраныс жасауға әкеп соғады. Деректерді қайта жіберу құрылғының қуат тұтынуының артуына және сымсыз құрылғының жұмыс уақытының төмендеуіне әкеледі. Берілген мақалада құрылғының жұмыс уақытының әр түрлі бастапқы бақыланатын сипаттамаларына тәуелділігін көрсетеді, олар: растауды күту уақыты, пакеттің ұзындығы, ақпарат таратудың бір циклінің уақыты және бір циклдегі қайта ақпарат таратудың максималды саны. Жасалып шыққан, құрылғының энергия тұтынуын болжайтын модель автономды сымсыз сенсорлық бақылау желілерін жобалау кезінде пайдаланылуы мүмкін.

Түйін сөздер: Сымсыз сенсорлық желілер, LoRa технологиясы, энергия тиімділігі, Марков тізбектері, байланыс арнасындағы қателік ықтималдылығы.

**М. К. Нұрғалиев, А. К. Саймбетов,
Б. Н. Жоламанов, А. Т. Ералханова Г. Б. Жуман**

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ РАБОТЫ БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ LORA С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ МАРКОВСКИХ ЦЕПЕЙ

Аннотация. Система мониторинга в реальном времени редко обходится без беспроводных сенсорных сетей. Повышение энергоэффективности требует исследования различных параметров системы, от которых зависит энергопотребление передающих и принимающих устройств. Важнейшим параметром любой автономной беспроводной сети является время ее работы. В данной работе были использованы беспроводные модули LoRa на микросхеме SX1278 производства Semtech для определения их энергопотребления в различных режимах работы. Полученные данные были использованы для построения модели потребления устройства при подключении к приемнику. Рассмотрено три режима работы: режим передачи, режим приема и режим сна. В идеальном канале связи все переданные данные со 100% вероятностью достигают приемника. В реальной ситуации данные достигают приемника с некоторой вероятностью, зависящей от канала связи, мощности передачи, расстояния до адресата и параметров сети. В данной работе возникновение ошибки носит случайный характер. При этом возникновение ошибки при приеме влечет за собой отсутствие подтверждения приема или запрос о повторной отправке данных. Повторная отправка данных приводит к повышению энергопотребления устройства и, соответственно, к снижению времени работы беспроводного устройства. В данной работе показаны зависимости времени работы от различных начальных контролируемых параметров устройства, таких как: время ожидания подтверждения, длина пакета, время одного цикла передачи и максимальное количество повторных отправок в одном цикле. Разработанная модель прогнозирования потребления устройства может быть использована при проектировании автономных беспроводных сенсорных сетей мониторинга.

Ключевые слова: беспроводные сенсорные сети, технология LoRa, энергоэффективность, Марковские цепи, вероятность ошибки в канале связи.

Information about authors:

Nurgaliyev M.K., Lecturer, al-Farabi Kazakh National university, Almaty, Kazakhstan; johnatlantgalt@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-6795-5384>;

Saymbetov A.K., Associate professor, al-Farabi Kazakh National university, Almaty, Kazakhstan; ahmet.saymbetov@kaznu.kz; <https://orcid.org/0000-0003-3442-8550>;

Zholamanov B.N., Master student, al-Farabi Kazakh National university, Almaty, Kazakhstan; batyrbek149@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-8206-7425>;

Yeralkhanova A.T., Master student, al-Farabi Kazakh National university, Almaty, Kazakhstan; aidana_8.99@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0001-6605-2573>;

Zhuman G.B., Master student, al-Farabi Kazakh National university, Almaty, Kazakhstan; gulzhan.zhuman@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-9009-6995>

REFERENCES

[1] Terrassona G., Brianda R., Basroub S., Arrijuria O. Energy Model for the Design of Ultra-Low Power Nodes for Wireless Sensor Networks. *Procedia Chem.* 2009, 1, pp.1195–1198. <https://doi.org/10.1016/j.proche.2009.07.298>

[2] Moises N.O., Arturo G., Mickael M., Andrzej D. Evaluating LoRa Energy Efficiency for Adaptive Networks: From Star to Mesh Topologies. In *Proceedings of the IEEE 13th International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob)*, Rome, Italy, 9–11 October 2017. DOI: 10.1109/WiMOB.2017.8115793

- [3] Tukymbekov D., Saymbetov A., Nurgaliyev M., Kuttybay N., Nalibayev Y., Dosymbetova G. (2019, September). Intelligent energy efficient street lighting system with predictive energy consumption. In 2019 International conference on smart energy systems and technologies (SEST) (pp. 1-5). IEEE. DOI: 10.1109/SEST.2019.8849023.
- [4] Dupe V., Terrasson G., Estevez I., Briand R. Autonomy constraint in microsensor design: From decision making to energy optimization. In Proceedings of the IEEE International Conference on Green Computing and Communications, Besancon, France, 20–23 November 2012; pp. 647–650. DOI: 10.1109/GreenCom.2012.102.
- [5] Saymbetov A. K. Nurgaliyev M. K., Nalibayev Y. D., Kuttybay N. B., Svanbayev Y. A., Dosymbetova G. B., Gaziz K. A. Intelligent energy efficient wireless communication system for street lighting //2018 International conference on computing and network communications (CoCoNet). – IEEE, 2018. – PP. 18-22. DOI: 10.1109/CoCoNet.2018.8476893.
- [6] LoRa Alliance. Available online: <https://www.lora-alliance.org/> (accessed on 2 July 2018).
- [7] Sigfox. Available online: <https://www.sigfox.com/en> (accessed on 2 July 2018).
- [8] Dash7 Alliance. Available online: <http://www.dash7-alliance.org/> (accessed on 2 July 2018).
- [9] Vangelista L. Frequency Shift Chirp Modulation: The LoRa Modulation. IEEE Signal Process. Lett. 2017, 24, 1818–1821, doi:10.1109/LSP.2017.2762960.
- [10] Martin B., Utz R. LoRa Transmission Parameter Selection. In Proceedings of the 13th International Conference on Distributed Computing in Sensor Systems, Ottawa, ON, Canada, 5–7 June 2017; pp. 27–34. DOI: 10.1109/DCOSS.2017.10.
- [11] Noreen U.; Bounceur A.; Clavier L. A study of LoRa low power and wide area network technology. In Proceedings of the 2017 International Conference on Advanced Technologies for Signal and Image Processing (ATSIP), Fez, Morocco, 22–24 May 2017; pp. 1–6, doi:10.1109/ATSIP.2017.8075570.
- [12] Haxhibeqiri J.; Van den Abeele F.; Moerman I.; Hoebeke J. LoRa Scalability: A Simulation Model Based on Interference Measurements. Sensors 2017, 17, 1193, doi:10.3390/s17061193.
- [13] Georgiou O., Raza U. LowPowerWideAreaNetworkAnalysis: CanLoRaScale? IEEE Wirel. Commun. Lett. 2017, 6, 162–165, doi:10.1109/LWC.2016.2647247.
- [14] Mikhaylov K., Petajarvi J., Haenninen T. Analysis of Capacity and Scalability of the LoRa Low Power Wide Area Network Technology. In Proceedings of the 22th European Wireless Conference, European Wireless 2016, Oulu, Finland, 18–20 May 2016; pp. 1–6.
- [15] Rahme J., Fourty N., Agha K. A., and A. van den Bossche. A recursive battery model for nodes lifetime estimation in wireless sensor networks," in Proc. IEEE WCNC, Sydney, NSW, Australia, Apr. 2010, pp. 1-6.
- [16] Mare S., Vladimir D., Cvetan G. Energy Consumption Estimation of Wireless Sensor Networks in Greenhouse Crop Production. In Proceedings of the IEEE EUROCON 17th International Conference on Smart Technologies, Ohrid, Macedonia, 6–8 July 2017; pp. 870–874.
- [17] Casals L., Mir B., Vidal V., Gomez C. Modeling the Energy Performance of LoRaWAN. Sensors 2017, 17, 2364.
- [18] Wang Yunbo, Mehmet C. Vuran and Steve Goddard. "Stochastic analysis of energy consumption in wireless sensor networks." 2010 7th Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Mesh and Ad Hoc Communications and Networks (SECON). IEEE, 2010.
- [19] Nurgaliyev, Madiyar, et al. "Prediction of energy consumption for LoRa based wireless sensors network." Wireless Networks (2020): 26(5), pp. 3507–3520. <https://doi.org/10.1007/s11276-020-02276-5>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 165 – 171

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.37>

УДК 697 (075.8)

А. А. Генбач¹, К. К. Шоколаков²¹Алматинский университет энергетики и связи;²Алматинский университет энергетики и связи.

E-mail: natalja-genbach@rambler.ru; kudash@bk.ru

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА
В ПОРИСТОМ ПЫЛЕГАЗОУЛОВИТЕЛЕ
С РАСПЫЛИТЕЛЕМ В ВИДЕ ТРУБЧАТОГО КОЛЬЦА**

Аннотация. Разработан и изучен безфорсуночный капиллярно-пористый пылегазоуловитель с пеногенерирующими и пеногасящими структурами. Пенный поток генерируется запыленным газом, очищаются микро- и ультрамикроскопические частицы, особенно опасные для организма человека. Определена устойчивость плёнки жидкости в пористой структуре при подаче пенообразующей жидкости распылителем в виде трубчатого кольца. Оптимизированы пеногенерирующая и пеногасящая структуры, за счет этого материалоемкость и габариты снижаются в 2–2,5 раза, гидравлическое сопротивление – в десятки раз (до ста раз), а газодинамическое – до двух раз.

Ключевые слова: тепломассообмен, гидрогазодинамика, пылегазоочистка, пеногенерация, капиллярно-пористые структуры.

Исследование процессов тепло- и массообмена в капиллярно-пористых структурах направлено на управление коэффициентом теплопередачи [1, 2]. Опытные данные по теплообмену обобщаются с точностью 20% для чистых жидкостей, паро(воздухо)-механических пен, для процессов кипения, пеногенерации, барботажа, вдува, отсоса и псевдооживления [2-5]. Для пылевых пенных потоков управление процессами пылеочистки осуществляется геометрией микроканалов [6, 7]. Подача пенообразователя и подвод энергии для выдувания пены происходят безфорсуночным способом в специально оптимизированных капиллярно-пористых структурах [8-13], в которых также регулируется выброс капель жидкости и генерация пены [13]. Разделение энергии общего потока газа на энергию волны и энергию необходимых компонентов газа дополнительно интенсифицирует процессы пеногенерации и повышает эффективность пылегазоочистки [5, 7, 10, 11].

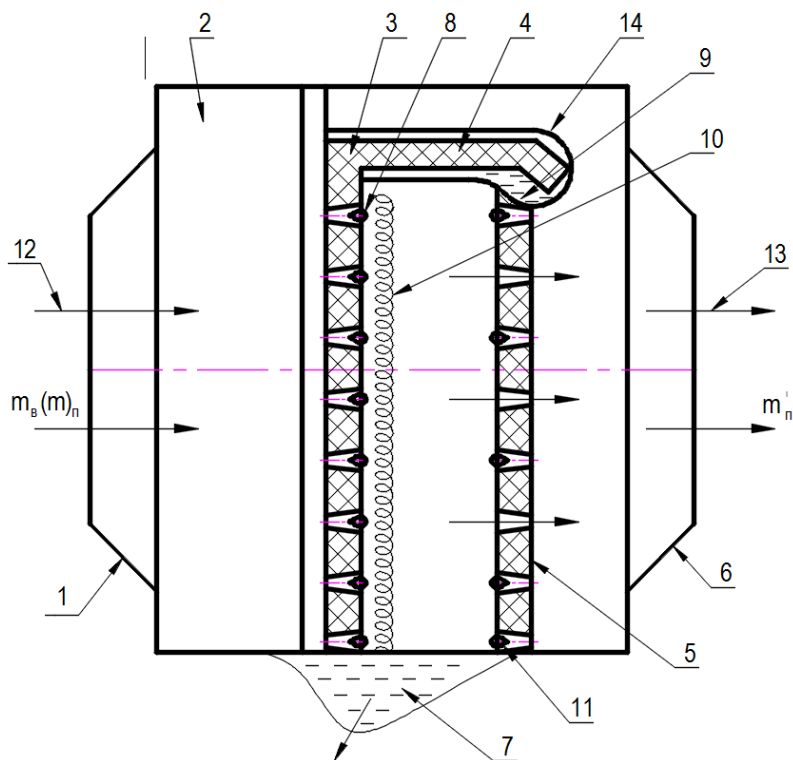
Исследуем и рассчитаем безфорсуночный капиллярно-пористый пылегазоуловитель.

