

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**SERIES**

**OF PHYSICS AND MATHEMATICS**

**4 (296)**

**ШІЛДЕ–ТАМЫЗ 2014 г  
ИЮЛЬ–АВГУСТ 2014 ж.  
JULY – AUGUST 2014**

**1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963**

**ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR**

**АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK**

Б а с р е д а к т о р  
ҚР ҰҒА корреспондент мүшесі  
**Г. М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физика-математика ғылымдарының докторы **Н. М. Темірбеков** (бас редактордың орынбасары), ҚР ҰҒА-ның академиктері **Н. Ж. Тәкібаев, С. Н. Харин, Т. Ш. Кәлменов, Н. Қ. Блиев, Б. Н. Мұқашев, М. Ө. Өтелбаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Қ. Қ. Қадыржанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Н. Т. Данаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Т. С. Рамазанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Ө. Ө. Өмірбаев**, академик **А. Гаджиев** (Әзірбайжан), академик **А. Пашаев** (Әзірбайжан), академик **И. Тигиняну** (Молдова), академик **И. Н. Вишневский** (Украина), академик **А. М. Ковалев** (Украина), академик **А. А. Михалевич** (Беларусь), химия ғылымдарының докторы **Н. Бейсен** (жауапты хатшы)

Г л а в н ы й р е д а к т о р  
член-корреспондент НАН РК  
**Г. М. Мутанов**

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я:

доктор физико-математических наук **Н. М. Темирбеков** (заместитель главного редактора), академики НАН РК **Н. Ж. Такибаев, С. Н. Харин, Т. Ш. Кальменов, Н. К. Блиев, Б. Н. Мукашев, М. О. Отелбаев**, доктор физико-математических наук **К. К. Кадыржанов**, доктор физико-математических наук **Н. Т. Данаев**, доктор физико-математических наук **Т. С. Рамазанов**, доктор физико-математических наук **У. У. Умирбаев**, академик **А. Гаджиев** (Азербайджан), академик **А. Пашаев** (Азербайджан), академик **И. Тигиняну** (Молдова), академик **И. Н. Вишневский** (Украина), академик **А. М. Ковалев** (Украина), академик **А. А. Михалевич** (Беларусь), доктор химических наук **Н. Бейсен** (ответственный секретарь)

E d i t o r - i n - c h i e f  
corresponding member of the NAS of the RK  
**G. M. Mutanov**

E d i t o r i a l s t a f f:

doctor of physical and mathematical sciences **N.M. Temirbekov** (deputy editor-in-chief), academicians of the NAS of the RK **N. Zh. Takibayev, S. N. Harin, T. Sh. Kalmenov, N. K. Bliiev, B. N. Mukashev, M. O. Otelbaev**, doctor of physical and mathematical sciences **K. K. Kadirzhanov**, doctor of physical and mathematical sciences **N. T. Danaev**, doctor of physical and mathematical sciences **T. S. Ramazanov**, doctor of physical and mathematical sciences **U. U. Umirbaev**, academician **A. Gadzhiev** (Azerbaijan), academician **A. Pashaev** (Azerbaijan), academician **I. Tiginaynu** (Moldova), academician **I. N. Vishnevskiyi** (Ukraine), academician **A. M. Kovalov** (Ukraine), academician **A. A. Mikhalevich** (Belarus), doctor of chemical sciences **N. Beysen** (secretary)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая» I ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 3000 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18 www.akademiyanauk.kz  
Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

# Проблемы небесной механики и динамики звездных систем

---

---

УДК 52-48, 524, 539.14, 539.17

С. Б. ДУБОВИЧЕНКО, Д. Н. АДильБЕКОВ, А. С. ТКАЧЕНКО

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова «НЦКИТ» НКА РК, г. Алматы)

## РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ ПРОТОНА НА $^{10}\text{B}$ . I

**Аннотация.** Рассмотрена возможность описания полных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата в модифицированной потенциальной кластерной модели с запрещенными состояниями при астрофизических энергиях. Для определения наличия и количества запрещенных состояний в каждой парциальной волне использовалась классификация орбитальных состояний кластеров по схемам Юнга. Потенциал связанного состояния строился на основе описания характеристик основного состояния ядра  $^{11}\text{C}$ . Потенциалы непрерывного спектра согласованы с фазами упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния при энергиях до 1 МэВ. Используемая модель и методы построения потенциалов позволяют в целом правильно передать общее поведение экспериментальных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата.

**Ключевые слова:** ядерная физика, реакция радиационного захвата,  $p^{10}\text{B}$  система.

**Тірек сөздер:** ядролық физика, радиациялық қармау реакциясы,  $p^{10}\text{B}$  жүйесі.

**Keywords:** Nuclear physics, radiative capture reaction,  $p^{10}\text{B}$  system.

**Введение.** Одним из исключительно успешных направлений развития ядерной физики в последние 50 лет стала микроскопическая модель под названием "Метод Резонирующих Групп" (МРГ, см., например, [1,2], а также связанные с ней модели, например, метод генераторной координаты (МГК, см., в частности, [3] или алгебраическая версия МРГ [4]. Такой очевидный успех привел большинство физиков к представлению, что только в этом направлении будет возможно дальнейшее получение новых результатов в области ядерной физики низких энергий и ядерной астрофизики. В итоге сложилось довольно распространенное, но, по-видимому, ошибочное мнение, что только по этому пути возможно дальнейшее развитие наших представлений о структуре атомного ядра, ядерным и термоядерным реакциям при низких и астрофизических энергиях.

Однако до сих пор не полностью исследованы возможности простых потенциальных двухкластерных моделей (ПКМ), особенно, если они используют концепцию запрещенных состояний (ЗС) [5] и непосредственно учитывают резонансное поведение фаз упругого рассеяния взаимодействующих частиц при низких энергиях [6,7] – такую модель можно назвать модифицированной ПКМ с ЗС (МПКМ). Далеко не всегда для объяснения имеющихся экспериментальных фактов требуются сравнительно сложные МРГ вычисления. Для рассмотрения многих задач достаточно использовать сравнительно простую МПКМ, учитывающую классификацию орбитальных состояний по схемам Юнга и учитывающую резонансное поведение фаз упругого рассеяния. Такой подход во многих случаях позволяет получить вполне адекватные результаты при описании результатов многих экспериментальных исследований [6,7].

В частности, ранее нами была показана возможность описания [6,8,9] астрофизических S-факторов [10,11] реакций радиационного захвата заряженных частиц на некоторых легких и легчайших атомных ядрах в рамках МПКМ. Такая модель учитывает супермультиплетную симметрию волновой функции (ВФ) системы кластеров с разделением орбитальных состояний по схемам Юнга [8,9,12]. Используемая классификация орбитальных состояний позволяет анализировать структуру межкластерных взаимодействий, определять наличие и количество разрешенных

(РС) и ЗС в межкластерных потенциалах, а значит, дает возможность найти число узлов радиальной волновой функции относительного движения кластеров [13,14]. В используемом подходе потенциалы межкластерных взаимодействий для процессов рассеяния строятся на основе описания фаз упругого рассеяния, которые извлекаются из экспериментальных дифференциальных сечений при выполнении фазового анализа [6-9]. Для связанных состояний (СС) легких ядер в кластерных каналах для построения потенциалов, кроме фаз рассеяния, используются некоторые дополнительные критерии. Например, таким требованием является воспроизведение энергии связи и некоторых других характеристик основных состояний (ОС) ядер, причем, в некоторых случаях это требование является основным [6-9]. При этом предполагается, что СС обусловлено кластерным каналом, состоящем из начальных частиц, которые участвуют в реакции [15,16,17].

Выбор потенциальной кластерной модели для рассмотрения подобных кластерных систем в ядрах, ядерных и термоядерных процессов при астрофизических энергиях [10,18] обусловлен тем, что во многих легких атомных ядрах вероятность образования нуклонных ассоциаций, т.е. кластеров и степень их обособления друг от друга сравнительно высоки – это подтверждается многочисленными экспериментальными измерениями и различными теоретическими расчетами, полученными разными авторами за последние пятьдесят-шестьдесят лет [5,19,20]. Конечно, такое предположение является определенной идеализацией реально существующей в ядре ситуации, т.к. предполагает, что в СС имеется 100%-ая кластеризация ядра для частиц начального канала. Поэтому успех данной потенциальной модели при описании системы из  $A$  нуклонов в связанном состоянии определяется тем, насколько велика реальная кластеризация этого ядра в канале  $A_1 + A_2$  нуклонов. В тоже время, некоторые ядерные характеристики отдельных, даже не кластерных, ядер могут быть преимущественно обусловлены одним определенным кластерным каналом, т.е. иметь определенную кластерную структуру при малом вкладе других возможных кластерных конфигураций. В этом случае используемая одноканальная кластерная модель позволяет идентифицировать доминирующий кластерный канал, выделить и описать те свойства ядерной системы, которые им обусловлены [6-9,12]

Поэтому, продолжая рассмотрение термоядерных процессов, протекающих в различных объектах Вселенной на разных стадиях ее формирования и развития [6,7], здесь представлены новые результаты в области исследования термоядерной реакции  $p^{10}\text{В}$ -захвата при сверхнизких, т.е. астрофизических энергиях. В качестве ядерной модели используется МПКМ, которая позволяет рассматривать некоторые термоядерные процессы, а именно реакции радиационного захвата нейтронов, на основе единых представлений, критериев и методов.

### Структура уровней $p^{10}\text{В}$ системы

Вначале заметим, что поиск в литературе или базах данных фаз упругого  $p^{10}\text{В}$ -рассеяния результатов не дал, поэтому далее фазы будут строиться на основе спектров уровней ядра  $^{11}\text{С}$ , которое получается в результате термоядерной реакции радиационного  $p^{10}\text{В}$ -захвата. Причиной отсутствия фазового анализа в этой системе является, по-видимому, большой спин ядра  $^{10}\text{В}$ , равный  $3^+$  [21]. Спектр резонансных уровней ядра  $^{11}\text{С}$  в  $p^{10}\text{В}$ -канале при энергии ниже 1 МэВ имеет три состояния [22,23] (см., например, табл.11.41 в обзоре [23])

1. 0.010(2) МэВ в лаб. сис. (л.с.) с моментом  $J = 5/2^+$  при ширине 16(1) кэВ в лабораторной системе (л.с.), которое соответствует уровню 8.699(2) МэВ.

2. 0.56(6) МэВ в л.с. с моментом  $J = 5/2^+$  при ширине 550(100) кэВ в л.с. – уровень 9.200(50) МэВ.

3. 1.050(60) МэВ в л.с. с моментом  $J = 3/2^-$  при ширине 230(50) кэВ в л.с. – уровень 9.640(50) МэВ.

Первый и второй из этих резонансов могут являться  $^6S_{5/2}$ -состоянием  $p^{10}\text{В}$ -системы, а третье –  $^6P_{3/2}$ -резонансом в обозначениях  $^{2S+1}L_J$ . Поскольку момент  $^{10}\text{В}$  равен  $3^+$ , а протона  $1/2^+$ , то возможны два спиновых состояния с  $S = 5/2$  и  $7/2$ . Для  $S$ -волны при  $L = 0$  имеем состояния  $^6S_{5/2}$  и  $^8S_{7/2}$  с положительной четностью. Для  $P$ -волны при  $S = 5/2$  получаем состояния  $^6P_{3/2}$ ,  $^6P_{5/2}$  и  $^6P_{7/2}$ , а при  $S = 7/2$  находим  $^8P_{5/2}$ ,  $^8P_{7/2}$  и  $^8P_{9/2}$  с отрицательной четностью. Поэтому состояния с полным моментом  $J = 5/2^-$  и  $7/2^-$  могут быть смешаны по спину. Для  $D$ -волны при  $S = 5/2$  получаем  $^6D_{1/2}$ ,  $^6D_{3/2}$ ,  $^6D_{5/2}$ ,  $^6D_{7/2}$ , и  $^6D_{9/2}$ , а при  $S = 7/2$  имеем  $^8D_{3/2}$ ,  $^8D_{5/3}$ ,  $^8D_{7/2}$ ,  $^8D_{9/2}$ , и  $^8D_{11/2}$  состояния с положительной четностью. Поэтому состояния с  $J$  от  $3/2^+$  до  $9/2^+$  могут быть смешаны по спину. В соответствии с этим первый и второй из приведенных выше резонансов могут оказаться смешанным по спину  $^{6+8}D_{5/2}$ -уровнем.

Для связанных возбужденных состояний имеем довольно сложный спектр уровней, состоящий из 11 состояний при энергиях в центре масс (ц.м.):

0. Основное состояние находится при энергии связи -8.6894 МэВ [23] в  $p^{+10}\text{В}$ -канале и имеет момент  $3/2^-$ , являясь чистым по спине с  $S = 5/2$   ${}^6P_{3/2}$  уровнем.

1. Первое возбужденное состояние (ПВС) имеет энергию 2.000 МэВ относительно ОС или -6.6894 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $1/2^-$ , являясь, по-видимому,  ${}^6F_{1/2}$ -уровнем, которое мы рассматривать не будем из-за большого центробежного барьера.

2. Второе ВС имеет энергию 4.3188 МэВ относительно ОС или -4.3706 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $5/2^-$ , и может являться смешанным  ${}^{6+8}P_{5/2}$ -уровнем.

3. Третье ВС имеет энергию 4.8042 МэВ относительно ОС или -3.8852 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $3/2^-$ , являясь чистым по спине  ${}^6P_{3/2}$ -уровнем.

4. Четвертое ВС имеет энергию 6.3392 МэВ относительно ОС или -2.3502 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $1/2^+$ , являясь чистым  ${}^6D_{1/2}$ -уровнем.

5. Пятое ВС имеет энергию 6.4782 МэВ относительно ОС или -2.2112 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $7/2^-$ , являясь смешанным  ${}^{6+8}P_{7/2}$ -уровнем.

6. Шестое ВС имеет энергию 6.9048 МэВ относительно ОС или -1.7846 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $5/2^+$ , являясь чистым  ${}^6S_{5/2}$  или смешанным  ${}^{6+8}D_{5/2}$ -уровнем.

7. Седьмое ВС имеет энергию 7.4997 МэВ относительно ОС или -1.1897 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $3/2^+$ , являясь смешанным  ${}^{6+8}D_{3/2}$ -уровнем.

8. Восьмое ВС имеет энергию 8.1045 МэВ относительно ОС или -0.5849 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $3/2^-$ , являясь  ${}^6P_{3/2}$ -уровнем.

9. Девятое ВС имеет энергию 8.420 МэВ относительно ОС или -0.2694 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $5/2^-$ , являясь  ${}^{6+8}P_{5/2}$ -уровнем.