Пылеуловитель состоит из патрубка подвода запыленного газа, соединенного с корпусом, в котором размещена пеногенерирующая пористая структура (рисунок).

Распылитель, выполненный в виде трубчатого кольца со щелью, снабжает пеногенерирующую пористую структуру и пеногасящую пористую структуру пенообразующим раствором.

Каждая последующая сетка пеногенерирующей сетчатой пористой структуры выполнена с увеличивающимся размером по ходу движения очищаемого газа, например, на металлических с размером ячеек на просвет: 0,08 x 0,14 x 1 (три последовательно установленные сетки с ячейками на просвет 0,08 x 10⁻³ м; 0,14 x 10⁻³ м; 1 x 10⁻³ м соответственно), а каждая последующая сетка пеногасящей пористой структуры выполнена с уменьшающимся размером ячеек по ходу движения очищаемого газа, например, из металлических сеток с размером ячеек на просвет: 0,4 x 0,14 x 0,08. Размеры ячеек в пористых структурах определены авторами экспериментально.

Обеспеченный газ 13 удаляется из патрубка 6 отвода очищенного газа, а пыль – из шламосборника 7.



Капиллярно-пористый пылегазоуловитель

- 1 – входной патрубок; 2 – корпус пылеуловителя; 3 – пеногенерирующая пористая структура; 4 – капиллярно-пористая структура; 5 – пеногасящая пористая структура; 6 – выходной патрубок; 7 – шламоборник; 8 – растущие пузыри; 9 – пенообразующий раствор; 10 – парогазомеханическая пена; 11 – пузыри пены; 12 – запыленный газ (m_b, m_n); 13 – очищенный газ (m_n'); 14 – распылитель

Проведем исследование и инженерный расчет по оценке устойчивости работы пористых структур в пылеуловителе.

Распылитель 14, выполненный в виде трубчатого кольца со щелью для ввода торца пакета сеток 4, обеспечивает по сравнению с форсуночным распылителем равномерный подвод пенообразующего раствора 9 к пеногенерирующей 3 пористой структуре по всей поверхности сеток за счет комбинированного действия массовых и капиллярных сил.

Это создает устойчивый многофазный слой в объеме пористой структуры, существенно интенсифицируя процессы массопереноса и пылеулавливания по сравнению с волокнистыми насадками и другими подобными им мелкопористыми фильтрующими материалами: металлическими насадками из спеченных порошков и металлокерамики, поскольку в них даже при небольших массовых расходах происходит закупоривание мелких пор растущими пузырями газомеханической пены.

Используя в качестве фактора воздействия на пористую структуру удельный тепловой поток, нами определялась устойчивость пленки жидкости по перегреву поверхности пористого материала. Для волокнистых насадок, а также порошковых и керамических насадок при удельных тепловых потоках порядка $2 \cdot 10^4$ Вт/м² наступает потеря устойчивости пограничного слоя в связи с запариванием пористой поверхности. Сетчатые пористые структуры, питаемые трубчатым распылителем, проявили существенно большую устойчивость многофазного пограничного слоя (таблица 1).

Таблица 1 – Устойчивость пленки жидкости в сетчатой структуре 0,08x0,14x1 при подводе жидкости распылителем в виде трубчатого кольца (опыты авторов, проведенные на модельных образцах в лабораторных условиях)

Фактор воздействия – удельный тепловой поток $q, \times 10^4, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	6	8	10	20	40	60
Устойчивость пленки жидкости определялась по перегреву поверхности. $\Delta T = T_{\text{ск}} - T_{\text{н}}, \text{К}$	18	20	21	35	46	57

При тепловых потоках $q > 10 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2$ для сетчатых структур только при капиллярном подводе жидкости (без массовых сил) наступает закупоривание пузырьками ячеек сеток и прекращение их функционирования. Для волокнистых, спеченных металлических порошков, металлокерамических насадок нарушение работоспособности наблюдается даже при более низких тепловых нагрузках, чем $10 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2$.

Высокая устойчивость пленки жидкости в сетчатых структурах, питаемых трубчатым распылителем, позволяет сократить в 1,5-2 раза расход пенообразующего раствора при сохранении стойкости, дисперсности и высокократности пены, получаемый в пеногенерирующей структуре, что обеспечивает повышение коэффициента захвата пенным потоком пылинок мелких фракций и, как следствие, увеличивает коагулирующую способность пены.

Для расчета гидравлического сопротивления сетчатой структуры по транспорту жидкости воспользуемся уравнением Дарси [8].

При $T = 20^\circ\text{C}$, динамическая вязкость жидкости $\mu = 1000 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$; $m_{\text{ж}}$ – расход жидкости, $m_{\text{ж}} = m_{\text{п}} \beta + 1,5$; $m_{\text{п}}$ – расход пены, $m_{\text{п}} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$; плотность жидкости $\rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3$; $F_{\text{ф}}$ – живое сечение пористой структуры: $F_{\text{ф}} = \varepsilon F_{\text{ф}} = \varepsilon \delta_{\text{ф}} \cdot L = 0,7 \cdot 1,28 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 0,89 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$; ε – пористость структуры, $\varepsilon = 0,7$; $\delta_{\text{ф}}$ – толщина пористой структуры; для сеток из нержавеющей стали 12X18H9T (4МТУ-4-7-66) толщина сетчатой структуры $0,08 \times 0,14 \times 1$ равна соответственно:

$$(0,1+0,18+1) \cdot 10^{-3} = 1,28 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

L – длина пористой структуры, $L = 1 \text{ м}$; h – высота пористой структуры, $h = 1 \text{ м}$; коэффициент, учитывающий долю газа, генерируемого в жидкости; K_{y} – условный коэффициент проницаемости; определен нами экспериментально:

$$K_{\text{y}} = 5,5 \cdot 10^{-7} \left(\frac{b_{\text{r}}}{d}\right)^{-1,29}, \quad (1)$$

где b_{r} – гидравлический диаметр структуры:

$$b_{\text{r}} = \frac{0,08+0,18+1}{3} \cdot 10^{-3} = 0,42 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

d – средний диаметр проволоки сетки;

$$d = \frac{0,055+0,09+0,5}{3} \cdot 10^{-3} = 0,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$\text{Тогда: } K_{\text{y}} = 5,5 \cdot 10^{-7} \left(\frac{0,42}{0,22}\right)^{-1,29} = 2,38 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2.$$

Гидравлическое сопротивление: по уравнению Дарси:

$$\Delta p = \frac{1,5 \mu_{\text{ж}} m_{\text{ж}} \cdot h}{\rho_{\text{ж}} \cdot F_{\text{ф}} \cdot K_{\text{y}}} \left(\frac{\beta^1}{1,5} + 1\right) = \frac{\mu_{\text{ж}} m_{\text{ж}} \cdot h}{\rho_{\text{ж}} \cdot F_{\text{ф}} \cdot K_{\text{y}}} = \frac{1 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{1000 \cdot 0,89 \cdot 10^{-3} \cdot 2,38 \cdot 10^{-7}} = 12 \text{ Па}.$$

Для волокнистых материалов максимальное значение проницаемости может составить $\sim 2 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ при минимальном размере пор $5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Тогда гидравлическое сопротивление волокнистых материалов возрастет в $\frac{2,38 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-9}} \approx 120$ раз, т.е. будет значительно больше. Таким образом, с учетом условий эксплуатации гидравлическое сопротивление сетчатой структуры будет в десятки раз меньше, что позволяет сократить расходы энергии на подачу пенообразующего раствора.

Для расчета газодинамического сопротивления трехслойной сетчатой структуры типа $0,08 \times 0,14 \times 1$ по просасыванию газа (воздуха) запишем уравнение:

$$\Delta p = \sum_1^3 \xi_{\text{Re}} \frac{\rho \cdot W_{\text{вх}}^2}{2}, \quad (2)$$

где ρ – плотность газа, $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$; $W_{\text{вх}}$ – скорость газа на входе в структуру, $W_{\text{вх}} = 3 \text{ м/с}$; $\sum_1^3 \xi_{\text{Re}}$ – суммарный коэффициент газодинамического сопротивления.

Определяется по диаграмме 8 – 6 [14].

Критерий Рейнольдса:

$$Re = \frac{W_0 d}{\nu} = \frac{0,22 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-6}} = 62,9;$$

W_0 - скорость газа в ячейках; ε - пористость структуры, $\varepsilon = 0,7$; ν - коэффициент кинематической вязкости газа, $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; d - средний диаметр проволоки сеток, $d = 0,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Поскольку $Re > 50$, то

$$\xi Re = K'_{Re} \xi_{np} = 1,3 \cdot 1 = 1,3.$$

Суммарный коэффициент сопротивления:

$$\sum_1^3 \xi Re = 3 \xi Re = 3 \cdot 1,3 = 3,9.$$

Окончательно получим:

$$\Delta p = 3,9 \frac{1,2 \cdot 3^2}{2} = 21,1 \text{ Па}.$$

Расчет газодинамического сопротивления трехслойной сетчатой структуры типа 0,4x0,14x0,08 будет аналогичны.

Определим газодинамическое сопротивление волокнистой структуры.

Воспользуемся диаграммой 8-8 [14] для фильтрующих материалов. Критерий

$$Re = \frac{w \cdot \delta}{\nu} = \frac{3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-6}} = 20,$$

где δ – средний размер волокна, $\delta = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

По диаграмме 8-8 определяем величину $\xi = 7$ при толщине фильтра $1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Окончательно получим:

$$\Delta p = 7 \frac{1,2 \cdot 3^2}{2} = 37,8 \text{ Па},$$

т.е. эта величина будет в $\frac{37,8}{21,1} = 1,8$ раза больше, чем для сетчатых структур, что позволит экономить энергию на привод вентилятора (дымососа). В действительности экономия получится еще выше, так как толщина применяемых волокнистых структур больше, а размеры пор меньше принятых в расчете.

Опытные данные по интенсификации процессов тепло- и массообмена в различных сетчатых структурах, λ , Вт/м² К, сведем в таблицу 2.

Как видно из табл. 2, в наибольшей степени можно форсировать процесс в пограничном слое сетчатой пористой структуры типа 0,08x0,14x1 (пеногенерирующая пористая структура), а максимально ослабить процесс – в структуре типа 0,4x0,14x0,08 (пеногасящая структура). Пористые структуры, набранные из сеток с одинаковыми ячейками, существенно уступают по форсировке процесса в пограничном многофазном слое структура типа 0,08x0,14x1.

Таблица 2 - Результаты экспериментальных исследований для различных пористых структур, λ , Вт/м² * К

Вид пористой структуры	Тепловая нагрузка, Вт/м ² , x10 ⁴			
	0,5	1	2	4
0,08x0,14x1	4510	4488	4332	4035
0,4x0,14x0,08	2620	1715	1320	1115
0,14x0,14x0,14	4320	4250	3820	3510
1x1x1	2300	2210	2200	2800

Организовать устойчивый процесс в многофазном слое с помощью волокнистых и им подобным фильтрующим материалам (металлокерамические, спеченные порошки) не удастся, так как пузыри пены закупоривают поры насадки, прекращая поступление свежих порций пенообразующей жидкости к пузырегенерирующим порам при тепловых нагрузках в 2-2,5 раза меньших, чем для сетчатых пористых структур.

Таким образом, за счет интенсификации процессов тепломассопереноса в сетчатых структурах при данной производительности материалоемкость и габариты могут быть снижены в 2-2,5 раза, а масса установки – в 3-4 раза по сравнению с волокнистыми насадками.

Таким образом, форсирование процесса в пеногенерирующей пористой структуре увеличивает эффективность улавливания микроскопической пыли, а подавление процесса пенообразования в пеногасящей пористой структуре увеличивает эффективность улавливания ультрамикроскопической пыли. Рост эффективности пылеулавливания связан с повышением коагулирующей способности газомеханической пены в объеме пористой структуры и на ее поверхности и ростом коэффициента захвата пылинок мелких фракций зарождающимся и гибнущим пенным потоком.

Социальный эффект будет иметь место за счет высокой эффективности улавливания микро- и ультрамикроскопической пыли в зарождающемся и гибнущем пенном потоке, особенно опасной для организма человека.

Технико-экономические показатели пылеуловителя не будут уступать существующим пенным пылеуловителям; максимально допустимая температура работы не ограничивается, то есть можно очищать от пыли горячие газы, отходящие от печей и котлоагрегатов электростанций; возможная конденсация паров воды может даже несколько улучшить осаждение пыли мелких фракций; взрыво- и пожароопасность будут сведены к нулю.

В целом, предложенное устройство позволяет сократить капитальные и эксплуатационные расходы на создание пылеуловителя, повысить условия безопасности труда работников и улучшить экологические условия окружающей среды (достичь высокого социального эффекта).

А. А. Генбач¹, К. К. Шоколаков²

¹Техникалық ғылымының докторы, профессор «Алматы Энергетика және Байланыс Университеті»,
²докторант АЭЖБУ, бас инженері ТОО «НИЦ Энергетика»

ТҮТІКТІ ШЫҒЫРШЫҚ ТҮРІНДЕГІ БҮРІККІШІ БАР КЕУЕКТІ ШАҢГАЗҰСТАҒЫШТАҒЫ ЖЫЛУ АЛМАСУДЫ ЗЕРТТЕУ

Аннотация. Көбік генерациялаушы және көбік өшіруші құрылымдары бар форсункасыз капиллярлы-кеуекті шаң-газ ұстағыш әзірленді және зерттелді. Көбік ағыны тоздандырылған газбен генерацияланады, әсіресе адам ағзасына қауіпті микро және ультрамикроскопиялық бөлшектері таралады. Түтікші шығыршық түріндегі көбік қалыптастырушы сұйықтықты беру кезінде кеуекті құрылымда сұйықтық үлдірінің төзімділігі айқындалған. Көбік генерациялаушы және көбік өшіруші құрылымы оңтайландырылған, осының есебінен материал сыйымдылығы мен габариттері 2-2,5 есе, гидравликалық қарсыласуы – ондаған есе (жүз есеге дейін), ал газдинамикалығы – екі есеге дейін төмендейді.

Түйін сөздер: гидрогазды динамикасының жылу салмақты алмастырушы, шаң газ тазарту, капиллярлы-кебеулі құрылымдар

A. A. Genbach¹, K. K. Shokolakov²

¹Doctor of technical sciences, professor of «Almaty university power engineering and telecommunication»,
²doctoral student AUPET, chief engineer JSC «SEC Energetica»

EXAMINATION OF HEAT EXCHANGE IN A POROUS DUST-GAS CATCHER WITH A RING-PIPE SPRAYER

Abstract. Nozzle-free capillary-porous dust and gas trap with foam generating and defoaming structures was developed and studied. Foam flow is generated by dusty gas, micro and ultra microscopic particles, which are especially dangerous for human body, are cleaned. Stability of liquid film in the porous structure during supply of foam-forming liquid by a spray in the form of a tubular ring, was determined. Foam generating and defoaming structures have been optimized, due to this material consumption and dimensions are reduced by 2-2.5 times, hydraulic resistance - by dozens of times (up to one hundred times), and gas-dynamic - by up to two times.

Key words: heat-mass exchange, hydrogasdynamics, foam generation, capillary-porous structures.

About information authors:

Genbach A.A., doctor of technical sciences, professor of «Almaty university power engineering and telecommunication», Almaty, Kazakhstan; natalja-genbach@rambler.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6988-8587>;

Shokolakov K.K., doctoral student AUPET, chief engineer JSC «SEC Energetica», e-mail: kudash@bk.ru; <https://orcid.org/0000-0001-9112-1067>

ЛИТЕРАТУРА

[1] Поляев В.М., Генбач А.А. Управление теплообменом в пористых структурах // Известия Российской академии наук. «Энергетика и транспорт». - 1992. Т.38, №6. - С. 105-110.

[2] Поляев В.М., Генбач А.А. Теплообмен в пористой системе, работающий при совместном действии капиллярных и гравитационных сил // Теплоэнергетика. - 1193. №7. - С. 55-58.

[3] Генбач А.А., Кульбакина Н.В. Пылеподавление и пылеулавливание с помощью циркуляционного пеногенератора с пористой структурой // Энергетика и топливные ресурсы Казахстана. - 2010. - №4. - С. 62-65.

[4] Поляев В.М., Генбач А.А. Управление внутренними характеристиками кипения в пористой системе // Криогенная техника и кондиционирование: сборник трудов МГТУ. 1991.- С. 224-237.

[5] Поляев В.М., Генбач А.А. Применение пористой системы в энергетических установках // Промышленная энергетика. - 1192. №1. - С. 40-43.

[6] Генбач А.А., Пионтковский М.С. Пористый пылегазоуловитель с управляемой геометрией микроканалов // Энергетика и топливные ресурсы Казахстана. - 2010. - №4. - С. 59-61.

[7] Поляев В.М., Генбач А.А., Минашкин Д.В. Процессы в пористом эллиптическом теплообменнике // Известия вузов. Машиностроение. - 1991. - №4. - 6. - С.73-77.

[8] Генбач А.А., Генбач Н.А. Исследование пеногенератора с обогреваемой поверхностью // Вестник АИЭС. - Алматы. - 2009. - №4. - С.24-27.

[9] Генбач А.А., Генбач Н.А. Исследование капиллярно-пористых систем в тепловых энергетических установках электростанций // Вестник АИЭС. - Алматы. - 2011. - №2(13). - С.57-62.

[10] Генбач А.А., Генбач Н.А. Применение капиллярно-пористых систем в тепловых энергетических установках электростанций // Вестник АИЭС.-Алматы.-2011.-№3(14). - С.4-11.

[11] Polyayev V.M., Genbach A.N., Genbach A.A. Methods of Monitoring Energy Processes // Experimental thermal and fluid science, International of Thermodynamics, Experimental Heat Transfer, and Fluid Mechanics. Avenue of the Americas. – New York, volum 10, april, 1995. – p.273-286.

[12] Генбач А.А., Шоколаков К. Пористый пенный пылеуловитель. МОН РК, Международный научный журнал - приложение Республики Казахстан – Поиск №2 /2011 С. 266-271.

[13] Поляев В.М., Генбач А.А. Плотность центров парообразования и выброс капель из пористой структуры // Известия вузов. Машиностроение. -1990. №9. - С.50-55.

[14] Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1975. – 559 с.

[15] Генбач А.А., Шоколаков К.К. Development of an experimental plant of a non-nozzle porous foam generator for producing of air (steam) and mechanical foam. Вестник НАН РК. №1, 2018, p.43-47.

[16] Генбач А.А., Шоколаков К.К. Development of nozzle-free capillary porous dust-and-gas collectors with foam generating and defoaming structures. Доклады НАН РК. №2, 2018, p.5-8.

REFERENCES

[1] Polyayev V.M., Genbach A.A. Upravlenie teploobmenom v poristih strukturah // Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. «Energetika i transport». 1992. Т.38, №6. S. 105-110.

[2] Polyayev V.M., Genbach A.A. Teploobmen v poristoi sisteme, rabotaushii pri sovmestnom deistvii kapillyarnih i gravitacionnih sil // Теплоэнергетика. 1193. №7. S. 55-58.

[3] Genbach A.A., Kulbakina N.V. Pilepodavlenie i pileulavlvanie s pomoshu cirkuluacionnogo penogeneratora s poristoi strukturoi // Energetika i toplivnie resursi Kazakhstana. 2010. №4. S. 62-65.

[4] Polyayev V.M., Genbach A.A. Upravlenie vnutrennimi harakteristikami kipeniya v poristoi sisteme // Kriogennaya tehnika i kondicionirovanie: sbornik trudov MGTU. 1991.S. 224-237.

- [5] Polyayev V.M., Genbach A.A. Primenenie poristoi sistemi v energeticheskikh ustanovkakh // Promishlennaya energetika. 1192. №1. S. 40-43.
- [6] Genbach A.A., Piontskovskii M.S. Poristii pilegazoulovitel s upravlyaemoi geometriei mikrokanalov // Energetika i toplivnie resursi Kazahstana. 2010. №4-S. 59-61.
- [7] Polyayev V.M., Genbach A.A., Minashkin D.V. Processi v poristom ellipticheskom teploobmennike // Izvestiya vuzov. Mashinostroenie. 1991. №4-6. S.73-77.
- [8] Genbach A.A., Genbach N.A. Issledovanie penogeneratora s obogrevaemoi poverhnostu // Vestnik AIES. Almaty. 2009. №4. S.24-27.
- [9] Genbach A.A., Genbach N.A. Issledovanie kapillyarno-poristih sistem v teplovi energeticheskikh ustanovkakh elektrostancii // Vestnik AIES.-Almaty. 2011. №2(13). S.57-62.
- [10] Genbach A.A., Genbach N.A. Primenenie kapillyarno-poristih sistem v teplovi energeticheskikh ustanovkakh elektrostancii // Vestnik AIES. Almaty. 2011. №3(14). S.4-11.
- [11] V.M. Polyayev, A.N. Genbach, A.A. Genbach. Methods of Monitoring Energy Processes // Experimental thermal and fluid science, International of Thermodynamics, Experimental Heat Transfer, and Fluid Mechanics. Avenue of the Americas. New York, volum 10, april, 1995. p.273-286.
- [12] Genbach A.A., Shokolakov K. Poristii pennii pileulovitel. MON RK, Mezhdynardnii nauchnii zhurnal - prilozhenie Respubliki Kazakhstan. Poisk №2 /2011 S. 266-271.
- [13] Polyayev V.M., Genbach A.A. Plotnost centrov paroobrazovaniya i vibros kapel iz poristoi strukturi // Izvestiya vuzov. Mashinostroenie. 1990. №9.S. 50-55.
- [14] Idelchik I.E. Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniyam. M. Mashinostroenie, 1975. 559 c.
- [15] Генбач А.А., Шоколаков К.К. Development of an experimental plant of a non-nozzle porous foam generator for producing of air (steam) and mechanical foam. Bulletin of NAS RK. Volume 1, 2018, PP.43-47. ISSN 2518-1467 (Online), ISSN 1991-3494 (Print)
- [16] Генбач А.А., Шоколаков К.К. Development of nozzle-free capillary porous dust-and-gas collectors with foam generating and defoaming structures. Reports of NAS RK. Volume 2, 2018, PP.5-8. ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)
- [17] Сағынғанова И. К., Маркин В.Б. The organizations of the tasks implementation in the distributed automatic control systems of heat supply stations. News of NAS RK. Series of geology and technical sciences. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.7> ISSN 2518-170X (Online), ISSN 2224-5278 (Print)
- [13] A. A. Genbach, K.K. Shokolakov, D.Y. Bondartsev. Model of liquid boiling in the actual porous structure at the near-critical area with further transfer to the limit state of coating. Reports of the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1483.32> ISSN 2224-5227 Volume 2, Number 324 (2019), 13–19.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 172 – 178

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.38>

UDC 517.951, 530.145, 539.12

MPHTI 29.05.05, 27.35.55

G. T. Bekova¹, A. A. Zhadyranova²

¹Kh. Dosmukhamedov AU, Atyrau, Kazakhstan;

²L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan.