10. Десятое ВС имеет энергию 8.655 МэВ относительно ОС или -0.0344 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $7/2^+$ , являясь чистым  ${}^8S_{7/2}$  или смешанным  ${}^{6+8}D_{7/2}$ -уровнем.

11. Одиннадцатое ВС имеет энергию 8.699 МэВ относительно ОС или -0.0096 МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала и момент  $5/2^+$ , являясь чистым  ${}^6S_{5/2}$  или смешанным  ${}^{6+8}D_{5/2}$ -уровнем.

Будем учитывать далее только переходы на ВС, энергия связи которых в  $p^{10}\text{В}$ -канале более 1 МэВ, поскольку сечения захвата очень сильно уменьшаются с уменьшением этой энергии. Поэтому следует анализировать переходы на первые семь ВС. Переходы на  $D$ -состояния из  $S$ -волн имеют характер  $E2$ -процессов и рассматриваться не будут, поскольку известно, что их сечения на полтора-два порядка меньше. Переходы из  $P$ -волн рассеяния на такие  $D$ -связанные состояния будут подавлены из-за центробежного барьера, и также не будут рассматриваться.

Переходы из  ${}^6S$ -волны рассеяния на 6-е связанное  ${}^6S_{5/2}$ -состояние приводит к  $M1$ -переходам и рассматриваться не будут, а такой  $M1$ -переход на 10 и 11 ВС подавлен еще и по энергии связи. При низких энергиях переходы возможны в основном из  $S$ -волн рассеяния, поэтому при рассмотрении  $E1$ -переходов они возможны только на  $P$ -связанные состояния, например, такие переходы возможны на  ${}^6P_{3/2}$  ОС и 2, 3 и 5 ВС.

В частности, возможен  $E1$ -переход из  ${}^6S_{5/2}$ -волны рассеяния на  ${}^6P_{3/2}$  ОС и 3-е  ${}^6P_{3/2}$  ВС

$$1. {}^6S_{5/2} \rightarrow {}^6P_{3/2}^1 (GS).$$

Такой  $E1$ -переход возможен и из  ${}^6S_{5/2}$ -волны рассеяния на  ${}^6P_{3/2}$  третье ВС

$$2. {}^6S_{5/2} \rightarrow {}^6P_{3/2}^2 (3\_ES)$$

Можно рассматривать и  $E1$ -переход из  ${}^6S_{5/2}$ -волны рассеяния на 2-е ВС с  ${}^6P_{5/2}$

$$3. {}^6S_{5/2} \rightarrow {}^6P_{5/2} (2\_ES)$$

А также из  ${}^8S_{7/2}$ -волны на это же состояние  ${}^8P_{5/2}$

$$4. {}^8S_{7/2} \rightarrow {}^8P_{5/2} (2\_ES).$$

Поскольку в рамках используемой модели разделить по спином 2-е ВС не представляется возможным, т.е. построить можно только потенциал  $P_{5/2}$ , то реально будет рассмотрен переход типа  ${}^8S_{7/2} + {}^6S_{5/2} \rightarrow P_{5/2} (2\_ES)$  и сечения этих двух переходов будут суммироваться, поскольку

в начальном состоянии имеется две разные волны рассеяния, т.е.  $\sigma = \sigma(^6S_{5/2} \rightarrow ^6P_{5/2}) + \sigma(^8S_{7/2} \rightarrow ^8P_{5/2})$ .

То же самое относится к  $E1$ -переходам на 5-е ВС, а именно будем рассматривать процессы

$$5. \ ^8S_{7/2} + ^6S_{5/2} \rightarrow ^{6+8}P_{7/2} (5\_ES)$$

– здесь сечения двух переходов также будут суммироваться.

Кроме того, возможны в принципе и  $E1$ -переходы из всех трех  $^6P$ -волн рассеяния на 6-е  $^6S_{5/2}$ -связанное состояние

$$6. \ ^6P_{3/2} + ^6P_{5/2} + ^6P_{7/2} \rightarrow ^6S_{5/2} (6\_ES).$$

Здесь может проявляться вклад  $^6P_{3/2}$ -резонанса при 1.05 МэВ, но как видно из результатов работы [24] этот вклад очень мал. Кроме того, исходя из формы  $S$ -фактора  $p^{10}\text{В}$ -захвата резонанс при 0.56 МэВ [24] в  $^6S_{5/2}$ -волне также практически не заметен из-за его большой ширины.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Вильдермут Л., Тан Я. Единая теория ядра. М.: Мир. 1980. 502 с.; Wildermuth K., Tang Y.C. A unified theory of the nucleus. Branschweig: Vieweg. – 1977. – 498 p.
- 2 Mertelmeir T., Hofmann H.M. Consistent cluster model description of the electromagnetic properties of lithium and beryllium nuclei // Nucl. Phys. – 1986. – V.A459. – P.387-416.
- 3 Descouvemont P., Dufour M. Microscopic cluster model // In: Clusters in Nuclei. V.2. Editor C. Beck. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag. – 2012. – 353 p.
- 4 Нестеров А.В. и др. Трехкластерное описание свойств легких ядер // ЭЧАЯ – 2010. – Т.41. – С.1337-1424; Nesterov A.V. et al. Three clusters description of light nuclei properties // Phys. Part. Nucl.– 2010. – V.41. – № 5. – P.716-765.
- 5 Немец О.Ф. и др. Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач. Киев: Наукова Думка. 1988. 488 с.; Nemets O.F., Neudatchin V.G., Rudchik A.T., Smirnov Y.F., Tchuvil'sky Yu.M. Nucleon association in atomic nuclei and the nuclear reactions of the many nucleons transfers. Kiev: Naukova dumka. 1988. – 488 p.
- 6 Дубовиченко С.Б. Термоядерные процессы Вселенной. Изд. второе, исправленное и дополненное. Серия «Казахстанские космические исследования». – Т.7. Алматы: А-три, – 2011. – 402 с.; Dubovichenko S.B. Thermonuclear Processes of the Universe. The 1-st English edition. New-York: NOVA Sci. Publ. – 2012. – 194 p.; [https://www.novapublishers.com/catalog/product\\_info.php?products\\_id=31125](https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=31125).
- 7 Дубовиченко С.Б. Избранные методы ядерной астрофизики. Изд. третье, исправленное и дополненное. Germany, Saarbrucken: Lambert Academy Publ. GmbH&Co. KG. 2013. 480 с.; <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/gb/book/978-3-8465-8905-2/Избранные-методы-ядерной-астрофизики>.
- 8 Дубовиченко С.Б., Узиков Ю.Н. Астрофизические S-факторы реакций с легкими атомными ядрами // ЭЧАЯ. – 2011. – Т.42. – С.478.
- 9 Dubovichenko S.B. and Dzhazairov-Kakhramanov A.V. Examination of astrophysical S-factors of  $p^2\text{H}$ ,  $p^6\text{Li}$ ,  $p^7\text{Li}$ ,  $p^{12}\text{C}$  and  $p^{13}\text{C}$  radiative capture reactions // Int. J. Mod. Phys. – 2012. – V.E 21. – P.1250039-1.
- 10 Ядерная астрофизика, под. ред. Ч. Барнса, Д. Клейтона, Д. Шрама. Мир, Москва. – 1986.
- 11 Капитонов И.М., Иуханов Б.С., Тутынь И.А. Нуклеосинтез во Вселенной. Либроком, Москва. – 2009.
- 12 Dubovichenko S.B. and Dzhazairov-Kakhramanov A.V. Astrophysical S-factors of proton radiative capture in thermonuclear reactions in the Stars and the Universe // In The Big Bang: Theory, Assumptions and Problems. NOVA Sci. Publ., New-York 2012. P.1-60; [https://www.novapublishers.com/catalog/product\\_info.php?products\\_id=21109](https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=21109).
- 13 Неудачин В.Г., Сахарук А.А., Смирнов Ю.Ф. Обобщенное потенциальное описание взаимодействия легчайших кластеров – рассеяние и фотоядерные реакции // ЭЧАЯ 1992. Т.23. С.480-541; Неудачин В. Г., Стружко Б. Г., Лебедев В. М. Супермультиплетная потенциальная модель взаимодействия легчайших кластеров и единое описание различных ядерных реакций // ЭЧАЯ 2005. – Т.36. – С.890-941.
- 14 Neudatchin V.G. et al. Generalized potential model description of mutual scattering of the lightest  $p^2\text{H}$ ,  $^2\text{H}^3\text{He}$  nuclei and the corresponding photonuclear reactions // Phys. Rev. 1992. V.C45. P.1512-1527.
- 15 Дубовиченко С.Б. Астрофизические S – факторы радиационного  $^3\text{He}^4\text{He}$ ,  $^3\text{H}^4\text{He}$  и  $^2\text{H}^4\text{He}$  захвата // ЯФ 2010. – Т.73. – С.1573.
- 16 Dubovichenko S.B., Dzhazairov-Kakhramanov A.V. The  $^7\text{Li}(n,\gamma)^8\text{Li}$  radiative capture at astrophysical energies // Ann. der Phys. – 2012. – V.524. P.850-861.
- 17 Dubovichenko S.B. Dzhazairov-Kakhramanov A.V. Astrophysical S-factor of the radiative  $p^2\text{H}$  capture // Euro. Phys. Jour. – 2009. – V.A39. P.139-143.
- 18 Adelberger E.G. et al. Solar fusion cross sections. II. The pp chain and CNO cycles // Rev. Mod. Phys. – 2011. – V.83. – P.195-245.
- 19 Дубовиченко С.Б. Легкие ядра и ядерная астрофизика. Изд. второе, исправленное и дополненное. Germany, Saarbrucken: Lambert Acad. Publ. GmbH&Co. KG. – 2013. – 316 с.
- 20 Kukulin V.I., Neudatchin V.G., Obukhovskiy I.T. and Smirnov Yu.F. Clusters as subsystems in light nuclei // In: Clustering Phenomena in Nuclei edited by K. Wildermuth and P. Kramer. Branschweig: Vieweg. – 1983. V.3. P.1.
- 21 Tilley D.R. et al. Energy Levels of Light Nuclei A = 10 // Nucl. Phys. 2004. V.A745. P.155.

- 22 Ajzenberg-Selove F. Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11, 12$  // Nucl. Phys. 1990. – V.A506. P.1.  
 23 Kelley J.H. et al. Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11$  // Nucl. Phys. – 2012. – V.A880. P.88.  
 24 Angulo C. et al. A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates // Nucl. Phys. 1999. V.A656. P.3-183.

## REFERENCES

- 1 Vil'dermut L., Tan Ja. *Edinaja teorija jadra. M.: Mir. 1980.* 502s.; (in Russ.) Wildermut K., Tang Y.C. *A unified theory of the nucleus. Branschweig: Vieweg. – 1977.* – 498 p.  
 2 Mertelmeir T., Hofmann H.M. *Consistent cluster model description of the elec-tromagnetic properties of lithium and beryllium nuclei. Nucl. Phys. 1986.* V.A459. P.387-416.  
 3 Descouvemont P., Dufour M. *Microscopic cluster model. In: Clusters in Nu-clei. V.2. Editor C. Beck. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag. 2012.* 353 p.  
 4 Nesterov A.V. i dr. *Trehklasternoe opisaniye svojstv legkih jader. JeChAJa 2010.* T.41. S.1337-1424; (in Russ.) Nesterov A.V. et al. *Three clusters description of light nuclei properties. Phys. Part. Nucl. 2010.* V.41. № 5. P.716-765.  
 5 Nemeč O.F. i dr. *Nuklonnyye asociacii v atomnyh jadrach i jadernyye reak-cii mnogonuklonnyh peredach. Kiev: Naukova Dumka. 1988.* 488 s.; (in Russ.) Nemets O.F., Neudatchin V.G., Rudchik A.T., Smirnov Y.F., Tchuviľ'sky Yu.M. *Nucleon associa-tion in atomic nuclei and the nuclear reactions of the many nucleons transfers. Kiev: Naukova dumka. 1988.* 488 p.  
 6 Dubovichenko S.B. *Termojadernyye processy Vseľennoj. Izd. vtoroe, isprav-lennoe i dopolnennoe. Seriya «Kazahstanskije kosmicheskie issledovaniya». T.7. Almaty: A-tri, 2011.* 402 s.; (in Russ.) Dubovichenko S.B. *Thermonuclear Processes of the Universe. The 1-st English edition. New-York: NOVA Sci. Publ. 2012.* 194 p.; [https://www.novapublishers.com/catalog/product\\_info.php?products\\_id=31125](https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=31125).  
 7 Dubovichenko S.B. *Izbrannyye metody jadernoj astrofiziki. Izd. tret'e, ispravlennoe i dopolnennoe. Germany, Saarbrucken: Lambert Academy Publ. GmbH&Co. KG. 2013.* 480 s.; <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/gb/book/978-3-8465-8905-2/Izbrannyye-metody-jadernoj-astrofiziki>. (in Russ.)  
 8 Dubovichenko S.B., Uzikov Ju.N. *Astrofizicheskie S-factory reakcij s legkimi atomnymi jadrami. JeChAJa 2011.* T.42. S.478. (in Russ.)  
 9 Dubovichenko S.B. and Dzhazairov-Kakhramanov A.V. *Examination of astro-physical S-factors of  $r^2H$ ,  $p^6Li$ ,  $p^7Li$ ,  $p^{12}C$  radiative capture reactions. Int. J. Mod. Phys. 2012.* V.E 21. P.1250039-1.  
 10 *Jadernaja astrofizika*, pod. red. Ch. Barnsa, D. Klejtona, D. Shrama. Mir, Moskva, 1986. (in Russ.).  
 11 Kapitonov I.M., Ishhanov B.S., Tutyn' I.A. *Nukleosintez vo Vseľennoj. Librokom, Moskva, 2009.* (in Russ.).  
 12 Dubovichenko S.B. and Dzhazairov-Kakhramanov A.V. *Astrophysical S-factors of proton radiative capture in thermonuclear reactions in the Stars and the Universe. In The Big Bang: Theory, Assumptions and Problems. NOVA Sci. Publ., New-York 2012.* R.1-60; [https://www.novapublishers.com/catalog/product\\_info.php?products\\_id=21109](https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=21109).  
 13 Neudachin V.G., Saharuk A.A., Smirnov Ju.F. *Obobshhennoe potencial'noe opisaniye vzaimodejstvija legchajshih klasterov - rassejaniye i fotojadernyye reak-cii. JeChAJa 1992.* T.23. S.480-541; Neudachin V. G., Struzhko B. G., Lebedev V. M. *Supermul'tipljetnaja potencial'naja model' vzaimodejstvija legchajshih klaste-rov i edinoe opisaniye razlichnyh jadernyh reakcij. JeChAJa 2005.* T.36. S.890-941. (in Russ.).  
 14 Neudachin V.G. et al. *Generalized potential model description of mutual scattering of the lightest  $p^2H$ ,  $^2H^3He$  nuclei and the corresponding photonuclear reactions. Phys. Rev. 1992.* V.C45. P.1512-1527.  
 15 Dubovichenko S.B. *Astrofizicheskie S - factory radiacionnogo  $^3Ne^4Ne$ ,  $^3N^4Ne$  i  $^2N^4Ne$  zahvata. JaF. 2010.* T.73. S.1573. (in Russ.).  
 16 Dubovichenko S.B., Dzhazairov-Kakhramanov A.V. *The  $^7Li(n,\gamma)^8Li$  radiative capture at astrophysical energies. Ann. der Phys. 2012.* V.524. P.850-861.  
 17 Dubovichenko S.B. Dzhazairov-Kakhramanov A.V. *Astrophysical S-factor of the radiative  $p^2H$  capture. Euro. Phys. Jour. 2009.* V.A39. P.139-143.  
 18 Adelberger E.G. et al. *Solar fusion cross sections. II. The pp chain and CNO cycles. Rev. Mod. Phys. 2011.* V.83. P.195-245.  
 19 Dubovichenko S.B. *Legkie jadra i jadernaja astrofizika. Izd. vtoroe, is-pravlennoe i dopolnennoe. Germany, Saarbrucken: Lambert Acad. Publ. GmbH&Co. KG. 2013.* 316c. (in Russ.).  
 20 Kukulín V.I., Neudachin V.G., Obukhovskiy I.T. and Smirnov Yu.F. *Clusters as subsystems in light nuclei. In: Clustering Phenomena in Nuclei edited by K. Wildermuth and P. Kramer. Branschweig: Vieweg. 1983.* V.3. R.1.  
 21 Tilley D.R. et al. *Energy Levels of Light Nuclei  $A = 10$ . Nucl. Phys. 2004.* V.A745. P.155.  
 22 Ajzenberg-Selove F. *Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11, 12$ . Nucl. Phys. 1990.* V.A506. P.1.  
 23 Kelley J.H. et al. *Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11$ . Nucl. Phys. 2012.* V.A880. P.88.  
 24 Angulo S. et al. *A compilation of charged-particle induced thermonuclear re-action rates. Nucl. Phys. 1999.* V.A656. P.3-183.