E-mail: bekovaguldana@gmail.com, a.a.zhadyranova@gmail.com

MULTI-LINE SOLITON SOLUTIONS FOR THE TWO-DIMENSIONAL NONLINEAR HIROTA EQUATION

Abstract. At present, the question of studying multidimensional nonlinear integrable equations in the framework of the theory of solitons is very interesting to foreign and Kazakh scientists. Many physical phenomena that occur in nature can be described by nonlinearly integrated equations. Finding specific solutions to such equations plays an important role in studying the dynamics of phenomena occurring in various scientific and engineering fields, such as solid state physics, fluid mechanics, plasma physics and nonlinear optics. There are several methods for obtaining real and soliton, soliton-like solutions of such equations: the inverse scattering method, the Hirota's bilinear method, Darboux transformation methods, the tanh-coth and the sine-cosine methods. In our work, we studied the two-dimensional Hirota equation, which is a modified nonlinear Schrödinger equation. The nonlinear Hirota equation is one of the integrating equations and the Hirota system is used in the field of study of optical fiber systems, physics, telecommunications and other engineering fields to describe many nonlinear phenomena. To date, the first, second, and n-order Darboux transformations have been developed for the two-dimensional system of Hirota equations, and the soliton, rogue wave solutions have been determined by various methods.

In this article, we consider the two-dimensional nonlinear Hirota equations. Using the Lax pair and Darboux transformation we obtained the first and the second multi-line soliton solutions for this equation and provided graphical representation.

Key words. two-dimensional nonlinear Hirota equations, nonlinear integrable equations, Lax pair, Darboux transformation, multi-line soliton solutions.

Introduction. Solitons are important when considering nonlinear equations. Nonlinearly integrated systems have been hotly debated among scientists. This area has developed extensively, mainly in all areas covered by technology and science. There are several ways to obtain nonlinear soliton solutions of evolutionary equations. These include the nonlinear method of the Hirota equation, the Darboux transformation (DT), the Painleve analysis, and more [1-7].

In this paper, the two-dimensional nonlinear Hirota equation is a modified nonlinear Schrödinger equation considered. The Hirota system is used to describe many nonlinear phenomena. It is widely used in the field of study of optical fiber systems, in the mechanisms of physics, electrical communication and other engineering sciences [8, 9].

Consider the one-component two-dimensional nonlinear Hirota equation as follows [10]:

$$iq_t + \alpha q_{xy} + i\beta q_{xy} - \nu q + i(\omega q)_x = 0, \quad (1)$$

$$\nu_x + 2\alpha\delta(|q|^2)_y - 2i\beta(q_{xy}^* q - q^* q_{xy}) = 0, \quad (2)$$

$$\omega_x - 2\beta\delta(|q|^2)_y = 0, \quad (3)$$

where $q = q(x, y, t)$ is the complex functions and $v = v(x, y, t)$, $w = w(x, y, t)$, $(i = 1, 2)$ are the real functions. It is integrated by the method of the inverse scattering method, thus, for its there is a Lax representation. Its Lax representation is given in the form:

$$\psi_x = A \psi, \tag{4}$$

$$\psi_t = (2\alpha\lambda + 4\beta\lambda^2)\psi_y + B\psi. \tag{5}$$

here λ – spectral parameter, Ψ - independent function, particularly $\Psi(x, y, t; \lambda) = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3)^T$. A and B matrices

$$\begin{aligned} A &= -i\lambda\sigma_3 + A_0, \\ B &= \lambda B_1 + B_0, \end{aligned} \tag{6}$$

here A_0, B_0 and σ_3 $[2 \times 2]$ dimensional matrices:

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{pmatrix} 0 & q \\ -r & 0 \end{pmatrix}, \\ B_0 &= -\frac{i}{2}v\delta_3 + \begin{pmatrix} 0 & i\alpha q_y - \beta q_{xy} - \omega q \\ i\alpha r_y + \beta r_{xy} + \omega r & 0 \end{pmatrix}, \\ B_1 &= i\omega\delta_3 + 2i\beta\delta_3 A_{0y}, \\ \delta_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

Using the Lax pair above, we can construct a Darboux transformation for a two-dimensional nonlinear Hirota equation. Compatibility condition of this system:

$$A_t - B_x + [A, B] - (2\alpha\lambda + 4\beta\lambda^2)A_y = 0. \tag{7}$$

According to the above calculations, we can obtain a two-dimensional nonlinear Hirota system. The spectral parameter λ is obtained as follows:

$$\lambda_t = (2\alpha\lambda + 4\beta\lambda^2)\lambda_y.$$

In this article we will limit ourselves to the situation $\delta = +1$.

In our previous work, we have constructed the first-order Darboux transformation for the two-dimensional nonlinear Hirota equation [1].

$$\begin{aligned} q^{[1]} &= q - 2iS_{12}, \\ v^{[1]} &= v + 4i\alpha s_{11y} + 4\beta(s_{12}q_y^* + s_{12}^*q_y + 2is_{11}s_{11y} - 2is_{12}^*s_{12y}), \\ \omega^{[1]} &= \omega - 4i\beta s_{11y} = \omega + 4i\beta s_{22y}. \end{aligned} \tag{8}$$

here we define the components of the matrix S as follows:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_1|\psi_1|^2 + \lambda_2|\psi_2|^2 & (\lambda_1 - \lambda_2)\psi_1\psi_2^* \\ (\lambda_1 - \lambda_2)\psi_1^*\psi_2 & \lambda_1|\psi_2|^2 + \lambda_2|\psi_1|^2 \end{pmatrix}, \\ \Delta &= |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2. \end{aligned}$$

Lets find further multi-line soliton solutions using this Darboux transformation.

Multi-line soliton solutions

Here in order to find one soliton solution we choose seed solution as is the $q = \omega = \nu = 0$. When solving a linear system under zero conditions, we obtain the following basic solution [11]:

$$\psi = \begin{pmatrix} e^{-i\lambda x + f(y,t)} \\ e^{i\lambda x + g(y,t)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

here f and g - y and t periodic differential functions.

2.1 The first multi-line soliton solution

we can rewrite the equation (9) to this type:

$$\begin{aligned} f(y,t) &= i\mu y + i(2\alpha\lambda + 4\beta\lambda^2)\mu t + c, \\ g(y,t) &= -i\mu y - i(2\alpha\lambda + 4\beta\lambda^2)\mu t - c. \end{aligned}$$

we use the N-order Darboux transformation to obtain a linear colitis solution:

$$\xi_j = \begin{pmatrix} e^{\theta_j + i\chi_j} \\ e^{-\theta_j + i\chi_j} \end{pmatrix} \quad (10)$$

here

$$\theta_j + i\chi_j = -i\lambda_j x + i\mu_j y + i(2\alpha\lambda_j + 4\beta\lambda_j^2)\mu_j t + c_j,$$

where λ_j, μ_j, c_j are random real constants and $\lambda_j = b_j + id_j, \mu_j = m_j + in_j, c_j = k_j + il_j, (j = 2\tau - 1, \tau = 1, 2, \dots, N)$.

$$\begin{aligned} \theta_j &= d_j x - n_j y - 2(\alpha b_j n_j + \alpha d_j m_j + 4\beta b_j d_j m_j + 2\beta n_j b_j^2 - 2\beta n_j d_j^2)t + k_j \\ \chi_j &= -b_j x + m_j y + 2(\alpha b_j m_j - \alpha d_j n_j - 4\beta b_j d_j n_j + 2\beta m_j b_j^2 - 2\beta m_j d_j^2)t + l_j \end{aligned}$$

$b, d, m, k, l \neq 0, b, d, m, k, l$ - real constants.

Then $q^{[1]}, \nu^{[1]}, \omega^{[1]}$ we obtain a multi-line soliton solution for:

$$\begin{aligned} q^{[1]} &= 2de^{2i\chi_j} \sec h(2\theta_1), \\ \nu^{[1]} &= 4\alpha d [\tan 2\theta_1]_y + 8i\beta d^2 ([\tan 2\theta_1]_y - e^{-2i\chi_1} \sec h 2\theta_1^* [e^{2i\chi_1} \sec h 2\theta_1]_y), \\ \omega^{[1]} &= 4\beta [\tan 2\theta_1]_y. \end{aligned} \quad (11)$$

here

$$(\theta_1 + i\chi_1) + (\theta_1 - i\chi_1) = 2\theta_1 = d_1 x - n_1 y + (4\beta n_1 b_1^2 - 4\beta n_1 d_1^2 - 8\beta m_1 b_1 d_1)t - 2\alpha(n_1 b_1 + m_1 d_1)t + k_1;$$

$$(\theta_1 + i\chi_1) - (\theta_1 - i\chi_1) = 2i\chi_1 = -b_1 x + m_1 y + (4\beta m_1 b_1^2 - 4\beta m_1 d_1^2 - 8\beta n_1 b_1 d_1)t + 2\alpha(m_1 b_1 - n_1 d_1)t + l_1.$$

Let's take $q^{[1]}$ as an example to analyze the distribution features of soliton, some parameters of which are affected. Using the calculated expressions, we can deduce from the equation the following physical properties of the solution (11 a): the amplitude $[2d_1]$, the wave vector $K = (K_x, K_y) = (2d_1, -2n_1)$, the frequency $\nu = [-4(d_1 - b_1) \cdot 2\alpha(n_1 b_1 + m_1 d_1)]$, the soliton direction $g = \frac{d_1}{n_1}$. From the figure it can be seen

that the distribution of a linear soliton d_j depends on the change in magnitude.

To visualize the results of the first multi-line soliton solution, we construct graphs of the expressions $q^{[1]}, \nu^{[1]}$ and $\omega^{[1]}$ obtained with the help of Maple 2018:

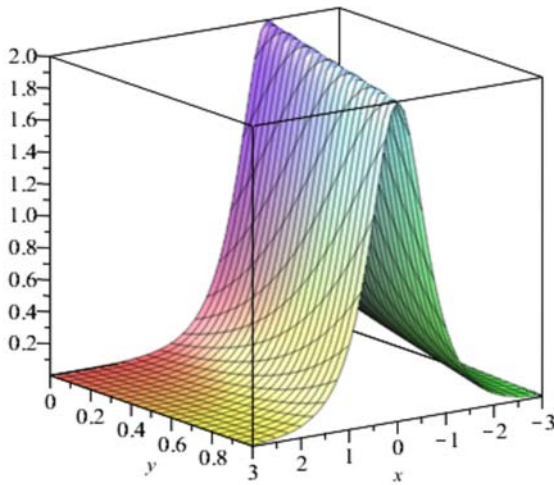


Figure 1 - $\alpha, d_1, l_1 = 1, m_1 = 2, \beta = 2, b_1 = 1.3$ and $t=0$ soliton solution for $q^{[1]}$

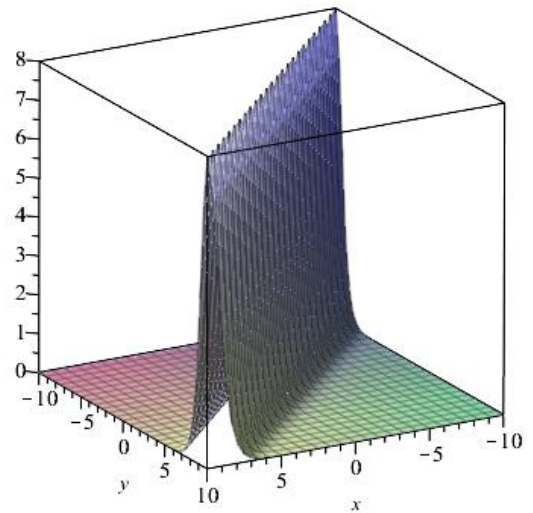


Figure 2 - $\alpha, d_1, l_1 = 1, \beta = 2, b_1 = 1.3, m_1 = 2, k_1 = 1, 5$ and $t=0$ soliton solution for $v^{[1]}$

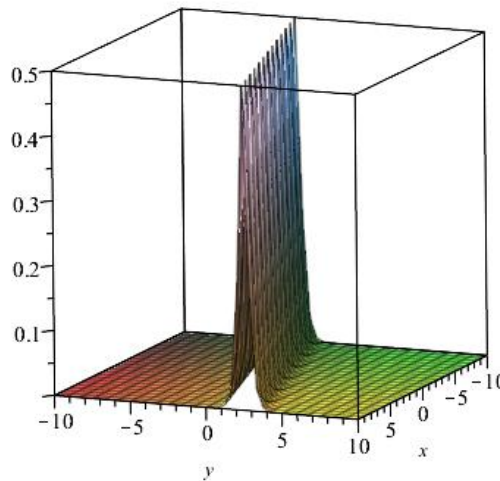


Figure 3 - $\alpha, d_1, l_1 = 1, \beta = -2, b_1 = 1.3, m_1 = 2, n_1, k_1 = 1, 5$ and $t=0$ soliton solution for $\omega^{[1]}$

We obtained first-order multi-linear soliton solutions using the Darboux transformation for the two-dimensional nonlinear Hirota equation with given seed solution conditions.

2.2 The second multi-line soliton solution

Now we obtain three two-line soliton solutions for $N = 2$.

$$q^{[2]} = \frac{2i \left(e^{\theta_1 - \theta_1^* + \theta_3 + \theta_3^*} a_1 + e^{-*(\theta_1 + \theta_1^*) - \theta_3 - \theta_3^*} a_2 + e^{-(\theta_1 + \theta_1^*) + \theta_3 - \theta_3^*} a_2 - e^{-(\theta_1 + \theta_1^*) + \theta_3 - \theta_3^*} a_2^* \right)}{\left(e^{2(\theta_1 + \theta_3)} + e^{-2(\theta_1 + \theta_3)} \right) \beta_1 + \left(e^{2(\theta_1 - \theta_3)} + e^{-2(\theta_1 - \theta_3)} \right) \beta_2 + \left(e^{-2i(\chi_1 + \chi_3)} \right) \beta_3}, \tag{12}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 2id_1(b_1 - id_1 - b_3 - id_3)(b_1 + id_1 - b_3 - id_3), & \beta_1 &= (b_3 - id_3 - b_1 - id_1)(b_1 + id_1 - b_3 + id_3), \\ a_2 &= 2id_3(b_3 - id_3 - b_1 - id_1)(b_3 + id_3 - b_1 - id_1), & \beta_2 &= (b_3 - id_3 - b_1 - id_1)(b_1 - id_1 - b_3 - id_3), \\ & & \beta_3 &= -2i(d_3 - d_1). \end{aligned}$$

$v^{[2]}, \omega^{[2]}$ values are considered in the same way.

$$\begin{aligned}
 v^{[2]} &= -4iP + 8i\beta(R - Q) \\
 \omega^{[2]} &= -4i\beta \frac{\gamma_1 \left(e^{2(\theta_1 + \theta_1 y + \theta_3 + \theta_3 y)} \right) + \gamma_2 \left(e^{2(\theta_1 + \theta_1 y - \theta_3 - i\chi_3 y)} \right) + \gamma_1^2 \left(e^{-2(\theta_1 + \theta_1 y + \theta_3 + i\chi_3 y)} \right) + \gamma_2^2 \left(e^{-2(\theta_1 + \theta_1 y - \theta_3 - \theta_3 y)} \right)}{\beta_1 \left(e^{2(\theta_3 + \theta_3 y - \theta_1 y - i\chi_3 y)} \right) + \beta_2 \left(e^{2(\theta_3 y - i\chi_3 y)} \right)} + \\
 &+ \frac{\gamma_3 \left(e^{2i(\chi_1 - \chi_3)} \right) + \gamma_3^2 \left(e^{-2i(\chi_1 - \chi_3)} \right)}{\beta_3 \left(e^{-4i(\chi_1 - \chi_3)} \right)}
 \end{aligned}$$

To visualize the results obtained during the calculations on the second-order multi-linear soliton, we construct graphs of the formulas $q^{[2]}$, $v^{[2]}$ and $\omega^{[2]}$ obtained with the help of Maple 2018:

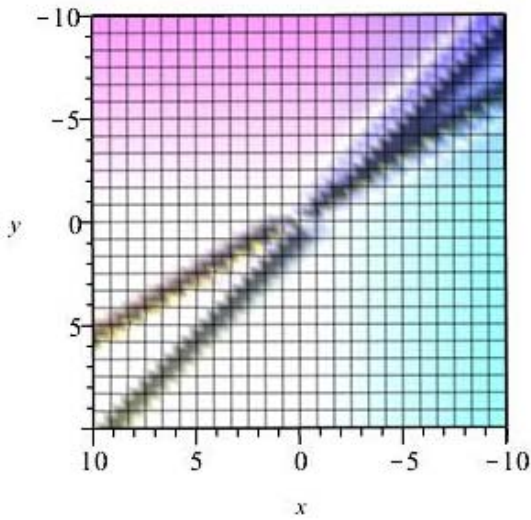


Figure 4 - $d_1, n_3, l_1, m_3, k_3 = 1, k_1 = -1$,
 $d_3 = 1.2, b_3 = 3, \alpha, \beta, l_3 = 2, b_1, n_1 = 1, 5$,
 and $t=0$ soliton solution for $q^{[2]}$

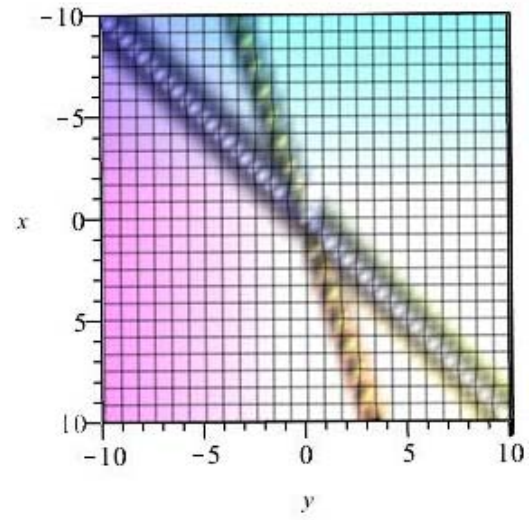


Figure 5 - $n_1, b_1, d_1, l_1, d_3, n_3, m_3, k_3, \gamma_2 = 1$,
 $\delta_3, \beta_1 = 1, \beta, \alpha, m_1, l_3, \delta_1, \gamma_1, \beta_2 = 2, b_3, \delta_2, \gamma_3$,
 $\beta_3 = 3, k_1 = -1$ and $t=0$ soliton solution for $v^{[2]}$

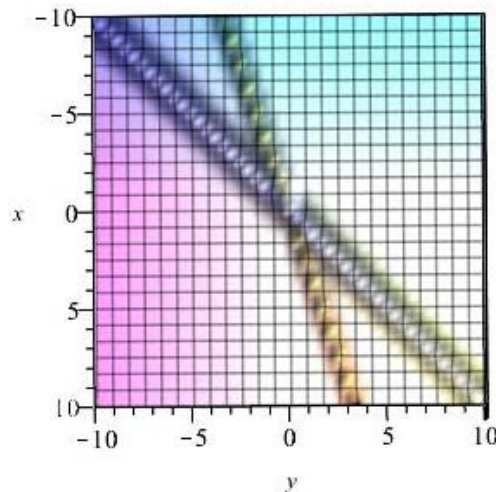


Figure 6 - $n_1, n_3, k_3, \gamma_2 = 1, k_1 = -1, \beta, \alpha, m_1, l_3, \delta_1, \gamma_1, \beta_2 = 2, b_1 = 4, b_3, \delta_2, \gamma_3, \beta_3, \beta_1 = 3$,
 $m_3 = 2.5, d_1, \delta_3, l_1 = 1, 5, d_3 = 1.6$ and $t=0$ soliton solution for $\omega^{[2]}$

In this section, we obtained second-order multi-linear soliton solutions for the two-dimensional nonlinear Hirota equation with initial conditions. 3 decisions were obtained by introducing certain

designations. As a result, we constructed graphs of the exact expressions to visualize the results of the second multi-line soliton solution.

Conclusions. In this article, we considered the first and second multi-line soliton solutions for two-dimensional nonlinear Hirota equations using the Lax pair and Darboux transformation. We also provided graphical representation. The obtained result is used for further research of nonlinear integrable equations when finding different soliton solutions.

Г. Т. Бекова, А. А. Жадыранова

Х.Досмұхамедов атындағы Атырау университеті, Атырау, Қазақстан
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

ЕКІ ӨЛШЕМДІ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ХИРОТА ТЕНДЕУІНЕ АРНАЛҒАН КӨП СЫЗЫҚТЫ ШЕШІМДЕР

Аннотация. Қазіргі уақытта солитондар теориясы шеңберінде көп өлшемді сызықты емес интегралданатын тендеулерді зерттеу мәселесі шетелдік және Қазақстандық ғалымдар үшін үлкен қызығушылық тудырады. Табиғатта кездесетін көптеген физикалық құбылыстарды сызықты емес интегралданатын тендеулер арқылы сипаттауға болады. Мұндай тендеулердің нақты шешімдерін табу қатты дене физикасы, сұйықтар механикасы, плазма физикасы және сызықты емес оптика секілді түрлі ғылыми және инженерлік салаларда кездесетін құбылыстардың динамикасын зерттеуде маңызды рөл атқарады. Осындай тендеулердің нақты және солитондық, солитон тәрізді шешімдерін алудың біршама әдісі бар: кері шашырау есебі әдісі, бисызықты Хирота әдісі, Дарбу түрлендіру әдісі, кері шашырау есебі әдісі тангенс және синус-косинус әдістері сияқты көптеген әдістер ұсынылған.

Бұл жұмыста Шредингердің модификацияланған сызықты емес тендеуі болып табылатын екі өлшемді Хирота тендеуі зерттелінді. Сызықты емес Хирота тендеуі интегралданатын тендеудің бірі болып табылады және Хирота жүйесі көптеген сызықты емес құбылыстарды сипаттау үшін оптикалық талшықтар жүйесінің зерттеу аймағында, физика ғылымында, электрлік байланыс және басқа да инженерлік салаларда қолданылады. Осы уақытта дейін екі өлшемді Хирота тендеулер жүйесі үшін бірінші, екінші, n -ретті Дарбу түрлендіруі құрылған және солитондық, киратушы толқынды шешімдері әр түрлі әдістермен анықталған.