### Резюме

*С. Б. Дубовиченко, Д. Н. Адильбеков, А. С. Ткаченко*

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова НЦКИТ НКА РК, г. Алматы)

### РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ ПРОТОНА НА $^{10}\text{B}$ . I

Рассмотрена возможность описания полных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата в модифицированной потенциальной кластерной модели с запрещенными состояниями при астрофизических энергиях. Для определения наличия и количества запрещенных состояний в каждой парциальной волне использовалась классификация орбитальных состояний кластеров по схемам Юнга. Потенциал связанного состояния строился на основе описания характеристик основного состояния ядра  $^{11}\text{C}$ . Потенциалы непрерывного спектра согласованы с фазами упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния при энергиях до 1 МэВ. Используемая модель и методы построения потенциалов позволяют в целом правильно передать общее поведение экспериментальных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата.

### Резюме

*С. Б. Дубовиченко, Д. Н. Әділбеков, А. С. Ткаченко*

(ҚР Ұлттық ғарыштық агенттігі «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы»  
В.Г.Фесенков атындағы Астрофизикалық институты, Алматы)

### $^{10}\text{B}$ -ДАҒЫ РАДИАЦИЯЛЫҚ ПРОТОН ҚАРМАУЫ. I

Астрофизикалық энергиялардағы модификацияланған потенциалдық кластерлік модельдің тыйым салынған күйлері бар радиациялық  $p^{10}\text{B}$ -қармауының толық қималарын сипаттау мүмкіндігі қарастырылған. Әрбір парциалды толқынның рұқсат етілмеген күйлерінде бар болуы және оның санын анықтау үшін Юнг схемалары бойынша орбиталық күйлері кластерлерінің классификациясы пайдаланылған. Байланған күйдің потенциалы  $^{11}\text{C}$  ядросының негізгі күйінің қасиеттерін сипаттау негізінде құрастырылған. 1 МэВ-ге дейін энергияларда үздіксіз спектр потенциалдары  $p^{10}\text{B}$  серпімді шашырау фазаларымен сәйкестендірілген. Қолданған модель және потенциал құру әдістері радиациялық  $p^{10}\text{B}$ -қармауының эксперименталды қимасының жалпы сипатын негізінен дұрыс көрсетуге мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** ядралық физика, радиациялық қармау реакциясы,  $p^{10}\text{B}$  жүйесі.

### Summary

*S. B. Dubovichenko, D. N. Adilbekov, A. S. Tkachenko*

(V.G.Fessenkov Astrophysical institute «NCSRT» NSA RK, Almaty)

### RADIATIVE PROTON CAPTURE ON $^{10}\text{B}$ . I

The possibility of description of radiative  $p^{10}\text{B}$  capture total cross sections within the modified potential cluster model with forbidden states at astrophysical energies was considered. To determine the availability and a number of forbidden states in every partial wave the classification of the orbital states of clusters according to the Young diagrams was used. The potential of bound state was constructed based on description of the characteristics of the ground state of  $^{11}\text{C}$  nucleus. The potentials of continuous spectrum are fitted to the phases of  $p^{10}\text{B}$  elastic scattering with the energies up to 1 MeV. Within the used model and the methods of constructing the potentials allow to convey the general behavior of the experimental cross sections of radiative  $p^{10}\text{B}$  capture.

*Поступила 04.2014 г.*



С. Б. ДУБОВИЧЕНКО, Д. Н. АДильБЕКОВ, А. С. ТКАЧЕНКО

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова НЦ КИТ НКА РК, г. Алматы)

**РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ ПРОТОНА НА  $^{10}\text{B}$ . II**

**Аннотация.** Рассмотрена возможность описания полных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата в модифицированной потенциальной кластерной модели с запрещенными состояниями при астрофизических энергиях. Для определения наличия и количества запрещенных состояний в каждой парциальной волне использовалась классификация орбитальных состояний кластеров по схемам Юнга. Потенциал связанного состояния строился на основе описания характеристик основного состояния ядра  $^{11}\text{C}$ . Потенциалы непрерывного спектра согласованы с фазами упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния при энергиях до 1 МэВ. Используемая модель и методы построения потенциалов позволяют в целом правильно передать общее поведение экспериментальных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата.

**Ключевые слова:** ядерная физика, реакция радиационного захвата,  $p^{10}\text{B}$  система.

**Тірек сөздер:** ядролық физика, радиациялық кармау реакциясы,  $p^{10}\text{B}$  жүйесі.

**Keywords:** nuclear physics, radiative capture reaction,  $p^{10}\text{B}$  system.

Продолжая рассмотрение процесса радиационного захвата  $p^{10}\text{B}$ , остановимся на классификации орбитальных состояний в этой системе.

**Классификация  $p^{10}\text{B}$  состояний по схемам Юнга**

Рассмотрим далее классификацию кластерных состояний в  $p^{10}\text{B}$ -системе. Предположим, что для  $^{10}\text{B}$  можно принять орбитальную схему Юнга в виде  $\{442\}$  [1], поэтому для  $p^{10}\text{B}$ -системы имеем  $\{1\} \times \{442\} \rightarrow \{542\} + \{443\} + \{4421\}$  [2]. Первая из полученных схем совместима с орбитальными моментами  $L = 0, 2, 3, 4$  и является запрещенной, поскольку в  $s$ -оболочке не может быть пять нуклонов, вторая схема разрешена и совместима с орбитальным моментом  $L = 1, 2, 3, 4$ , а третья, также разрешенная, совместима с  $L = 1, 2, 3$  [2]. Будем для определенности считать далее, что ЗС в  $S$ -волне является связанным.

Заметим, что отсутствие таблиц произведения схем Юнга для числа частиц 10 и 11 делает невозможным точную классификацию кластерных состояний в рассматриваемой системе частиц. Однако даже столь качественная оценка орбитальных симметрий позволяет определить наличие ЗС в  $S$  и  $D$ -волнах и отсутствие ЗС для  $P$ -состояний. Именно такая структура ЗС и РС в разных парциальных волнах позволяет далее построить потенциалы межкластерного взаимодействия необходимые для расчетов полных сечений рассматриваемой реакции радиационного захвата.

Таким образом, ограничиваясь только низшими парциальными волнами с орбитальным моментом  $L = 0, 1$  и  $2$  можно сказать, что для  $p^{10}\text{B}$ -системы в потенциалах  $P$ -волн присутствует только разрешенное связанное состояние, а в  $S$  и  $D$ -волнах имеется запрещенное связанное состояние. Разрешенное в  $D$ -волне состояние не обязательно должно быть связанным и может находиться в непрерывном спектре. Разрешенное состояние в  ${}^6P_{3/2}$ -волне, соответствует ОС  $^{11}\text{C}$  с  $J^\pi, T = 3/2, 1/2$  и находится при энергии связи  $p^{11}\text{B}$ -системы  $-8.6894$  МэВ [7].

Обратим внимание, что  $P$  волна, в которой присутствует ОС, соответствует двум разрешенным схемам Юнга  $\{443\}$  и  $\{4421\}$ . Ситуация здесь аналогична системе  $\text{N}^2\text{H}$  [4], когда потенциалы для процессов рассеяния зависят от двух схем Юнга, а для ОС только от одной. Поэтому и здесь будем считать, что потенциал ОС соответствует одной схеме  $\{443\}$  [2,4]. В результате потенциалы СС и процессов рассеяния оказываются различными, поскольку зависят от разного набора схем Юнга.

**Построение потенциалов  $p^{10}\text{B}$  взаимодействия**

Остановимся теперь более подробно на процедуре построения используемых здесь межкластерных парциальных потенциалов при заданном орбитальном моменте  $L$  в виде гауссова центрального потенциала, определив критерии и последовательность нахождения параметров и указав их ошибки и неоднозначности. В первую очередь находятся параметры потенциалов СС,

которые при заданном числе разрешенных и запрещенных в данной парциальной волне состояний фиксируются вполне однозначно по энергии связи, радиусу ядра и асимптотической константе (АК) в рассматриваемом канале. Точность, с которой таким образом определяются параметры потенциала СС, связана, в основном, с точностью АК, которая обычно составляет  $10 \div 20\%$ , поскольку точность определения зарядового радиуса, как правило, намного выше –  $3 \div 5\%$ . Других неоднозначностей, свойственных оптической модели (ОМ) [3], такой потенциал не содержит, поскольку классификация состояний по схемам Юнга позволяет однозначно фиксировать число СС, запрещенных или разрешенных в данной парциальной волне, которое полностью определяет его глубину, а ширина потенциала целиком зависит от величины АК [4,5].

Межкластерный потенциал нерезонансного процесса рассеяния по фазам рассеяния при заданном числе СС, разрешенных и запрещенных в рассматриваемой парциальной волне, также строится вполне однозначно. Точность определения параметров такого потенциала связана, в первую очередь, с точностью извлечения фаз рассеяния из экспериментальных данных и может достигать  $20 \div 30\%$ . Такой потенциал также не содержит неоднозначностей, поскольку классификация состояний по схемам Юнга позволяет однозначно фиксировать число СС, которое полностью определяет его глубину, а ширина потенциала при заданной глубине определяется формой фазы рассеяния. При построении нерезонансного потенциала рассеяния по данным о спектрах ядра в определенном канале сложно оценить точность нахождения его параметров даже при заданном числе СС, хотя можно, по-видимому, надеяться, что она имеет величину, как в предыдущем случае. Такой потенциал, как обычно предполагается для области энергий до 1 МэВ, должен приводить к фазе рассеяния близкой к нулю или давать плавно спадающую форму фазы, поскольку в спектрах ядра отсутствуют резонансные уровни. При анализе резонансного рассеяния, когда в рассматриваемой парциальной волне при энергиях ниже 1 МэВ присутствует резонанс, при заданном числе СС, потенциал также строится полностью однозначно. При заданном числе СС его глубина однозначно фиксируется по резонансной энергии уровня, а ширина полностью определяется шириной такого резонанса. Ошибка его параметров обычно не превышает ошибки определения ширины такого уровня и составляет обычно  $3 \div 5\%$ . Причем это относится и к построению парциального потенциала по фазам рассеяния и определению его параметров по резонансу в спектрах ядра [6].

В результате все потенциалы не содержат неоднозначностей, свойственных ОМ [3], содержат не очень большие ошибки своих параметров и позволяют, как правило, правильно описывать полные сечения процессов радиационного захвата, без привлечения такого понятия, как спектроскопический фактор  $S_f$ , т.е. его величина просто принималась равной единице. Иначе говоря, при рассмотрении реакции захвата в МПКМ для потенциалов согласованных в непрерывном спектре с характеристиками процессов рассеяния, которые учитывают резонансную форму фаз, и дискретного спектра, описывающих основные свойства СС ядра уже не требуется вводить дополнительный множитель  $S_f$ . По-видимому, все присутствующие в реакции эффекты, включая вероятность кластерной конфигурации, определяемой коэффициентом  $S_f$ , учитываются при таком построении потенциалов межкластерного взаимодействия. Это оказывается возможным потому, что потенциалы строятся с учетом структуры ЗС и на основе описания наблюдаемых, т.е. экспериментальных характеристик взаимодействующих кластеров в начальном канале и образовавшегося в конечном состоянии некоторого ядра при описании его кластерной структурой, состоящей из начальных частиц. Тем самым присутствие эффектов, которые дает коэффициент  $S_f$ , уже учитывается в волновых функциях СС кластеров, определяемых на основе полученных потенциалов при решении уравнения Шредингера

$$\chi''_L(r) + [k^2 - V(r) - V_{\text{coul}}(r) - L(L+1)/r^2] \chi_L(r) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $V(r)$  – межкластерный ядерный потенциал,  $V_{\text{coul}}(r)$  – кулоновский потенциал,  $k$  – волновое число, определяемое энергией  $E$  взаимодействия частиц и равное  $k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} E$ , а константа  $\hbar^2 / m_0$ , где  $m_0$  – атомная единица массы (а.е.м.), обычно принимается равной  $41.4686 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^2$ . Для

построения центральных межкластерных потенциалов используем гауссов вид взаимодействия  $V(r) = -V_0 \exp(-\alpha r^2)$

с точечным кулоновским членом  $V_c(\text{МэВ}) = 1.439975 \frac{Z_1 Z_2}{r(\text{Фм})}$ . Поскольку в  ${}^8S_{7/2}$ -волне рассеяния

не наблюдается резонансов, рассмотрим для нее потенциал с ЗС, приводящий в области энергий до 1 МэВ практически к нулевым фазам рассеяния

$$V_0 = 170.0 \text{ МэВ и } \alpha = 0.5 \text{ Фм.} \quad (2)$$

Такой потенциал дает фазы рассеяния менее  $0.1^\circ$  в области энергии до 1 МэВ. Поскольку в будущем мы можем рассматривать  $E1$ -переходы из  ${}^6S_{5/2}$  и  ${}^8S_{7/2}$ -волн рассеяния не только на  ${}^6P_{3/2}$  ОС, но и на второе  ${}^{6+8}P_{5/2}$ , третье  ${}^6P_{3/2}$  и пятое  ${}^{6+8}P_{7/2}$  ВС, то получим вначале потенциалы этих СС.

Как уже говорилось, основное состояние находится при энергии связи -8.6894 МэВ в  $p^{10}$ -канале и имеет момент  $3/2$ , являясь чистым по спину с  $S = 5/2$   ${}^6P_{3/2}$ -уровнем [7]. Поскольку нам не удалось найти данные по зарядовому радиусу  ${}^{11}\text{C}$ , будем считать, что он мало отличается от радиуса  ${}^{11}\text{B}$ , равного 2.43(11) Фм [10]. Радиус  ${}^{10}\text{B}$  известен и равен 2.4277(499) Фм [9], а радиус протона имеет величину 0.8775(51) Фм [9]. В результате получены параметры потенциала  ${}^6P_{3/2}$  ОС без ЗС, как это следует из приведенной выше классификации ЗС и РС по схемам Юнга для  $p^{10}$ -системы

$$V_0 = 337.1459 \text{ МэВ и } \alpha = 1.0 \text{ Фм.} \quad (3)$$

Он приводит к зарядовому радиусу 2.32 Фм, энергии связи -8.6894 МэВ при точности  $10^{-4}$  [11] и АК равной 1.16 на интервале 2-10 Фм. Фаза рассеяния такого потенциала плавно спадает от  $180^\circ$  при нулевой энергии до  $179^\circ$  при 1 МэВ. Нами используется безразмерная величина АК, определяемая через функции Уиттекера в виде [12]

$$R_{JL}(r) = \frac{\chi_{JL}(r)}{r} = \sqrt{2k_0} C_W W_{-\eta L+1/2}(2k_0 r).$$

В работе [13] для квадрата АК ОС приводится величина 8.9(8)  $\text{Фм}^{-1}$ , которая содержит множитель «б» связанный с перестановкой нуклонов [14]. Тогда для размерной АК получаем 1.22(5)  $\text{Фм}^{-1/2}$  [13]. Поскольку  $\sqrt{2k_0} = 1.11$ , то для безразмерной величины АК имеем 1.10(5), что хорошо согласуется с полученной выше величины.

Второе ВС имеет энергию -4.3708 относительно порога  $p^{10}$ -канала с моментом  $5/2$  и является  ${}^{6+8}P_{5/2}$ -уровнем [8]. Для параметров такого потенциала получим

$$V_0 = 1458.6185 \text{ МэВ и } \alpha = 5.0 \text{ Фм.} \quad (4)$$

Потенциал приводит к радиусу 2.28 Фм, энергии связи -4.3708 МэВ и АК равной 0.48(1) на интервале 2-13 Фм. Фаза рассеяния потенциала (4) плавно спадает до  $179^\circ$  при 1 МэВ.

В работе [13] для квадрата АК этого ВС приводится величина 1.14(11)  $\text{Фм}^{-1}$ , которая также содержит множитель «б» связанный с перестановкой нуклонов [14]. Тогда для размерной АК получаем 0.44(2)  $\text{Фм}^{-1/2}$ . Поскольку  $\sqrt{2k_0} = 0.94$ , то для безразмерной величины АК имеем 0.47(2), что также хорошо согласуется с полученной выше величины.

Третье ВС имеет энергию -3.8854 относительно порога  $p^{10}$ -канала с моментом  $3/2$ , являясь чистым  ${}^6P_{3/2}$ -уровнем [8]. Для этого потенциала получим

$$V_0 = 891.8045 \text{ МэВ и } \alpha = 3.0 \text{ Фм.} \quad (5)$$

Он приводит к зарядовому радиусу 2.29 Фм, энергии связи в  $p^{10}$ -канале равной -3.8854 МэВ и АК равной 0.57(1) на интервале 2-12 Фм. Фаза рассеяния потенциала (4) плавно спадает до  $179^\circ$  при 1 МэВ.

Пятое ВС имеет энергию  $-2.2114$  МэВ относительно порога  $p^{10}\text{В}$ -канала с моментом  $7/2^-$ , являясь  $^{6+8}P_{7/2}$ -уровнем [8]. Практически не изменяя ширину, для глубины потенциала получим

$$V_0 = 741.981 \text{ МэВ и } \alpha = 2.5 \text{ Фм.} \quad (6)$$

Потенциал приводит к зарядовому радиусу  $2.31$  Фм, энергии связи в  $p^{10}\text{В}$ -канале равной  $-2.1114$  МэВ и АК равной  $0.56(1)$  на интервале  $2-15$  Фм. Фаза рассеяния потенциала (5) плавно спадает до  $179^\circ$  при  $1$  МэВ. В работе [13] для квадрата АК этого ВС приводится величина  $1.28(11)$  Фм $^{-1}$ , которая также содержит множитель «6» связанный с перестановкой нуклонов. Тогда для размерной АК получаем  $0.46(2)$  Фм $^{-1/2}$ . Поскольку  $\sqrt{2k_0} = 0.79$ , то для безразмерной величины АК имеем  $0.58(2)$ , что вполне согласуется с полученной выше величины.

Далее удастся построить и потенциал для  $^6S_{5/2}$ -резонанса, который находится при  $0.010(2)$  МэВ в л.с. с моментом  $J = 5/2^+$  при ширине  $16(1)$  кэВ в л.с. и соответствует уровню  $8.699$  МэВ ядра  $^{11}\text{C}$  [8]. Он имеет параметры

$$V_0 = 49.8 \text{ МэВ и } \alpha = 0.088 \text{ Фм,} \quad (7)$$

содержит ЗС и, как будет видно далее, практически правильно передает положение резонанса в полных сечениях радиационного  $p^{10}\text{В}$ -захвата при самых низких энергиях.

Можно построить и  $^6S_{5/2}$ -потенциал, содержащий резонанс при  $0.56(60)$  МэВ в л.с. с моментом  $J = 5/2^+$  при ширине  $550(100)$  кэВ в л.с., который соответствует уровню  $9.200(50)$  МэВ ядра  $^{11}\text{C}$  [8]. Он имеет параметры

$$V_0 = 18.293 \text{ МэВ и } \alpha = 0.033 \text{ Фм,} \quad (8)$$

содержит ЗС, правильно передает энергию резонанса  $560(1)$  кэВ при ширине  $570(5)$  кэВ, а его фаза показана на рис.1 непрерывной кривой. Величина фазы рассеяния при резонансной энергии равна  $90.0^\circ(5)$ .

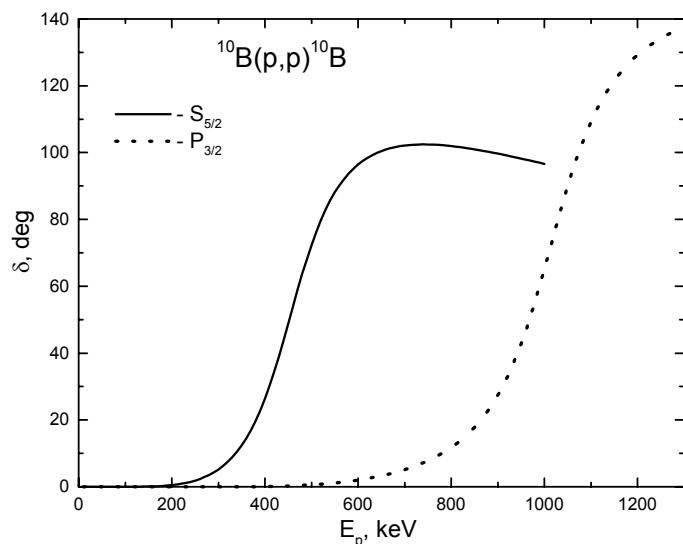


Рисунок 1 –  $S_{5/2}$ ,  $P_{3/2}$  и  $D_{5/2}$ -фазы упругого  $p^{10}\text{В}$ -рассеяния при низких энергиях.

при радиационном  $p^{10}\text{В}$ -захвате. Потенциалы удовлетворяют классификации ЗС и РС по схемам Юнга [15], а их фазы подчиняются обобщенной теореме Левинсона [16].

Для  $^6P_{3/2}$ -резонанса при  $1.050(60)$  МэВ с шириной  $230(50)$  кэВ в л.с. получены пара-метры потенциала без ЗС

$$V_0 = 31.5 \text{ МэВ и } \alpha = 0.1 \text{ Фм.} \quad (9)$$

Такой потенциал приводит к резонансу при  $1050(1)$  кэВ с шириной  $250(5)$  кэВ, а его фаза показана на рис.1 точечной кривой. Фазы всех остальных  $^{6+8}P$ -потенциалов рассеяния будем считать близкими к нулю, поскольку они не содержат резонансов и ЗС. Иначе говоря, глубину всех других  $P$ -потенциалов можно просто считать равной или близкой к нулю.

Таким образом, выше были получены потенциалы для всех фаз рассеяния и СС (ОС и ВС), которые могут потребоваться далее для выполнения расчетов  $E1$  и  $M1$ -переходов

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Дубовиченко С.Б. Радиационный  $n^{10}\text{B}$  захват при тепловых и астрофизических энергиях // Изв. ВУЗов Физика -2014. (В печати).
- 2 Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М.: Наука. – 1969. – 414 с.
- 3 Ходгсон П.Е. Оптическая модель упругого рассеяния. М.: Атомиздат. – 1966. – 230 с.
- 4 Дубовиченко С.Б. Термоядерные процессы Вселенной. Изд. второе, исправленное и дополненное. Серия «Казахстанские космические исследования». Т.7. Алматы: А-три, – 2011. – 402 с.
- 5 Dubovichenko S.B., Dzhazairov-Kakhramanov A.V., Burkova N.A. Neutron radiative capture by  $^2\text{H}$ ,  $^6\text{Li}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$  and  $^{13}\text{C}$  at astrophysical energies // Int. Jour. Mod. Phys. – 2013. – V.E22. – P. 1350028(1-52).
- 6 Дубовиченко С.Б. Захват нейтронов легкими ядрами при астрофизических энергиях // ЭЧАЯ- 2013. – Т.44. – № 5.
- 7 Ajzenberg-Selove F. Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11, 12$  // Nucl. Phys. – 1990. – V.A506. – P.1.
- 8 Kelley J.H. et al. Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11$  // Nucl. Phys. – 2012. – V.A880. – P.88.
- 9 <http://cdfc.sinp.msu.ru/cgi-bin/muh/radchartnucl.cgi?zmin=0&zmax=14&tdata=123456>.
- 10 [http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search\\_for=atomnuc!](http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search_for=atomnuc!)
- 11 Дубовиченко С.Б. Методы расчета ядерных характеристик. Ядерные и термоядерные процессы. Изд. второе, исправленное и дополненное. Germany, Saarbrucken: Lambert Acad. Publ. GmbH&Co. KG. – 2012. – 425с.
- 12 Plattner G.R., Viollier R.D. Coupling constants of commonly used nuclear probes // Nucl. Phys. – 1981. – V.A365. – P.8-12.
- 13 Artemov S.V. et al. Estimates of the astrophysical S-factors for proton radiative capture by  $^{10}\text{B}$  and  $^{24}\text{Mg}$  nuclei using the ancs from proton transfer reactions // Int. Jour. Mod. Phys. – 2010. – V.E19. – P.1102-1108.
- 14 Блохинцев Л.Д., Борбей И., Долинский Э.И. Ядерные вершинные константы // ЭЧАЯ -1977. – Т. 8. – С. 1189.
- 15 [http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search\\_for=atomnuc!](http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search_for=atomnuc!)
- 16 Немец О.Ф. и др. Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач. Киев: Наукова Думка. – 1988. – 488 с.

## REFERENCES

- 1 Dubovichenko S.B. *Radiacionnyj  $n^{10}\text{B}$  zahvat pri teplovyh i astrofizicheskikh jenergijah*. *Izv. VUZov Fizika*, **2014** (in Russ.).
- 2 Neudachin V.G., Smirnov Ju.F. *Nuklonnye associacii v legkih jadrah*. M.: Nauka. **1969**. 414 p. (in Russ.).
- 3 Hodgson P.E. *Opticheskaja model' uprugogo rassejanija*. M.: Atomizdat. **1966**. 230 p. (in Russ.).
- 4 Dubovichenko S.B. *Termojadernye processy Vselennoj. Izd. vtoroe, ispravlennoe i dopolnennoe. Serija «Kazahstanskije kosmicheskie issledovanija»*. T.7. Almaty: A-tri, **2011**. 402 p. (in Russ.).
5. Dubovichenko S.B., Dzhazairov-Kakhramanov A.V., Burkova N.A. *Neutron radiative capture by  $^2\text{H}$ ,  $^6\text{Li}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$  and  $^{13}\text{C}$  at astrophysical energies*. *Int. Jour. Mod. Phys.* **2013**. V.E22. P. 1350028(1-52).
- 6 Dubovichenko S.B. *Zahvat nejtronov legkimi jadrami pri astrofizicheskikh jenergijah*. *JeChAJa* **2013**. T.44. № 5. (in Russ.).
- 7 Ajzenberg-Selove F. *Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11, 12$* . *Nucl. Phys.* **1990**. V.A506. P.1.
- 8 Kelley J.H. et al. *Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11$* . *Nucl. Phys.* **2012**. V.A880. P.88.
- 9 <http://cdfc.sinp.msu.ru/cgi-bin/muh/radchartnucl.cgi?zmin=0&zmax=14&tdata=123456>.
- 10 [http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search\\_for=atomnuc!](http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search_for=atomnuc!)
- 11 Dubovichenko S.B. *Metody rascheta jadernyh harakteristik. Jadernye i termojadernye processy. Izd. vtoroe, ispravlennoe i dopolnennoe. Germany, Saarbrucken: Lambert Acad. Publ. GmbH&Co. KG*. **2012**. 425 p. (in Russ.).
- 12 Plattner G.R., Viollier R.D. *Coupling constants of commonly used nuclear probes*. *Nucl. Phys.* **1981**. V.A365. P.8-12.
- 13 Artemov S.V. et al. *Estimates of the astrophysical S-factors for proton radiative capture by  $^{10}\text{B}$  and  $^{24}\text{Mg}$  nuclei using the ancs from proton transfer reactions*. *Int. Jour. Mod. Phys.* **2010**. V.E19. P.1102-1108.
- 14 Blohincev L.D., Borbej I., Dolinskij Je.I. *Jadernye vershinnye konstanty*. *JeChAJa* **1977**. T. 8. S. 1189. (in Russ.).
- 15 [http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search\\_for=atomnuc!](http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp|search_for=atomnuc!)
- 16 Nemeц O.F. i dr. *Nuklonnye associacii v atomnyh jadrah i jadernye reakcii mnogonuklonnyh peredach*. Kiev: Naukova Dumka. **1988**. 488 p. (in Russ.).