Бұл мақалада екі өлшемді сызықты емес Хирота тендеулерін қарастырамыз. Лакс жұбын және Дарбу түрлендіруін қолдана отырып, біз осы тендеуге арналған бірінші және екінші көп сызықты солитондық шешімдер алынды және осы шешімді графикалық бейнелеу мақсатында Maple 2018 бағдарламасы көмегімен әртүрлі уақытта көп сызықты солитондардың графиктері құрылды.

Осы мақалада қолданылған әдісті басқа да сызықты емес комплексті тендеулерді зерттеу барысында, олардың солитондық шешімдерді табу үшін пайдалануға болады. Сонымен қатар, алынған нәтижені Хирота тендеуін одан әрі зерттеу үшін қолдануға болады.

Түйін сөздер. Екі өлшемді сызықты емес Хирота тендеулері, сызықты емес интегралданатын тендеулер, Лакс жұбы, Дарбу түрлендіруі, мульти-сызықты солитон шешімдері.

Г. Т. Бекова, А. А. Жадыранова

Атырауский университет им. Х.Досмұхамедова, Атырау, Казахстан
Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

МУЛЬТИЛИНЕЙНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ХИРОТЫ

Аннотация. В настоящее время вопрос изучения многомерных нелинейных интегрируемых уравнений в рамках теории солитонов имеет большой интерес для зарубежных и казахстанских ученых. Многие физические явления, происходящие в природе, можно описать нелинейно-интегрированными уравнениями. Нахождение конкретных решений таких уравнений играет важную роль в изучении динамики явлений, происходящих в различных областях науки и техники, таких как физика твердого тела, механика жидкости, физика плазмы и нелинейная оптика. Существует несколько методов получения реальных и солитонных, солитоноподобных решений таких уравнений: метод обратной задачи рассеяния, билинейный метод Хироты, метод преобразования Дарбу, методы тангенса и синуса-косинуса.

В данной работе изучено двумерное уравнение Хироты, которое является модифицированным нелинейным уравнением Шредингера. Нелинейное уравнение Хироты является одним из интегрируемых уравнений, а система Хироты используется в области исследования волоконно-оптических систем, физики, телекоммуникаций и других инженерных областях для описания многих нелинейных явлений. К настоящему времени разработаны преобразования Дарбу первого, второго и n -го порядка для двумерной системы уравнений Хироты, а солитонные решения в виде разрушительных волн определены различными методами.

В статье рассмотрены двумерные нелинейные уравнения Хироты. С использованием пары Лакса и преобразования Дарбу получены первое и второе мульти-линейные солитонные решения этого уравнения и для графического представления этого решения с помощью программы Maple 2018 были построены графики многолинейных солитонов в разное время.

Метод, использованный в данной статье, может быть использован для изучения других нелинейных комплексных уравнений с целью поиска их солитонных решений. Кроме того, полученный результат может быть использован для дальнейшего изучения уравнения Хироты.

Ключевые слова: двумерные нелинейные уравнения Хироты, нелинейные интегрируемые уравнения, пара Лакса, преобразование Дарбу, мультилинейные солитонные решения.

Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Education and Science of Kazakhstan under grants AP08052034.

Information about authors:

Bekova Guldana Tanbaykyzy, Kh. Dosmukhamedov AU, master of natural science, senior Lecturer, bekovaguldana@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-7310-1185>;

Zhadyranova Aliya Amirbekovna, L.N. Gumilyov Eurasian National University, master of natural science, senior Lecturer, a.a.zhadyranova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1153-3438>

REFERENCES

- [1] Yesmakhanova K., Shaikova G., Bekova G., Soliton solutions of the Hirota's system // AIP Conference Proceedings. Vol.1759. 2016. P. 020147. <https://doi.org/10.1063/1.4959761>
- [2] Myrzakulov R., Nugmanova G.N.(2013) Integriruemye obobshcheniya uravneniya Landau-Lifshica // Master PO, Kazakhstan. ISBN 978-601-301-063-2 (In Russ.).
- [3] Zaharov V.E., Tahtadzhyan L.A. Ekvivalentnost' nelinejnogo uravneniya SHredingera i uravneniya ferromagnetika Gejzenberga // Teor.Mat.Fiz. Vol. 38, 1979. P. 26-34. (In Russ.).
- [4] Zhadyranova A.A. Hierarchy of WDVV associativity equations for $n=3$ and $N=2$ case when $V_0=0$ with new system a_i, b_i, c_i // News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.39> 4(326). 2019. P. 14–21.
- [5] Zhadyranova A.A., Myrzakul Zh.R. Soliton surface associated with the WDVV equation for $n = 3$ case // 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1391(1) 012105.
- [6] Zaharov V.E., Manakov S.V. Mnogomernye nelinejnye integriruemye sistemy i metody ih reshenij // Zap. nauch. sem. LOMI. Vol.133. 1984. P. 77-91. (In Russ.).
- [7] Myrzakul A., Myrzakulov R. Integrable motion of two interacting curves, spin systems and the Manakov system // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics C. Vol.14, 2017. P. 1750115. <https://doi.org/10.1142/S0219887817501158>
- [8] Nugmanova G., Myrzakul A. (2019) Integrability of the Two-layer Spin System // Geom., Integr. and Quant. Proc. Of XXth Int. Conf., Sofia. P.208-214.
- [9] Myrzakulov R., Nugmanova G., Syzdykova R. Gauge equivalence Between (2+1)-Dimensional Continuous Heisenberg Ferromagnetic Models and Nonlinear Schrodinger-Type Equations // J. Phys.A: Math and Gen. Vol.31, 1998. P. 9535-9545 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0305-4470/31/47/013>
- [10] Shaikova G., Yesmakhanova K., Bekova G. Conservation laws of the Hirota-Maxwell-Bloch system and its reductions // Journal of Physics Conference Series. Vol.936. 2017. 012098. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/936/1/012098>
- [11] Run Zhou, Hui-Qin Hao, Rong-Rong Jia. New soliton solutions for the (2+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equation // Superlattices and Microstructures. V.113. 2018. P. 409-418 <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2017.11.019>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 179 – 184

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.39>

UDC 514.83, 514.84, 51-71, 51-73

MPHTИ 27.31.21, 27.35.00, 27.33.17

Zh. B. Umurzhakhova¹, M. D. Koshanova², Zh. Pashen¹, K. R. Yesmakhanova¹

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan;

²Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkistan, Kazakhstan.

E-mail: zhumurzhakhova@gmail.com, maira.koshanova@ayu.edu.kz, janbotapashen@mail.ru,
kryesmakhanova@gmail.com

QUASICLASSICAL LIMIT OF THE SCHRÖDINGER-MAXWELL-BLOCH EQUATIONS

Abstract. The study of integrable equations is one of the most important aspects of modern mathematical and theoretical physics. Currently, there are a large number of nonlinear integrable equations that have a physical application. The concept of nonlinear integrable equations is closely related to solitons. An object being in a nonlinear medium that maintains its shape at moving, as well as when interacting with its own kind, is called a soliton or a solitary wave. In many physical processes, nonlinearity is closely related to the concept of dispersion. Soliton solutions have dispersionless properties. Connection with the fact that the nonlinear component of the equation compensates for the dispersion term.

In addition to integrable nonlinear differential equations, there is also an important class of integrable partial differential equations (PDEs), so-called the integrable equations of hydrodynamic type or dispersionless (quasiclassical) equations [1-13]. Nonlinear dispersionless equations arise as a dispersionless (quasiclassical) limit of known integrable equations. In recent years, the study of dispersionless systems has become of great importance, since they arise as a result of the analysis of various problems, such as physics, mathematics, and applied mathematics, from the theory of quantum fields and strings to the theory of conformal mappings on the complex plane. Well-known classical methods of the theory of intrinsic systems are used to study dispersionless equations.

In this paper, we present the quasiclassical limit of the system of (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch (NLS-MB) equations. The system of the NLS-MB equations is one of the classic examples of the theory of nonlinear integrable equations. The NLS-MB equations describe the propagation of optical solitons in fibers with resonance and doped with erbium. And we will also show the integrability of the quasiclassical limit of the NLS-MB using the obtained Lax representation.

Key words. Dispersionless integrable system, quasiclassical limit, Schrödinger-Maxwell-Bloch equations, Lax pair.

Introduction

The study of the integration of nonlinear equations and systems dominates one of the main places in theoretical and mathematical physics. Such equations have physical applications that multiply interest in similar studies. At the present time there are a lot of nonlinear integrable equations describing different phenomena in different fields of physics.

The system of the (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations obtained by A.I. Maimistov and E.A. Manykin [14] and were studied by different scientists [15-17].

The studied system of the (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations reads as

$$iq_t + q_{xx} + 2|q|^2 q - 2ip = 0, \quad (1)$$

$$p_x - 2i\omega_0 p - 2\eta q = 0, \quad (2)$$

$$\eta_x + q\bar{p} + \bar{q}p = 0, \quad (3)$$

where x and t are the normalized distance and time, respectively; $q(x,t)$ is the slowly varying envelope axial field, $p(x,t)$ is the measure of the polarization of the resonant medium, $\eta(x,t)$ represents the extent of the population inversion, ω_0 is a constant corresponding to the frequency. q, p are complex variable functions, and η is a real variable function, ω_0 is real constant. q_t, q_{xx}, p_x and η_x are partial derivatives with respect to variables x and t , i is an imaginary unit, \bar{q} and \bar{p} are complex conjugates of q and p quantities, respectively.

The system of the (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations is completely integrable by the inverse scattering transformation (IST) [18]. It is known that the IST makes use of the Lax equations to solve such systems. Lax pair for the system of the (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations (1)-(3) has the form

$$\Phi_x = U\Phi, \quad (4)$$

$$\Phi_t = V\Phi, \quad (5)$$

where the matrices U and V have the form

$$U = -\lambda\sigma_3 + U_0, \quad (6)$$

$$V = -2\sigma_3\lambda^2 + 2\lambda U_0 + V_0 + \frac{1}{\lambda + \omega_0}V_{-1}. \quad (7)$$

Here U_0, V_0, V_{-1} depend on q, p, η functions and U_0, V_0, V_{-1} are 2×2 matrices

$$U_0 = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -\bar{q} & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

and λ is the complex eigenvalue parameter (constant).

Quasiclassical limit of the system of (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations.