### Резюме

*С. Б. Дубовиченко, Д. Н. Адильбеков, А. С. Ткаченко*

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова НЦКИТ НКА РК, г. Алматы)

#### РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ ПРОТОНА НА $^{10}\text{B}$ . II

Рассмотрена возможность описания полных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата в модифицированной потенциальной кластерной модели с запрещенными состояниями при астрофизических энергиях. Для определения наличия и количества запрещенных состояний в каждой парциальной волне использовалась классификация орбитальных состояний кластеров по схемам Юнга. Потенциал связанного состояния строился на основе описания характеристик основного состояния ядра  $^{11}\text{C}$ . Потенциалы непрерывного спектра согласованы с фазами упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния при энергиях до 1 МэВ. Используемая модель и методы построения потенциалов позволяют в целом правильно передать общее поведение экспериментальных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата.

### Резюме

*С. Б. Дубовиченко, Д. Н. Әділбеков, А. С. Ткаченко*

(ҚР Ұлттық ғарыштық агенттігі «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» В.Г.Фесенков атындағы Астрофизикалық институты, Алматы)

#### $^{10}\text{B}$ -ДАҒЫ РАДИАЦИЯЛЫҚ ПРОТОН ҚАРМАУЫ. II

Астрофизикалық энергиялардағы модификацияланған потенциалдық кластерлік модельдің тыйым салынған күйлері бар радиациялық  $p^{10}\text{B}$ -қармауының толық қималарын сипаттау мүмкіндігі қарастырылған. Әрбір парциалды толқынның рұқсат етілмеген күйлерінде бар болуы және оның санын анықтау үшін Юнг схемалары бойынша орбиталық күйлері кластерлерінің классификациясы пайдаланылған. Байланған күйдің потенциалы  $^{11}\text{C}$  ядросының негізгі күйінің қасиеттерін сипаттау негізінде құрастырылған. 1 МэВ-ге дейін энергияларда үздіксіз спектр потенциалдары  $p^{10}\text{B}$  серпімді шашырау фазаларымен сәйкестендірілген. Қолданған модель және потенциал құру әдістері радиациялық  $p^{10}\text{B}$ -қармауының эксперименталды қимасының жалпы сипатын негізінен дұрыс көрсетуге мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** ядролық физика, радиациялық қармау реакциясы,  $p^{10}\text{B}$ жүйесі.

### Summary

*S. B. Dubovichenko, D. N. Adilbekov, A. S. Tkachenko*

(V.G.Fessenkov Astrophysical institute «NCSRT» NSA RK, Almaty)

#### RADIATIVE PROTON CAPTURE ON $^{10}\text{B}$ . II

The possibility of description of radiative  $p^{10}\text{B}$  capture total cross sections within the modified potential cluster model with forbidden states at astrophysical energies was considered. To determine the availability and a number of forbidden states in every partial wave the classification of the orbital states of clusters according to the Young diagrams was used. The potential of bound state was constructed based on description of the characteristics of the ground state of  $^{11}\text{C}$  nucleus. The potentials of continuous spectrum are fitted to the phases of  $p^{10}\text{B}$  elastic scattering with the energies up to 1 MeV. Within the used model and the methods of constructing the potentials allow to convey the general behavior of the experimental cross sections of radiative  $p^{10}\text{B}$  capture.

*Поступила 04.2014 г*

С. Б. ДУБОВИЧЕНКО, Д. Н. АДильБЕКОВ, А. С. ТКАЧЕНКО

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова «НЦКИТ» НКА РК, г. Алматы)

**РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ ПРОТОНА НА  $^{10}\text{B}$ . III**

**Аннотация.** Рассмотрена возможность описания полных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата в модифицированной потенциальной кластерной модели с запрещенными состояниями при астро-физических энергиях. Для определения наличия и количества запрещенных состояний в каждой парциальной волне использовалась классификация орбитальных состояний кластеров по схемам Юнга. Потенциал связанного состояния строился на основе описания характеристик основного состояния ядра  $^{11}\text{C}$ . Потенциалы непрерывного спектра согласованы с фазами упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния при энергиях до 1 МэВ. Используемая модель и методы построения потенциалов позволяют в целом правильно передать общее поведение экспериментальных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата.

**Ключевые слова:** ядерная физика, реакция радиационного захвата,  $p^{10}\text{B}$  система.

**Тірек сөздер:** ядролық физика, радиациялық қармау реакциясы,  $p^{10}\text{B}$  жүйесі.

**Keywords:** nuclear physics, radiative capture reaction,  $p^{10}\text{B}$  system.

Продолжая рассмотрение процесса радиационного захвата  $p^{10}\text{B}$ , перейдем теперь к анализу полных сечений этой реакции.

**Полные сечения радиационного  $p^{10}\text{B}$  захвата**

В данной работе был рассмотрен астрофизический  $S$ -фактор радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата пока только на ОС ядра  $^{11}\text{C}$ , форма которого показана на рис.2 (нумерация рисунков продолжается с предыдущей статьи № 2) точками и квадратами [1,2]. Как видно из этого рисунка  $S$ -фактор не содержит явных резонансов при энергиях 560 или 1050 кэВ, для которых наблюдаются резонансные состояния в упругом  $p^{10}\text{B}$ -рассеянии [3]. Имеется только резонанс в области нулевых энергий, который соответствует резонансу в  $^6S_{5/2}$ -волне рассеяния при 10 кэВ. Потенциал для этого состояния строился исключительно на основе правильного описания резонанса в сечениях и  $S$ -факторе захвата. В результате были получены параметры (7), приведенные в предыдущей статье, а вид расчетного  $S$ -фактора  $p^{10}\text{B}$ -захвата для  $E1$ -перехода из  $^6S_{5/2}$ -волны рассеяния на  $^6P_{3/2}$  ОС приведен на рис.2 точечной кривой. Как видно из этого рисунка расчетный  $S$ -фактор приемлемо передает результаты двух экспериментальных измерений из работ [1,2] в области резонанса при 10 кэВ и до энергии, примерно, 0.25 МэВ.

Поскольку в области до 1.0 МэВ, которую мы рассматриваем,  $^6P_{3/2}$  и  $^6P_{5/2}$  волны рассеяния не имеют резонансов, будем считать далее, что их фазы близки к нулю, а поскольку они не содержат ЗС, то и глубину таких потенциалов в качестве первого варианта можно просто положить равной нулю. В качестве второго варианта, рассмотренного далее, можно считать, что такой потенциал должен иметь параметры, приводящие к фазам рассеяния близким к нулю.

В области до 1.0 МэВ  $S$ -фактор  $p^{10}\text{B}$ -захвата не носит резонансного характера, поэтому мы рассмотрели нерезонансные  $M1$ -переходы из  $^6P_{3/2}$  и  $^6P_{5/2}$ -волн рассеяния на  $^6P_{3/2}$  ОС – результаты расчета показаны на рис.2 штриховой кривой. Для эти х волн рассеяния использовались потенциалы с нулевой глубиной (первый вариант), поскольку они не содержат резонансов и ЗС и должны приводить к фазам близким или равным нулю. Непрерывной линией на рис.2 приведено суммарное сечение двух рассмотренных выше процессов, которое описывает  $S$ -фактор в области до 0.25-0.3 МэВ, причем, только за счет резонансного  $E1$ -перехода.

Мы не рассматривали далее резонансные процессы типа  $M1$  из  $^6P_{3/2}$ -волны рассеяния при 1.05 МэВ или  $E1$  из  $^6S_{5/2}$ -волны при 560 кэВ на ОС ядра  $^{11}\text{C}$ , поскольку они приводят к резонансам в расчетных сечениях, которые не наблюдаются в имеющихся изменениях полных сечений и астрофизического  $S$ -фактора реакции радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата при низких энергиях.

Поскольку результаты фазового анализа для упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния отсутствуют и нет точных значений фаз, то можно предположить, что фазы  ${}^6P_{3/2}$  и  ${}^6P_{5/2}$ -рассеяния не обязательно должны быть равны нулю, они вполне могут быть близкими к нулю, т.е. иметь величину порядка 1–2 градуса.

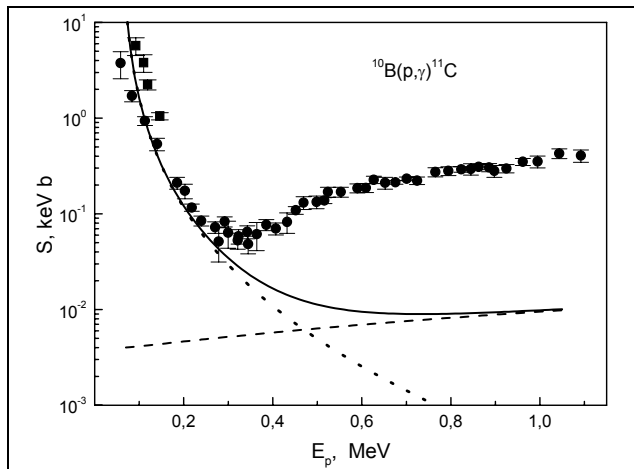


Рисунок 2 – Астрофизический S-фактор радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата на ОС. Эксперимент: точки (●) – [1], квадраты (■) – [2]

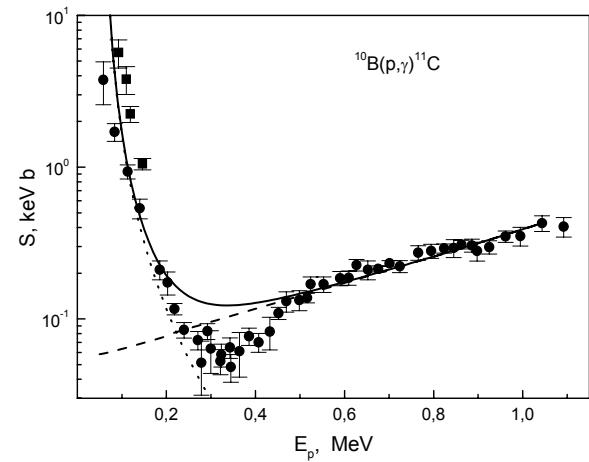


Рисунок 3 – Астрофизический S-фактор радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата на ОС. Эксперимент: точки (●) – [1], квадраты (■) – [2]

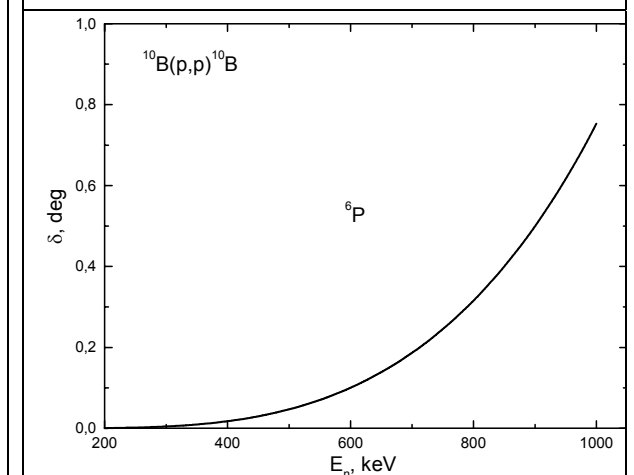


Рисунок 4 – P-фазы упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния при низких энергиях

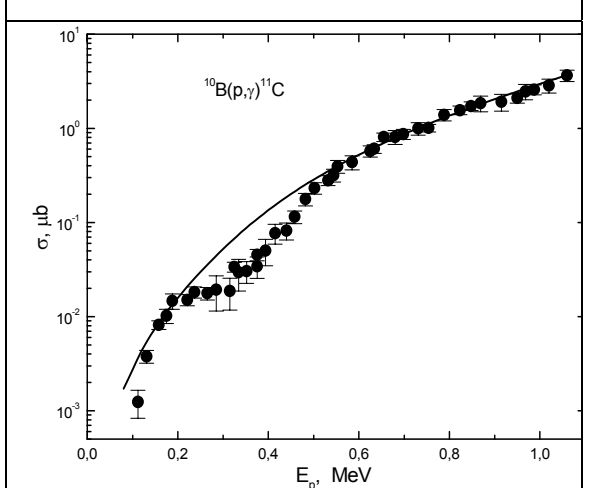


Рисунок 5 – Полные сечения радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата на ОС. Эксперимент: точки (●) – [1]

Поэтому попробуем выяснить, может ли нерезонансный  $M1$ -переход для некоторых  ${}^6P_{3/2}$  и  ${}^6P_{5/2}$ -потенциалов рассеяния позволить правильно передать общий ход  $S$ -фактора  $p^{10}\text{B}$ -захвата выше 0.25 МэВ и иметь фазы близкие к нулю. Оказалось, что параметры  ${}^6P_{3/2}$  и  ${}^6P_{5/2}$ -потенциалов без ЗС

$$V_0 = 291.0 \text{ МэВ и } \alpha = 1.0 \text{ Фм}$$

позволяют в целом правильно описать имеющиеся экспериментальные данные по  $S$ -фактору при энергиях до 1.0 МэВ, как это показано на рис.3 штриховой кривой. Непрерывная линия, по-прежнему, показывает суммарное полное сечений для рассмотренных  $M1$  и  $E1$ -переходов. Фаза рассеяния такого потенциала при 1.0 МэВ достигает 0.8 градуса и показана на рис.4. Этот результат вполне соответствует представлению о близости фазы к нулю и позволяет, как будет видно далее, приемлемо передать поведение полных сечений при энергиях до 1.0 МэВ.



На рис.5 показано полное сечение  $p^{10}\text{B}$ -радиационного захвата, которое соответствует приведенному на рис.3 астрофизическому  $S$ -фактору. Поскольку одна точка в  $S$ -факторе на рис.3 при самой низкой энергии из работы [1] не описывается, эта же точка лежит несколько ниже результатов проведенных расчетов и на рис.5. На рис.5 приведены только экспериментальные данные работы [1], а расчетный  $S$ -фактор при самых низких энергиях, как это видно на рис.3, лучше согласуется с данными работы [2].

Таблица 1 – Характеристики ядер и кластерных систем и ссылки на работы, в которых они рассматривались

№	Ядро ( $J^\pi, T$ )	Кластерный канал	$T_z$	$T$	Ссылка
1.	$^3\text{He} (1/2^+, 1/2)$	$p^2\text{H}$	$+ 1/2 + 0 = + 1/2$	1/2	[5]
2.	$^3\text{H} (1/2^+, 1/2)$	$n^2\text{H}$	$- 1/2 + 0 = - 1/2$	1/2	[6]
3.	$^4\text{He} (0^+, 0)$	$p^3\text{H}$	$+ 1/2 - 1/2 = 0$	0 + 1	[5]
4.	$^6\text{Li} (1^+, 0)$	$^2\text{H}^4\text{He}$	$0 + 0 = 0$	0	[5]
5.	$^7\text{Li} (3/2^-, 1/2)$	$^3\text{H}^4\text{He}$	$- 1/2 + 0 = - 1/2$	1/2	[5]
6.	$^7\text{Be} (3/2^-, 1/2)$	$^3\text{He}^4\text{He}$	$+ 1/2 + 0 = + 1/2$	1/2	[5]
7.	$^7\text{Be} (3/2^-, 1/2)$	$p^6\text{Li}$	$+ 1/2 + 0 = + 1/2$	1/2	[5]
8.	$^7\text{Li} (3/2^-, 1/2)$	$n^6\text{Li}$	$- 1/2 + 0 = - 1/2$	1/2	[6]
9.	$^8\text{Be} (0^+, 0)$	$p^7\text{Li}$	$+ 1/2 - 1/2 = 0$	0 + 1	[5]
10.	$^8\text{Li} (2^+, 1)$	$n^7\text{Li}$	$- 1/2 - 1/2 = - 1$	1	[6]
11.	$^{10}\text{B} (3^+, 0)$	$p^9\text{Be}$	$+ 1/2 - 1/2 = 0$	0 + 1	[5]
12.	$^{10}\text{Be} (0^+, 1)$	$n^9\text{Be}$	$- 1/2 - 1/2 = - 1$	1	[6]
13.	$^{11}\text{C} (3/2^-, 1/2)$	$p^{10}\text{B}$	$+ 1/2 + 0 = + 1/2$	1/2	Данная работа
14.	$^{11}\text{B} (3/2^-, 1/2)$	$n^{10}\text{B}$	$- 1/2 + 0 = - 1/2$	1/2	[7]
15.	$^{12}\text{C} (0^+, 0)$	$p^{11}\text{B}$	$+ 1/2 - 1/2 = 0$	0	[8]
16.	$^{12}\text{B} (1^+, 1)$	$n^{11}\text{B}$	$- 1/2 - 1/2 = - 1$	1	[9]
17.	$^{13}\text{N} (1/2^-, 1/2)$	$p^{12}\text{C}$	$+ 1/2 + 0 = + 1/2$	1/2	[5]
18.	$^{13}\text{C} (1/2^-, 1/2)$	$n^{12}\text{C}$	$- 1/2 + 0 = - 1/2$	1/2	[6]
19.	$^{14}\text{N} (1^+, 0)$	$p^{13}\text{C}$	$+ 1/2 - 1/2 = 0$	0 + 1	[10]
20.	$^{14}\text{C} (0^+, 1)$	$n^{13}\text{C}$	$- 1/2 - 1/2 = - 1$	1	[6]
21.	$^{15}\text{N} (1/2^-, 1/2)$	$p^{14}\text{C}$	$+ 1/2 - 1 = - 1/2$	1/2	[11]
22.	$^{15}\text{C} (1/2^+, 3/2)$	$n^{14}\text{C}$	$- 1/2 - 1 = - 3/2$	3/2	[6]
23.	$^{15}\text{N} (1/2^-, 1/2)$	$n^{14}\text{N}$	$- 1/2 + 0 = - 1/2$	1/2	[6]
24.	$^{16}\text{O} (0^+, 0)$	$p^{15}\text{N}$	$+ 1/2 - 1/2 = 0$	0	[12]
25.	$^{16}\text{N} (2^-, 1)$	$n^{15}\text{N}$	$- 1/2 - 1/2 = - 1$	1	[6]
26.	$^{16}\text{O} (0^+, 0)$	$^4\text{He}^{12}\text{C}$	$0 + 0 = 0$	0	[5]
27.	$^{17}\text{O} (5/2^+, 1/2)$	$n^{16}\text{O}$	$- 1/2 + 0 = - 1/2$	1/2	[6]

## Заключение

Таким образом, видно, что при учете только двух  $E1$  и  $M1$ -переходов удается в целом правильно описать имеющиеся экспериментальные данные по астрофизическому  $S$ -фактору или полным сечениям радиационного захвата при энергиях до 1 МэВ. На основе достаточно простых предположений о структуре  $3С$  и  $РС$  в ВФ межкластерного взаимодействия и в рамках МПКМ вполне удастся описать известные экспериментальные данные. Тем самым используемые здесь методы получения формы и глубины межкластерных взаимодействий рассеяния и  $СС$  позволяют избавиться от дискретной и непрерывной неоднозначности его параметров, присущих известной оптической модели [1], и наблюдаемых в обычных подходах при построении межкластерных потенциалов в непрерывном и дискретном спектре. Впоследствии полученные таким образом потенциалы можно использовать в любых расчетах связанных с решением различных ядерно-физических и астрофизических задач при низких и сверхнизких энергиях.

Заметим, что это уже двадцать седьмая кластерная система из рассмотренных нами ранее на основе модифицированной потенциальной кластерной модели с классификацией орбитальных состояний по схемам Юнга [5], в которой удастся получить приемлемые результаты по описанию характеристик процессов радиационного захвата на ядрах  $1p$ -оболочки. Свойства этих кластерных ядер, их характеристики и рассмотренные кластерные каналы приведены в табл.1 (см. выше). Тем самым, МПКМ в очередной раз подтвердила свою способность правильно описывать сечения процессов типа радиационного захвата нейтральных и заряженных частиц на легких атомных ядрах при низких и астрофизических энергиях.

В заключение авторы выражают благодарность Артемову С.В. и Ярмухамедову Р. за предоставление информации по АК ядра  $^{11}C$  в  $p^{10}B$ -канале.

Работа выполнена в рамках гранта 0047/ГФЗ "Исследование некоторых основных и дополнительных термоядерных процессов  $CNO$  цикла на Солнце и звездах" Министерства образования и науки РК.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Wiescher M. et al.  $^{11}C$  level structure via the  $^{10}B(p,\gamma)$  reaction // Phys. Rev. 1983. – V.C28. – P.1431-1442.
- 2 Tonchev A.P. et al. The  $^{10}B(p,\gamma)^{11}C$  reaction at astrophysically relevant energies // Phys. Rev. 2003. – V.C68. – P.045803.
- 3 Kelley J.H. et al. Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11$  // Nucl. Phys. 2012. – V.A880. – P.88.
- 4 Ходгсон П.Е. Оптическая модель упругого рассеяния. М.: Атомиздат. 1966. – 230 с.
- 5 Дубовиченко С.Б. Термоядерные процессы Вселенной. Изд. второе, исправленное и дополненное. Серия «Казахстанские космические исследования». – Т.7. Алматы: А-три, 2011. – 402 с.
- 6 Дубовиченко С.Б. Избранные методы ядерной астрофизики. Изд. третье, исправленное и дополненное. Germany, Saarbrücken: Lambert Academy Publ. GmbH&Co. KG. 2013. – 480 с.; <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/gb/book/978-3-8465-8905-2/Избранные-методы-ядерной-астрофизики>.
- 7 Дубовиченко С.Б. Радиационный  $n^{10}B$  захват при тепловых и астрофизических энергиях // Изв.ВУЗов Физика 2014. (В печати).
- 8 Дубовиченко С.Б. Радиационный  $p^{11}B$  захват при астрофизических энергиях // Изв.ВУЗов Физика 2014. (В печати).
- 9 Дубовиченко С.Б. Радиационный  $n^{11}B$  захват при тепловых и астрофизических энергиях // Изв.ВУЗов Физика 2014. (В печати).
- 10 Dubovichenko S.B. and Dzhezairov-Kakhramanov A.V. Examination of astrophysical  $S$ -factors of  $p^2H$ ,  $p^6Li$ ,  $p^7Li$ ,  $p^{12}C$  and  $p^{13}C$  radiative capture reactions // Int. J. Mod. Phys. 2012. – V.E 21. – P.1250039-1.
- 11 Дубовиченко С.Б. Радиационный  $p^{14}C$  захват при астрофизических энергиях // Изв.ВУЗов Физика 2014. (В печати)
- 12 Дубовиченко С.Б. и др. Радиационный  $p^{15}N$  захват при астрофизических энергиях // Изв.ВУЗов Физика 2014. (В печати).

## REFERENCES

- 1 Wiescher M. et al.  $^{11}C$  level structure via the  $^{10}B(p,\gamma)$  reaction. Phys. Rev. **1983**. – V.C28. – P.1431-1442.
- 2 Tonchev A.P. et al. The  $^{10}B(p,\gamma)^{11}C$  reaction at astrophysically relevant energies. Phys. Rev. **2003**. – V.C68. – P.045803.
- 3 Kelley J.H. et al. Energy Levels of Light Nuclei  $A = 11$ . Nucl. Phys. **2012**. – V.A880. – P.88.

- 4 Hodgson P.E. *Opticheskaja model' uprugogo rassejanija*. M.: Atomizdat. 1966. – 230 p. (in Russ.).
- 5 Dubovichenko S.B. *Termojadernye processy Vselejnoj. Izd. Vtoroe, ispravlennoe i dopolnennoe. Serija «Kazahstanskije kosmicheskie issledovanija»*. T.7. Almaty: A-tri, 2011. – 402 p. (in Russ.).
- 6 Dubovichenko S.B. *Izbrannye metody jadernoj astrofiziki. Izd. Tret'e, ispravlennoe i dopolnennoe. Germany, Saarbrucken: Lambert Academy Publ. GmbH&Co. KG. 2013*. 480p.; <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/gb/book/978-3-8465-8905-2/Избранные-методы-ядерной-астрофизики> (in Russ.).
- 7 Dubovichenko S.B. *Radiacionnyj  $n^{10}\text{B}$  zahvat pri teplovyh i astrofizicheskikh jenergiyah*. *Izv.VUZov Fizika*, 2014 (in Russ.).
- 8 Dubovichenko S.B. *Radiacionnyj  $p^{11}\text{B}$  zahvat pri astrofizicheskikh jenergiyah*. *Izv.VUZov Fizika* 2014. – (V pechati) (in Russ.).
- 9 Dubovichenko S.B. *Radiacionnyj  $n^{11}\text{B}$  zahvat pri teplovyh i astrofizicheskikh jenergiyah*. *Izv.VUZov Fizika* 2014. – (V pechati) (in Russ.).
10. Dubovichenko S.B. and Dzhazairov-Kakhramanov A.V. *Examination of astro-physical S-factors of  $p^2\text{H}$ ,  $p^6\text{Li}$ ,  $p^7\text{Li}$ ,  $p^{12}\text{C}$  and  $p^{13}\text{C}$  radiative capture reactions*. *Int. J. Mod. Phys.* 2012. – V.E 21. – P.1250039-1.
11. Dubovichenko S.B. *Radiacionnyj  $p^{14}\text{C}$  zahvat pri astrofizicheskikh jenergiyah*. *Izv.VUZov Fizika* 2014. – (V pechati) (in Russ.).
- 12 Dubovichenko S.B. *Radiacionnyj  $p^{15}\text{N}$  zahvat pri astrofizicheskikh jenergiyah*. *Izv.VUZov Fizika* 2014. – (V pechati) (in Russ.).

### Резюме

С. Б. Дубовиченко, Д. Н. Адильбеков, А. С. Ткаченко

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова НЦКИТ НКА РК, г. Алматы)

### РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ ПРОТОНА НА $^{10}\text{B}$ . III

Рассмотрена возможность описания полных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата в модифицированной потенциальной кластерной модели с запрещенными состояниями при астрофизических энергиях. Для определения наличия и количества запрещенных состояний в каждой парциальной волне использовалась классификация орбитальных состояний кластеров по схемам Юнга. Потенциал связанного состояния строился на основе описания характеристик основного состояния ядра  $^{11}\text{C}$ . Потенциалы непрерывного спектра согласованы с фазами упругого  $p^{10}\text{B}$ -рассеяния при энергиях до 1 МэВ. Используемая модель и методы построения потенциалов позволяют в целом правильно передать общее поведение экспериментальных сечений радиационного  $p^{10}\text{B}$ -захвата.

### Резюме

С. Б. Дубовиченко, Д. Н. Әділбеков, А. С. Ткаченко

(ҚР Ұлттық ғарыштық агенттігі «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы»  
В.Г.Фесенков атындағы Астрофизикалық институты, Алматы)

### $^{10}\text{B}$ -ДАҒЫ РАДИАЦИЯЛЫҚ ПРОТОН ҚАРМАУЫ. III

Астрофизикалық энергиялардағы модификацияланған потенциалдық кластерлік модельдің тыйым салынған күйлері бар радиациялық  $p^{10}\text{B}$ -қармауының толық қималарын сипаттау мүмкіндігі қарастырылған. Әрбір парциалды толқынның рұқсат етілмеген күйлерінде бар болуы және оның санын анықтау үшін Юнг схемалары бойынша орбиталық күйлері кластерлерінің классификациясы пайдаланылған. Байланған күйдің потенциалы  $^{11}\text{C}$  ядросының негізгі күйінің қасиеттерін сипаттау негізінде құрастырылған. 1 МэВ-ге дейін энергияларда үздіксіз спектр потенциалдары  $p^{10}\text{B}$  серпімді шашырау фазаларымен сәйкестендірілген. Қолданған модель және потенциал құру әдістері радиациялық  $p^{10}\text{B}$ -қармауының эксперименталды қимасының жалпы сипатын негізінен дұрыс көрсетуге мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** ядролық физика, радиациялық қармау реакциясы, pB жүйесі.