To find the quasiclassical limit of the given system, we use the following change of variables $x \rightarrow \varepsilon x, t \rightarrow \varepsilon t$, where ε is a constant [13, 19-21]. Then, the partial derivatives will change as

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \varepsilon \frac{\partial}{\partial x}.$$

Taking into account the change of variables, the equations (1)-(3) has the next form

$$i\varepsilon q_t + \varepsilon^2 q_{xx} + 2|q|^2 q - 2ip = 0, \quad (9)$$

$$\varepsilon p_x - 2q\eta - 2i\omega_0 p = 0, \quad (10)$$

$$\varepsilon \eta_x + q\bar{p} + \bar{q}p = 0. \quad (11)$$

Now we enter the scale transformation in the forms of q, p and η

$$q = \sqrt{u}e^{\frac{i}{\varepsilon}S}, \quad p = i\sqrt{uw}e^{\frac{i}{\varepsilon}S}, \quad \eta = \sqrt{1-uw}, \quad (12)$$

where $u = u(x,t)$, $w = w(x,t)$ are real functions, p and η are related as $\eta^2 + |p|^2 = 1$. Further, to calculate all the terms of the nonlinear system (9)-(11), we differentiate equation (12) with respect to the variables x and t .

$$q_t = \left(\frac{u_t}{2\sqrt{u}} + \frac{i}{\varepsilon} S_t \sqrt{u} \right) e^{\frac{i}{\varepsilon} S}, \quad q_x = \left(\frac{u_x}{2\sqrt{u}} + \frac{i}{\varepsilon} S_x \sqrt{u} \right) e^{\frac{i}{\varepsilon} S}, \tag{13}$$

$$q_{xx} = \left\{ \left(\left(\frac{u_x}{2\sqrt{u}} \right)_x - \frac{S_x^2 \sqrt{u}}{\varepsilon^2} \right) + \frac{i}{\varepsilon} \left(S_{xx} \sqrt{u} + \frac{S_x u_x}{\sqrt{u}} \right) \right\} e^{\frac{i}{\varepsilon} S}, \tag{14}$$

$$p_x = \left(i(\sqrt{uw})_x - \frac{S_x}{\varepsilon} \sqrt{uw} \right) e^{\frac{i}{\varepsilon} S}, \quad \eta_x = -\frac{(uw)_x}{2\sqrt{1-uw}}. \tag{15}$$

Substituting formula (13)-(15) into system (9)-(11) and collecting the coefficients of different powers of ε we get the system of equation

$$u_t + 2(vu)_x = 0, \tag{16}$$

$$v_t + (v^2 - 2u - 2\sqrt{w})_x = 0, \tag{17}$$

$$w_x - \frac{v_x w}{2\omega_0 - v} = 0, \tag{18}$$

where $v = S_x$. Thus, system of equations (16)-(18) is the quasiclassical (or dispersionless) limit of the system of the (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations.

Lax pair of the system of the (1+1)-dimensional dispersionless Schrödinger-Maxwell-Bloch equations. To construct Lax pair of the system of the dispersionless (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations (16)-(18), at first we note that the function Φ in Lax pair (4)-(5) can be written as $\Phi = (\psi_1, \psi_2)^T$. Let's consider the system of differential equations with respect to variable x :

$$\psi_{1x} = i\lambda \psi_1 + q \psi_2, \tag{19}$$

$$\psi_{2x} = -\bar{q} \psi_1 + i\lambda \psi_2, \tag{20}$$

and variable t , respectively.

$$\psi_{1t} = \left(-2i\lambda^2 + i|q|^2 + \frac{i}{\lambda + \omega_0} \eta \right) \psi_1 + \left(2\lambda q + iq_x - \frac{i}{\lambda + \omega_0} p \right) \psi_2, \tag{21}$$

$$\psi_{2t} = \left(-2\lambda \bar{q} + i\bar{q}_x - \frac{i}{\lambda + \omega_0} \bar{p} \right) \psi_1 + \left(2i\lambda^2 - i|q|^2 - \frac{i}{\lambda + \omega_0} \eta \right) \psi_2. \tag{22}$$

Then using transformation similar to previous section

$$\psi_1 = e^{\frac{i}{\varepsilon}[F+\lambda x]}, \quad \psi_2 = \xi e^{\frac{i}{\varepsilon}[F+\lambda x-S]}, \tag{23}$$

where $S = \partial_x^{-1} v$ and $F, v(x, t), \xi$ are real functions. We obtain the equivalent relations to differential systems (19)-(22)

$$\varepsilon\psi_{1x} = -i\lambda\psi_1 + q\psi_2, \quad (24)$$

$$\varepsilon\psi_{2x} = -\bar{q}\psi_1 + i\lambda\psi_2, \quad (25)$$

$$\varepsilon\psi_{1t} = \left(-2i\lambda^2 + i|q|^2 + \frac{i}{\lambda + \omega_0}\eta \right)\psi_1 + \left(2\lambda q + i\varepsilon q_x - \frac{i}{\lambda + \omega_0}p \right)\psi_2, \quad (26)$$

$$\varepsilon\psi_{2t} = \left(-2\lambda\bar{q} + i\varepsilon\bar{q}_x - \frac{i}{\lambda + \omega_0}\bar{p} \right)\psi_1 + \left(2i\lambda^2 + i|q|^2 - \frac{i}{\lambda + \omega_0}\eta \right)\psi_2. \quad (27)$$

We differentiate (23) with respect to variables x and t :

$$\psi_{1x} = \frac{i}{\varepsilon}[F_x + \lambda]e^{\frac{i}{\varepsilon}[F+\lambda x]}, \quad \psi_{2x} = \left\{ \xi_x + \frac{i\xi}{\varepsilon}[F_x + \lambda - S_x] \right\} e^{\frac{i}{\varepsilon}[F+\lambda x - S]}, \quad (28)$$

$$\psi_{1t} = \frac{i}{\varepsilon}F_t e^{\frac{i}{\varepsilon}[F+\lambda x]}, \quad \psi_{2t} = \left\{ \xi_t + \frac{i\xi}{\varepsilon}[F_t - S_t] \right\} e^{\frac{i}{\varepsilon}[F+\lambda x - S]}. \quad (29)$$

Now by equating the expressions (19)-(22) and (28)-(29), and collecting the coefficients of different powers of ε we get the next equations

$$p + 2\lambda - \frac{u}{p-v} = 0, \quad (30)$$

$$p_t - \left(\frac{u(p+2\lambda-2v)}{p-v} \right)_x - \frac{1}{\lambda + \omega_0} \left(\sqrt{1-uw} - \frac{u\sqrt{w}}{p-v} \right)_x = 0, \quad (31)$$

where $p = F_x$. Finally, last equations (30) and (31) are the Lax pair of the system of the (1+1)-dimensional quasiclassical (dispersionless) Schrödinger-Maxwell-Bloch equations.

Conclusions. In this paper, we considered the system of (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations, which are integrable by IST method. The quasiclassical limit of the system of (1+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equations were obtained using the scale transformation. Also we presented its Lax representation, which proves its integrability. The resulting model can be used to describe quantum-optical phenomena in the absence of dispersive properties of the medium.

Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Education and Science of Kazakhstan under grants AP08856912.

Ж. Б. Умурзахова, М. Д. Кошанова, Ж. Пашен, К. Р. Есмаханова

Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан;
Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қаласы, Қазақстан

ШРЕДИНГЕР-МАКСВЕЛЛ-БЛОХ ТЕНДЕУІНІҢ КВАЗИКЛАССИКАЛЫҚ ШЕГІ

Аннотация. Интегралданатын тендеулерді зерттеу қазіргі математикалық және теориялық физиканың маңызды аспектілерінің бірі болып табылады. Қазіргі уақытта физикалық қолдануға ие сызықтық емес интегралданатын тендеулер саны өте көп. Сызықтық емес интегралданатын тендеулер ұғымы солитонмен

тығыз байланысты. Сызықтық ортада пайда болатын, қозғалу кезінде, сондай-ақ өзі тәріздес түрлермен әрекеттесу кезінде пішінін сақтайтын нысан солитон немесе оңашаланған толқын деп аталады. Көптеген физикалық процестерде сызықтық емес дисперсия ұғымымен тығыз байланысты. Солитондық ерітінділер дисперсиясыз қасиетке ие. Теңдеудің сызықтық емес компоненті дисперсия мүшесінің орнын толтыратындығына байланыс.

Интегралданатын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулерден басқа, гидродинамикалық типтегі немесе дисперсиясыз теңдеулер деп аталатын интегралданатын дербес дифференциалдық теңдеулердің маңызды класы да бар. Сызықтық емес дисперсиясыз теңдеулер белгілі интегралданатын теңдеулердің дисперсиясыз (квазиклассикалық) шегі ретінде туындайды. Соңғы жылдары дисперсиясыз жүйелерді зерттеу үлкен маңызға ие болды, өйткені олар физика, математика және қолданбалы математика, кванттық өрістер мен шектер теориясынан бастап комплексгі жазықтықтағы конформды кескіндер сияқты әр түрлі мәселелерді талдау нәтижесінде пайда болды. Дисперсиясыз теңдеулерді зерттеу үшін белгілі жүйелер теориясының классикалық әдістері қолданылады.

Бұл жұмыста біз $(1+1)$ өлшемді Шредингер-Максвелл-Блох теңдеулер жүйесінің дисперсиясыз шегін ұсынамыз. Шредингер-Максвелл-Блох теңдеуі - сызықтық емес интегралданатын теңдеулер теориясының классикалық мысалдарының бірі. Шредингер-Максвелл-Блох теңдеуі оптикалық солитондардың резонансты және эрбиймен қосылатын талшықтарда таралуын сипаттайды. Алынған Лакс бейнесін пайдаланып, біз Шредингер-Максвелл-Блох теңдеулер жүйесінің квазиклассикалық (дисперсиясыз) шегі интегралдылығын көрсетеміз.

Түйін сөздер. Дисперсиясыз интегралданатын жүйе, квазиклассикалық шегі, Шредингер-Максвелл-Блох теңдеулері, Лакс жұбы.

Ж. Б. Умурзахова, М. Д. Кошанова, Ж. Пашен, К. Р. Есмаханова

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан;
Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, Туркистан, Казахстан

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЙ ПРЕДЕЛ УРАВНЕНИЙ ШРЕДИНГЕРА-МАКСВЕЛЛА-БЛОХА

Аннотация. Исследование интегрируемых уравнений является одним из важнейших аспектов современной математической и теоретической физики. В настоящее время существует большое количество нелинейных интегрируемых уравнений, которые имеют физическое приложение. Понятие нелинейных интегрируемых уравнений тесно связано с солитоном. Объект, возникающий в нелинейной среде, сохраняющий форму при движении, а также при взаимодействии с себе подобными, называется солитоном или уединенной волной. Во многих физических процессах нелинейность тесно связана с понятием дисперсий. Солитонные решения обладают бездисперсионным свойством, в связи с тем, что нелинейный компонент уравнения компенсирует дисперсионный член.

Помимо интегрируемых нелинейных дифференциальных уравнений существует также важный класс интегрируемых уравнений в частных производных, так называемые интегрируемые уравнения гидродинамического типа или бездисперсионные уравнения. Нелинейные бездисперсионные уравнения возникают как бездисперсионный (квазиклассический) предел известных интегрируемых уравнений. В последние годы большое значение приобретает изучение бездисперсионных систем, поскольку они возникают в результате анализа различных проблем, таких как физика, математика и прикладная математика, от теории квантовых полей и струн до теории конформных отображений на комплексной плоскости. Для изучения бездисперсионных уравнений используются хорошо известные классические методы теории интегрируемых систем.

В данной работе представлен бездисперсионный предел системы $(1+1)$ -мерных уравнений Шредингера-Максвелла-Блоха. Уравнение Шредингера-Максвелла-Блоха является одним из классических примеров теории нелинейных интегрируемых уравнений. Уравнение Шредингера-Максвелла-Блоха описывает распространение оптических солитонов в волокнах с резонансными и легированными эрбием. Также покажем интегрируемость бездисперсионного предела УШМБ с помощью полученного представления Лакса.

Ключевые слова: бездисперсионная интегрируемая система, квазиклассический предел, уравнения Шредингера-Максвелла-Блоха, пара Лакса.

Information about authors:

Umurzakova Zhanar Bapakhovna, L.N. Gumilyov Eurasian National University, PhD student
zhbumurzakova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2461-6964>;

Koshanova Maira Danebekovna, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, candidate of technical sciences, associated professor koshanova@ayu.edu.kz, <https://orcid.org/0000-0002-1377-4633>;

Pashen Zhanbota, L.N. Gumilyov Eurasian National University, candidate for a master's degree, janbotapashen@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3751-3278>;

Yesmakhanova Kuralay Ratbaykyzy, L.N. Gumilyov Eurasian National University, candidate of physico-mathematical sciences, associated professor, kryesmakhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4305-5939>

REFERENCES

- [1] Konopelchenko B.G., Martinez Alonso L. (2002) Nonlinear dynamics in the plane and integrable hierarchies of infinitesimal deformations. *Stud. Appl. Math.* 109, Number 4(2002), Pp.313-336. (in Eng).
- [2] Chang J.H., Tu M.H. (2000) On the Miura map between the dispersionless KP and dispersionless modified KP hierarchies, *J. Math. Phys.* 41(2000), 5391-5406 (in Eng).
- [3] Strachan I.A.B.(1995) The Moyal bracket and dispersionless limit of the KP hierarchy, *J. Phys., Math. Gen.*, 28(1995), PP.1967-1975. (in Eng) doi:10.1088/0305-4470/28/7/018
- [4] Zakharov V.E.1994) Dispersionless limit of integrable systems in 2+1-dimensions, in *Singular limits of dispersive waves.* (Ercolani N.M. et al.,Eds.). Plenum, New York, 1994. P.165-174. (in Eng).
- [5] Carroll R., Kodama Y. (1995) Solutions of the dispersionless Hirota equations. *J. Phys. A* 28 (1995), Number 22 PP. 6373-6387. (in Eng) arXiv:hep-th/9506007v1
- [6] Kupersmidt B.A. (1990) The quasiclassical limit of the modified KP hierarchy. *J. Phys., Math. Phys.* V. 23 (1990) PP.871-886
- [7] Krichever I.M. The dispersionless Lax equations and topological minimal models. *Commun. Math. Phys.* Volume 143(1992). PP.415-429 (in Eng).
- [8] Kodama Y. (1990) Solutions of the dispersionless Toda equation. *Phys. Lett. A* 147(1990). PP. 447-482 (in Eng)
- [9] Lax P.D., Levermore C.D. (1983) The small dispersion limit on the Korteweg-de Vries equation. *Commun. Pure Appl. Math* 36(1983). 253-290, 571-593, 809-830 (in Eng) doi.org/10.1002/cpa.3160360503
- [10] Gibbons J., Kodama Y. (1991) Solving dispersionless Lax equations, *Singular limits of dispersive waves* (Lyon, 1991). NATO Adv. Sci. Inst. Ser. B Phys., Plenum, New York, V. 320 (1994), PP. 61–66. (in Eng).
- [11] Takasaki K. Dispersionless Toda hierarchy and two-dimensional string theory. *Comm. Math. Phys.* 170 (1995), Number 1, PP. 101–116. (in Eng) doi: 10.1007/BF02099441
- [12] Yesmakhanova K., Nugmanova G., Shaikhova G., Bekova G., Myrzakulov R.(2020) Coupled dispersionless and generalized Heisenberg ferromagnet equations with self-consistent sources: Geometry and equivalence. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics.* V. 17, Number 7 (2020), 2050104 (in Eng) doi:10.1142/S0219887820501042
- [13] Myrzakulova Zh., Myrzakulov R. (2019) Dispersionless Limits of Some Integrable Equations. (in Eng) arXiv:1902.07806
- [14] Maimistov A. I., Manykin E.A. (1983) Propagation of ultra short optical pulses in resonant non-linear light guides, *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* V. 58, Number 4(1983), P. 685 (in Eng).
- [15] Yesmakhanova K., Umurzakhova Zh., Shaikhova G. (2020) Soliton Surface for the (1+1)-Dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch Equation. *Twenty First International Conference on Geometry, Integrability and Quantization, Varna, Bulgaria, Editors Avangard Prima, Sofia 2020*, Pp. 320–327 (in Eng) doi: 10.7546/giq-21-2020-320-327
- [16] Shaikova G., Yesmakhanova K., Bekova G. (2017) Conservation laws of the Hirota-Maxwell-Bloch system and its reductions. *Journal of Physics Conference Series.* Volume 936(2017), 012098. (in Eng.) <https://doi.org/10.1088/1742-6596/936/1/012098>
- [17] Run Zhou, Hui-Qin Hao, Rong-Rong Jia (2018) New soliton solutions for the (2+1)-dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch equation. *Superlattices and Microstructures.* V. 113 (2018) P. 409-418. (in Eng.) <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2017.11.019>
- [18] Ablowitz M.J., Segur H. (1981) *Solitons and the Inverse Scattering Transform.* SIAM, Philadelphia. (in Eng) ISBN: 0-89871-477-X
- [19] Myrzakulova Zh., Myrzakul Sh. (2020) Gauge equivalence between the Γ -spin and (2+1)-dimensional two-component nonlinear Schrödinger equation. *News of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.* Volume 2, Number 330 (2020), Pp.112–119. (in Eng) doi.org/10.32014/2020.2518-1726.22
- [20] Zhassaybayeva M. B., Yesmakhanova K.R. (2019) Soliton solution for the (2+1)-dimensional integrable Fokas-Lenells equation. *News of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.* Volume 6, Number 328(2019), PP.138-145 (in Eng) doi.org/10.32014/2019.2518-1726.80
- [10] Sergazina A., Yesmakhanova K., Yerzhanov K., Tungushbaeva D. (2017) Darboux transformation for the (1+1)-dimensional nonlocal focusing nonlinear Schrödinger equation. *News of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.* V. 6, Number 316 (2017), PP.14-21 (in Eng).
- [21] Yesmakhanova K., Myrzakulova Zh.R. (2019) Dispersionless Limits of Ma Equations. *Journal of Mathematics, Mechanics, Computer Science, N.2(102)* (2019). PP. 12-20. (in Eng). ISSN 1563–0277, eISSN 2617–4871

МАЗМҰНЫ – СОДЕРЖАНИЕ – CONTENTS

<i>Kadirbayeva Zh.M., Bakirova E.A., Dauletbayeva A.Sh., Kassymgali A.A.</i> An algorithm for solving a boundary value problem for essentially loaded differential equations.....	6
<i>Koshanov B.D., Baiarystanov A., Daurenkyzy M., Turymbet S.O.</i> Green's functions of some boundary value problems for byharmonic operators and their correct constrictions.....	15
<i>Kurmanbayev D., Yesmakhanova K.</i> Soliton deformation of inverted catenoid.....	24
<i>Myrzakulova Zh.R., Yesmakhanova K.R., Zhubayeva Zh.S.</i> Equivalence of the hunter-saxon equation and the generalized heisenberg ferromagnet equation	33
<i>Sarsembayev M., Urmashiev B., Mamyrbayev O., Turdalyuly M., Sarsembayeva T.</i> Using the cuda technology to speed up computations in problems of chemical kinetics.....	39
<i>Satybaldiyeva A., Ismailova A., Moldasheva R., Mukhanova A., Kadirkulov K.</i> Abstract data types for knowledge representation and specification of multi-agent systems.....	48
<i>Голенко Е. С., Исмаилова А. А.</i> Современные вычислительные стратегии для вывода белков в протеомике дробовика	56
(<i>Golenko Y. S., Ismailova A. A.</i> Modern computational strategies for protein inference in shotgun proteomic)	
<i>Исраилова С.Т., Муханова А.А., Сатыбалдиева А.Ж.</i> Алгоритмы оценки эффективности бизнес-процессов предприятия на основе системы сбалансированных показателей.....	66
(<i>Israilova S., Mukhanova A., Satybaldiyeva A.</i> Algorithms for evaluating the efficiency of the business processes of enterprise based on a balance score card)	
<i>Абдурахимова А.А., Касымбек Н.М., Мамырбаев О.Ж.</i> ІІU (0) - CG әдісімен пуассон тендеуінің сандық шешімін талдау.....	74
(<i>Abdurakhimova A.A., Kassymbek N.M., Mamyrbayev O.Zh.</i> Analysis of numerical solution of poisson equation by ІІU (0)-CG method)	
<i>Shopagulov O., Tretyakov I., Ismailova A., Gostin A.</i> Systems for monitoring the productivity of dairy farm animals.....	83
<i>Раимов М. Е., Мукашева А. К., Исаева Г. Б., Нұралбай Қ.</i> Сайттағы кибершабуылдарды тануда зерттеу жүргізу.....	91
(<i>Raimov M. E., Mukasheva A. K., Isayeva G. B., Nuralbay K.</i> Research on the recognition of cyber attacks on the site)	
<i>Kadirkulov K., Ismailova A., Beissegul A., Satybaldiyeva A.</i> QR verification of laboratory studies results	96
<i>Spabekova Zh.H., Karelova A.G., Qami A.E., Abilkaiyr Z.S.</i> Recognition of identification data of bank cards..	102
<i>Мазаков Т.Ж., Әбілқайыр Ж.С.</i> Распознавание штрих-кода на сильно искаженных изображениях и изображениях с низким разрешением.....	110
(<i>Mazakov T.ZH., Abilkaiyr ZH.S.</i> Bar code recognition in strong distorted and low-resolution images)	
<i>Safin R., Amreev M., Pavlova T., Temyrkanova E.K., Garmashova Y.</i> Definition of application field of the stand for the video monitoring systems investigation	115
<i>Mazakov T.Zh., Narynbekovna D.N.</i> Development of biometric methods and information security tools.....	121
<i>Темьрканова Э. К., Саурамбекова А.Б.</i> Медициналық масқалардағы бет-әлпетті тану үшін YOLO желісін оқыту.....	125
(<i>Temyrkanova E. K., Saurambekova A.</i> YOLO network training for face recognition in medical masks)	
<i>Minglibayev M.Zh., Bizhanova S.B.</i> Translational-rotational motion of a nonstationary axisymmetric body.....	131
<i>Minglibayev M.Zh., Zhumabek T.M.</i> On the restricted three-body problem.....	138
<i>Бойкачев П.В., Ержан А.А., Исаев В.О., Дубовик И.А., Марат А.</i> Методика нахождения адекватных математических моделей описывающих характеристики радиотехнических устройств.....	145
(<i>Boikachov P. V., Yerzhan A. A., Isaev V.O., Dubovik I.A., Marat A.</i> The method of finding adequate mathematical models describing the characteristics of radio engineering devices)	
<i>Вильданова Л.И., Новолодская О.А., Садыков Т. Х., Кантарбаева Д.О.</i> Эффективность регистрации нейтронов низкой энергии нейтронными детекторами на основе газоразрядных счетчиков ³ He	152
(<i>Vildanova L.I., Novolodskaya O.A., Sadykov T. Kh., Kantarbayeva D.O.</i> Efficiency of registration of low energy neutrons by neutron detectors based on gas discharge ³ He counters)	
<i>Nurgaliyev M.K., Saymbetov A.K., Zholamanov B.N., Yeralkhanova A.T., Zhuman G.B.</i> Predicting the lifetime of lora based wireless sensor networks using a probabilistic model of markov chains	157
<i>Генбач А.А., Шоколаков К.К.</i> Исследование теплообмена в пористом пылегазоуловителе с распылителем в виде трубчатого кольца.....	165
(<i>Genbach A.A., Shokolakov K.K.</i> Examination of heat exchange in a porous dust-gas catcher with a ring-pipe sprayer)	
<i>Bekova G.T., Zhadyranova A.A.</i> Multi-line soliton solutions for the two-dimensional nonlinear Hirota equation.....	172
<i>Umurzhakhova Zh. B., Koshanova M. D., Pashen Zh., Yesmakhanova K. R.</i> Quasiclassical limit of the schrödinger-maxwell-bloch equations.....	179

Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

(Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы: *М. С. Ахметова, Д. С. Аленов, Р.Ж. Мрзабаева*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 15.04.2021.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

11,6 п.л. Тираж 300. Заказ 2.