### Summary

S. B. Dubovichenko, D. N. Adilbekov, A. S. Tkachenko

(V.G.Fessenkov Astrophysical institute «NCSRT» NSA RK, Almaty)

#### RADIATIVE PROTON CAPTURE ON $^{10}\text{B}$ . III

The possibility of description of radiative  $p^{10}\text{B}$  capture total cross sections within the modified potential cluster model with forbidden states at astrophysical energies was considered. To determine the availability and a number of forbidden states in every partial wave the classification of the orbital states of clusters according to the Young diagrams was used. The potential of bound state was constructed based on description of the characteristics of the ground state of  $^{11}\text{C}$  nucleus. The potentials of continuous spectrum are fitted to the phases of  $p^{10}\text{B}$  elastic scattering with the energies up to 1 MeV. Within the used model and the methods of constructing the potentials allow to convey the general behavior of the experimental cross sections of radiative  $p^{10}\text{B}$  capture.

Поступила 2014 г.

УДК 524.7

В. Н. ГАЙСИНА, Э. К. ДЕНИСЮК, Р. Р. ВАЛИУЛЛИН,  
А. В. КУСАКИН, С. А. ШОМШЕКОВА, Р. И. КОКУМБАЕВА

(ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова», г. Алматы)

## ПЕРЕМЕННОСТЬ СЕЙФЕРТОВСКОЙ ГАЛАТИКИ NGC 4151

*Цель работы:* Провести анализ спектров ядра сейфертовской галактики NGC 4151, полученных в Астрофизическом Институте им. В.Г. Фесенкова (АФИФ), на интервале времени в 39 лет.

*Методы исследований:* Абсолютные значения потоков в линиях  $\text{H}\alpha$  и  $\text{H}\beta$  получены с использованием стандартных звезд с известным распределением энергии в их спектрах. Все вычисления проведены по авторским программам на языке Си.

*Область применения:* Спектральные и фотометрические исследования активных ядер галактик.

*Результаты и выводы:* С 1984 по 1989 г. наблюдается 5-ти летний минимум. Полученные в это время спектры показали, что почти полностью исчезла широкая компонента разрешенных линий, и они стали такими же узкими, как и запрещенные, т.е. NGC 4151 по виду спектра в это время следует классифицировать как Sy 2.

**Ключевые слова:** сейфертовская галактика (СГ), спектральная переменность, фотометрическая переменность.

**Тірек сөздер:** сейферт ғаламы (СГ), спектрлік айнымалылық, фотометрлік айнымалылық.

**Keywords:** seyfert galaxy, spectral and fotometric variability.

### Введение

Проведены исследования спектров ядра галактики Сейферта NGC 4151, полученных в 1976-2013 гг., на предмет спектральной переменности эмиссионных линий  $\text{H}\alpha$  и  $\text{H}\beta$  под воздействием изменений ионизирующего потока центрального тела (ЦТ) галактики.

Первые спектрограммы сейфертовской галактики (СГ) NGC4151 в АФИФ были получены в 1976 г. Э.К. Денисюком. В период времени 1976-1988 гг. наблюдения СГ NGC4151 проводились достаточно редко. В эти годы переменность сейфертовских галактик на коротких интервалах времени не являлась установленным фактом. Но с 1989 года частота наблюдений галактики значительно возросла. В АФИФ стали получать до нескольких десятков спектрограмм за каждый наблюдательный сезон. Всего с 1976 по 2013 гг. было получено 1 545 спектрограмм в двух областях непрерывного спектра с общей экспозицией 15 387 минут [1].



Рисунок 1 – Сейфертовская галактика NGC 4151.  
Изображение получено на телескопе Hubble

Координаты галактики:

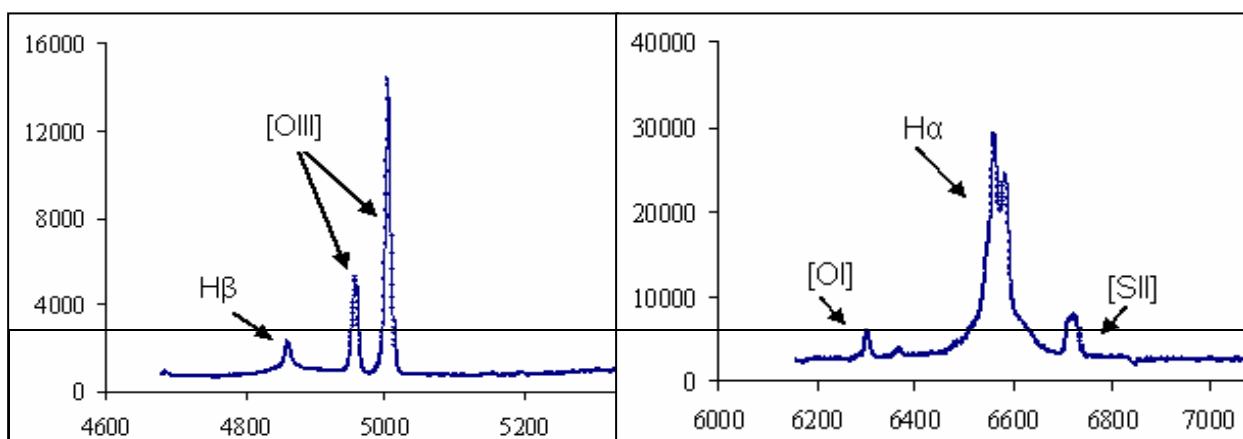
$\alpha_{2000}=12^{\text{h}}10^{\text{m}}32^{\text{s}}.3$ ,  $\delta_{2000}=+39^{\circ}24'24''$ . Красное смещение  $z = 0.0032$ , тип галактики – SBab, класс – Sy 1. Галактика NGC 4151 находится в направлении созвездия Гончих Псов на расстоянии 43 миллиона световых лет и считается одной из самых близких к Млечному Пути сейфертовских галактик. Открыл ее Уильям Гершель в марте 1787 года.

Высокая степень переменности и экстремальная яркость в УФ, оптике, радио и гамма диапазонах делает эту галактику очень популярной для астрофизических исследований.

### Наблюдения

Все наблюдения выполнены в Астрофизическом институте им. В.Г. Фесенкова (г.Алматы, Казахстан) на телескопе АЗТ-8 с диаметром главного зеркала 700 мм и фокусным расстоянием 11.2м. При наблюдении использовался дифракционный спектрограф оригинальной конструкции. До 2000 г. основным приемником излучения на выходе спектрографа был трехкаскадный ЭОП типа УМ-92, а регистрация проводилась на фотопленку типа А-600 или аналогичную, близкую по характеристикам.

Начиная с 2000 г. в качестве приемника излучения применяется CCD-матрица типа ST-7, а с конца 2002 г. – ST-8 (1530x1020, 9 мк). В зависимости от используемой дифракционной решетки и объектива камеры спектрограммы имели спектральное разрешение в пределах 2.5–5.0 Å. Ширина входной щели составляла 4"–10". Как правило, для повышения точности результатов спектр исследуемой галактики экспонировался от 2 до 6 раз подряд с экспозициями от 5 до 30 мин в зависимости от дисперсии и яркости ядра галактики.



По оси X – длина волны в Å, по оси Y – относительная интенсивность

Рисунок 2 – Спектр ядра галактики NGC 4151 в области бальмеровской линии H $\beta$

Рисунок 3 – Спектр ядра галактики NGC 4151 в области бальмеровской линии H $\alpha$

Спектры галактики получены на телескопе АЗТ-8 в АФИФ.

**Обработка и результаты**

Первичная обработка заключалась в вычитании темнового тока, коррекции спектров за плоское поле, удаление (чистка) плохих пикселей матрицы, вычитание фона неба, привязка по длинам волн.

Спектральные наблюдения галактики проводятся в двух диапазонах: область линии  $H_{\beta}$  ( $\lambda\lambda 4200-5500\text{\AA}$ ) и область линии  $H_{\alpha}$  ( $\lambda\lambda 6000-7100\text{\AA}$ ). Калибровка эмиссионной линии  $H_{\alpha}$  проводилась по дуплету [SII]  $\lambda 6717\text{\AA}$ ,  $\lambda 6731\text{\AA}$ , а эмиссионной линии  $H_{\beta}$  – по линии [OIII] $\lambda 5007\text{\AA}$ . Абсолютные потоки излучения в дуплете [SII]  $\lambda 6717\text{\AA}$ ,  $\lambda 6731\text{\AA}$  и в линии [OIII] $\lambda 5007\text{\AA}$  вычислялись с использованием спектров стандартной звезда HD120315 с известным распределением энергии в спектре [2]. Абсолютное значение потока излучения в линиях [SII]  $\lambda 6717\text{\AA}$ +  $\lambda 6731\text{\AA}$  по нашим измерениям составило  $1.48 \cdot 10^{-12} \text{ ergs} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ , а в линии [OIII] $\lambda 5007\text{\AA}$  -  $1.25 \cdot 10^{-11} \text{ ergs} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

Абсолютные значения потоков излучения в эмиссионных линиях  $H_{\beta}$  и  $H_{\alpha}$  в спектрах галактики NGC 4151 приводятся в таблицах 1 и 2, а кривая изменения потоков излучения в линиях  $H_{\beta}$  и  $H_{\alpha}$  показана на рисунке 3.

Таблица 1 – Абсолютные значения потока излучения в эмиссионной линии  $H_{\beta}$  для галактики NGC 4151

Дата	04.02.1976	09.03.1986	14.02.1988	29.01.1989	02.02.1989	12.03.1989	29.03.1989	12.04.1989	28.05.1989	13.06.1989
JD	2812	6498	7205	7555	7559	7597	7614	7628	7674	7690
$F_{H_{\beta}}$	0.61	0.53	0.39	0.49	0.51	0.53	0.51	0.36	0.48	0.51
Дата	21.12.1989	02.03.1990	21.04.1990	20.01.1991	06.05.1991	06.02.1992	05.04.1992	25.01.1993	18.05.1993	05.01.1994
JD	7881	7952	8002	8276	8382	8658	8717	9012	9125	9357
$F_{H_{\beta}}$	0.58	0.55	0.64	0.59	0.6	0.61	0.61	0.63	0.65	0.79
Дата	15.07.1994	17.04.1995	23.11.1995	17.02.1996	11.03.1996	13.03.1996	23.02.1999	22.03.2000	22.03.2001	07.03.2003
JD	9548	10038	10044	10130	10153	10155	11232	11625	11990	12705
$F_{H_{\beta}}$	1.08	0.98	1.1	0.99	0.99	1.18	0.89	0.85	0.74	0.41
Дата	28.04.2003	19.01.2005	04.03.2005	21.03.2005	12.01.2006	27.01.2007	16.03.2007	26.04.2007	01.04.2008	29.05.2008
JD	12757	13389	13433	13450	13747	14127	14175	14216	14557	14615
$F_{H_{\beta}}$	0.38	0.32	0.21	0.38	0.34	0.21	0.11	0.09	0.1	0.1
Дата	25.01.2009	27.05.2009	09.01.2010	10.02.2010	04.04.2011	21.04.2011	19.04.2012	Дата – дата наблюдений, JD – юлианская дата – 2440000, $F_{H_{\beta}}$ - абсолютный поток в линии $H_{\beta}$ в ед. $10^{-11} \text{ ergs s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$		
JD	14856	14978	15205	15237	15655	15672	16036			
$F_{H_{\beta}}$	0.11	0.53	0.26	0.3	0.45	0.44	0.77			

Таблица 2 – Абсолютные значения потока излучения в эмиссионной линии  $H_{\alpha}$  для галактики NGC 4151

Дата	29.03.1976	25.05.1977	05.07.1981	07.02.1986	27.02.1987	16.03.1988	04.06.1989	14.01.1990	14.01.1991	19.04.1991
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
JD	2866	3288	4790	6468	6553	7236	7622	7905	8270	8365
$F_{H_{\alpha}}$	16.91	14.86	13.14	12.54	9.18	11.16	11.17	10.29	16.47	22.78
Дата	04.02.1992	08.05.1992	21.02.1993	19.06.1994	04.03.1995	04.04.1995	20.05.1995	22.04.1996	13.02.1997	30.12.1997
JD	8656	8750	9039	9522	9780	9811	9857	10195	10492	10812
$F_{H_{\alpha}}$	22.05	23.52	25.92	36.39	28.08	31.57	37.22	38.64	24.04	17.17
Дата	24.02.1998	19.12.1998	24.01.1999	25.03.1999	04.05.1999	03.01.2000	21.02.2001	01.12.2002	09.05.2003	19.07.2003
JD	10868	11166	11202	11262	11302	11546	11961	12609	12768	12839
$F_{H_{\alpha}}$	19.74	17.29	16.43	19.49	20.71	17.70	10.42	13.04	10.23	14.59
Дата	04.12.2003	20.01.2004	28.03.2004	13.05.2004	10.06.2004	12.01.2005	20.01.2005	04.03.2005	07.03.2005	21.03.2005
JD	12977	13024	13092	13138	13166	13382	13390	13433	13436	13450
$F_{H_{\alpha}}$	10.75	11.26	9.83	7.61	8.32	6.78	10.4	8.81	7.67	7.00

Окончание таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Дата	20.05. 2005	14.01. 2006	20.04. 2006	21.04. 2006	13.01. 2007	14.01. 2007	01.03. 2007	04.06. 2008	01.07. 2008	27.11. 2008
JD	13510	13749	13845	13846	14133	14114	14160	14621	14648	14797
$F_{H\alpha}$	5.83	12.59	11.16	11.72	7.87	7.99	7.15	9.24	8.55	11.14
Дата	06.01. 2009	20.01. 2009	21.01. 2009	25.01. 2009	26.03. 2009	24.04. 2009	26.05. 2009	10.06. 2009	14.08. 2009	19.11. 2009
JD	14837	14851	14852	14856	14916	14945	14977	15000	15057	15154
$F_{H\alpha}$	10.29	12.62	9.74	10.01	11.97	12.58	14.06	13.63	10.30	12.70
Дата	19.01. 2010	15.02. 2010	27.01. 2011	07.04. 2011	20.04. 2012	24.05. 2012	11.06. 2012	Дата – дата наблюдений, JD – юлианская дата – 2440000, $F_{H\alpha}$ – абсолютный поток в линии $H\alpha$ в ед. $10^{-12}$ ergs s <sup>-1</sup> cm <sup>-2</sup>		
JD	15215	15242	15588	15658	16037	16071	16089			
$F_{H\alpha}$	14.68	14.59	14.67	15.72	15.38	15.24	15.50			

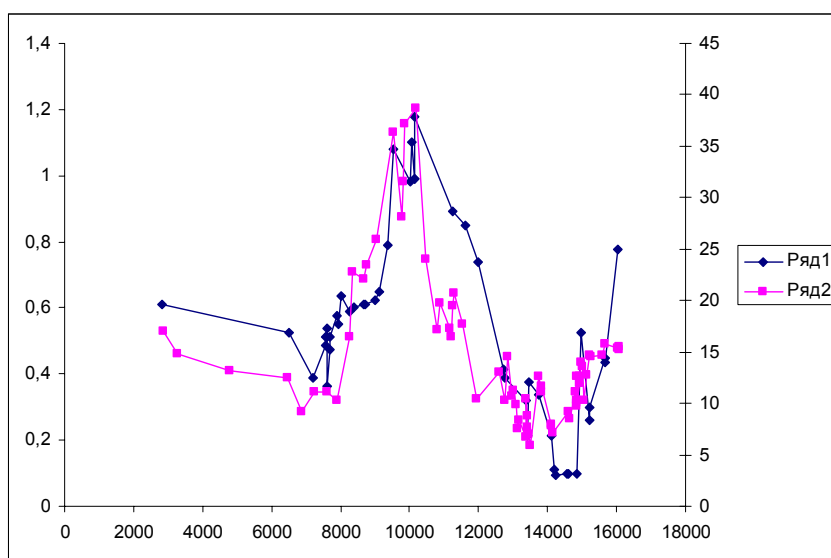


Рисунок 3 – Изменение абсолютного потока излучения в эмиссионной линии  $H\beta$  – ряд 1 и линии  $H\alpha$  – ряд 2 в 1975-2013 годах

По оси X юлианская дата – 2440000, по оси Y – шкала абсолютных потоков в эмиссионной линии  $H\beta$  (слева) и в линии  $H\alpha$  (справа)

Для построения кривой блеска галактики NGC 4151 использовались прямые снимки поля галактики, полученные на телескопе АЗТ-8 Астрофизической обсерватории на

Каменском плато (АФИФ), данные фотометрических измерений В.М. Лютого и В.Т. Дорошенко [3] и данные, полученные 2009–2014 гг. на Тянь-Шаньской Астрономической обсерватории.

АФИФ одним из авторов данной статьи (Кусакиным А.В.).

Таблица 3 – Данные фотометрических измерений ядра галактики NGC 4151, полученные с использованием результатов наблюдений сотрудников АФИФ и других авторов [3]

Дата	25.12. 1975	29.03. 1976	25.05. 1977	17.03. 1978	05.04. 1979	24.01. 1980	17.06. 1980	05.07. 1981	24.03. 1982	27.05. 1982
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
JD	2771	2866	3288	3584	3968	4262	4407	4790	5052	5116
$m_v$	11.82	11.87	12.12	11.93	11.83	12.05	11.99	12.18	12.38	11.82
Дата	09.06. 1983	12.04. 1984	20.04. 1985	15.06. 1985	07.02. 1986	09.04. 1986	27.02. 1987	16.03. 1988	06.04. 1989	10.06. 1989
JD	5494	5802	6175	6231	6468	6529	6859	7236	7622	7687
$m_v$	11.86	11.68	12.77	12.41	12.46	12.70	12.90	12.59	12.79	12.09
Дата	14.01. 1990	02.03. 1990	21.04. 1990	14.01. 1991	19.04. 1991	04.02. 1992	08.05. 1992	25.01. 1993	21.02. 1993	05.01. 1994
JD	7905	7952	8002	8270	8365	8656	8750	9012	9039	9357
$m_v$	12.43	12.02	12.07	11.94	11.65	11.46	11.29	11.20	10.95	10.92
Дата	19.06. 1994	04.03. 1995	04.04. 1995	11.03. 1996	22.04. 1996	13.02. 1997	17.02. 1997	24.12. 1997	27.12. 1997	30.12. 1997
JD	9522	9780	9811	10153	10195	10492	10496	10806	10809	10812
$m_v$	11.19	11.16	10.65	10.68	10.63	10.59	10.52	11.07	10.99	10.91
Дата	24.02. 1998	19.12. 1998	24.01. 1999	25.03. 1999	03.01. 2000	22.03. 2000	21.02. 2001	22.03. 2001	01.12. 2002	09.05. 2003
JD	10868	11166	11202	11262	11546	11625	11961	11990	12609	12768

Окончание таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$m_v$	10.79	10.96	11.16	11.77	11.88	12.25	12.49	12.51	12.50	12.52
Дата	19.07. 2003	20.01. 2004	13.05. 2004	12.01. 2005	20.05. 2005	14.01. 2006	21.04. 2006	13.01. 2007	01.03. 2007	04.06. 2008
JD	12839	13024	13138	13382	13510	13749	13846	14113	14160	14621
$m_v$	12.54	12.59	12.62	12.68	12.61	12.57	12.54	12.63	12.44	12.41
Дата	27.11. 2008	06.01. 2009	24.04. 2009	19.11. 2009	15.02. 2010	27.01. 2011	07.04. 2011	04.04. 2012	11.04. 2012	12.04. 2012
JD	14797	14837	14945	15154	15242	15588	15658	16021	16028	16029
$m_v$	12.34	12.12	12.47	12.01	11.96	12.00	11.76	11.64	11.59	11.51
Дата	19.04. 2012	11.08. 2012	15.08. 2012	25.08. 2012	12.11. 2013	13.11. 2013	15.11. 2013	21.11. 2013	06.01. 2014	10.01. 2014
JD	16036	16150	16154	16164	16608	16609	16611	16617	16663	16667
$m_v$	11.24	11.62	11.67	11.59	10.73	10.2	10.2	10.1	10.2	10.24

Дата – дата наблюдений, JD – юлианская дата – 2440000,  $m_v$  – звездная величина в фильтре V.

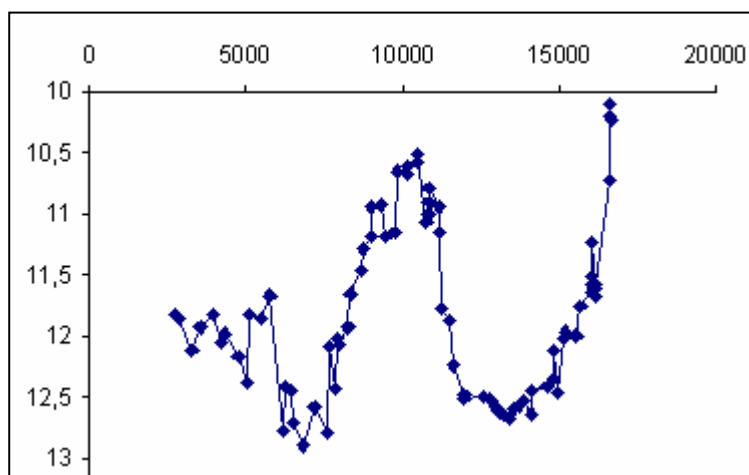


Рисунок 4 – Кривая блеска для ядра галактики NGC 4151 (1975- 2014гг.)

По оси X – юлианская дата – 2440000, по оси Y – звездная величина в фильтре V.

### Заключение

С 1984 по 1989 года наблюдался 5 летний минимум. Полученные в это время спектры показали, что почти полностью исчезла широкая компонента разрешенных линий, и они стали такими же узкими, как и запрещенные, т.е. NGC 4151 по виду спектра в это время следует классифицировать как Sy 2. После минимума, который продолжался до 1990 г., абсолютный поток в разрешенных эмиссионных линиях  $H_\beta$  и  $H_\alpha$  стал увеличиваться и в 1995–97 гг. достиг максимума. В 1990 г. снова появились широкие крылья разрешенных линий, т.е. объект опять стал классифицироваться как Sy 1. Весь цикл длился с 1990 по 2005 год. С 2008 года, видимо, начинается следующий цикл активности ядра галактики NGC 4151. Кривая блеска ведет себя подобным образом. Корреляция между кривой блеска и кривыми изменения абсолютных потоков в эмиссионных линиях  $H_\beta$  и  $H_\alpha$  явно выражена.

В настоящее время изучение ядер галактик является одним из наиболее актуальных направлений астрономии. В различных галактиках проявления активности ядер неодинаковы. Очень большая мощность излучения, заметно меняющаяся за несколько лет, месяцев и дней, наблюдается в оптической, рентгеновской или инфракрасной области спектра. В некоторых галактиках ядра являются источниками высокоэнергичных элементарных частиц (электронов и протонов). Эти потоки частиц нередко покидают галактику в виде радиовыбросов или радиоджетов.



Активные ядра любого типа характеризуются очень большой светимостью по сравнению с ядрами нормальных галактик. Мощность излучения ядер сейфертовских галактик иногда достигает  $10^{35}$  Вт, что сравнимо со светимостью нашей Галактики. Но эта огромная энергия выделяется в очень маленькой области размером менее 0,01 пк. В последнее десятилетие стало очень популярным предположение, что в центре галактик находятся черные дыры с массой в десятки или сотни миллионов масс Солнца, и активность ядер объясняется аккрецией вещества на черную дыру [4]. При падении на чёрную дыру за счет ее гравитационного поля вещество разгоняется до скоростей, близких к скорости света. Затем, при столкновении газовых масс, при наличии сильного магнитного поля вблизи чёрной дыры, энергия движения преобразуется в излучение электромагнитных волн, причем более эффективно, чем при ядерных реакциях синтеза.

Унификационные модели позволяют объяснить основные особенности АЯГ, но дальнейшие исследования этих объектов необходимы для лучшего понимания физических причин и свойств переменности (спектральной и фотометрической) и уточнения параметров моделей активных ядер галактик.

Авторы выражают благодарность Дорошенко В.Т. за предоставление фотометрических данных по галактике NGC 4151.

*Работа выполнена в рамках программы 002 «Прикладные исследования в области космической деятельности».*

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Денисюк Э. К., Валиуллин Р. Р., Аргайл Р., Гайсина В. Н. «Поведение широкой компоненты линии  $H_{\alpha}$  в сейфертовской галактике NGC 4151 в 1976–2003 гг.», *Астрономический журнал*. – 2004. – Т.81. – № 8. – С. 687–693.
- 2 Харитонов А.В., Терещенко В.М., Князева Л.Н. Спектрофотометрический каталог звезд // Издательство «Наука» Казахской ССР. – 1988. – 480 с.
- 3 Лютый В.М., Дорошенко В.Т. Новый цикл активности NGC 4151: доказательства существования аккреционного диска // Письма в *Астрономический журнал*. – 1999. – Т. 25. – № 6. – С.403-413.
- 4 Черепашчук А.М. Сверхмассивные черные дыры в ядрах галактик // *Соросовский обозревательный журнал*. – 2000. – Т. 6. – № 11. – С.69-76.

#### REFERENCES

- 1 Denissyuk E.K., Valiullin R.R., Argyle R.W., Gaisina V.N., *Astron. Reports*, **2004**, V.48., P.622-628.
- 2 Kharitonov A.V., Tereschenko V.M., Kniazeva L.N., *Spectrophotometric catalog zvezd, Almaty, Kazak University*, **2011**. – 304. (in Russian).
- 3 Lyuty, V. M.; Doroshenko, V. T., *AstL*, **1999**. – V.25. – P.341.
- 4 Cherepashchuk A.M.. *Sorosovsky obozrevatelny Journal*, **2000**. V.6. – № 11. – PP. 69-76.

#### Резюме

*В. Н. Гайсина, Э. К. Денисюк, Р. Р. Валиуллин,  
А. В. Кусакин, С. А. Шомиекова, Р. И. Кокумбаева*

(«В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматық)

#### NGC 4151 СЕЙФЕРТ ҒАЛАМЫНЫҢ АЙНЫМАЛЫЛЫҒЫ

*Жұмыстың мақсаты:* В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институтында, 39 жыл уақыт аралығындағы бақылаулардан алынған NGC 4151 сейферт ғаламы ядросының спектрлеріне талдау жүргізу.

*Зерттеу әдісі:*  $H_{\alpha}$  және  $H\beta$  сызықтарындағы ағынның абсолюттік мәні стандарт жұлдыздардың спектрлеріндегі белгілі энергияның таралуын қолдану арқылы алынды. Барлық есептеулер Си тіліндегі авторлық бағдарлама арқылы жүргізілді.

*Қолдану аймағы:* Ғаламдардың белсенді ядроларын спектрлік және фотометрлік зерттеулерінде қолданылады.

*Нәтижелері және тұжырымдамалары:* 1984–1989 жылдар аралығында бесжылдық минимум байқалады. Бұл уақытта алынған спектрлерден, рұқсат етілген сызықтардың кең компоненттері толығымен жоқ болып кеткен, олар тыйым салынған сызықтар тәрізді тар болып қалған, яғни NGC 4151 спектрінің түріне қарап, бұл уақыт аралығында оны Sy 2 классификациялауға болады.

**Тірек сөздер:** сейферт ғаламы (CF), спектрлік айнымалылық, фотометрлік айнымалылық.

### Summary

*V. N. Gaisina, E. K. Denissyuk, R. R. Valiullin,  
A. V. Kusakin, S. A. Shomsheкова, R.I. Kokumbaeva*

(Fessenkov Astrophysical Institute, Almaty)

### VARIABILITY OF SEYFERT GALAXY NGC 4151

*Aim:* To analyze the spectra of the seyfert galaxy nucleus NGC 4151, which were obtained in Astrophysical Institute during 39 years.

*Methods:* Absolute fluxes of H $\alpha$  and H $\beta$  were obtained using standard stars with the known energy distribution. All calculations were carried out under the author's programs in C- language.

*Applications:* Spectral and photometric studies of AGN.

*Results and conclusions:* During 1984–1989 a five years minimum was observed. The spectra received at that time have shown, that the broad components of the permitted lines has disappeared almost completely, and these lines became narrow, as well as forbidden lines. In other words, during that period NGC 4151 had to be classified as Sy 2 due to the form of its spectrum.

**Keywords:** seyfert galaxy, spectral and fotometric variability.

# Исследование звезд и туманностей

---

---

УДК 524.3

Л. Н. КОНДРАТЬЕВА<sup>1</sup>, Ф. К. РСПАЕВ<sup>2</sup>, Е. К. АЙМУРАТОВ<sup>3</sup>

(ДТОО «Астрофизический Институт им. Фесенкова», г. Алматы)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ИОНИЗАЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ ТУМАННОСТИ CED 90

*Цель работы:* исследовать ионизационную структуру туманности CED 90, определить механизм ионизации газа и установить причину образования волокнистой структуры.

*Методы исследования:* Спектральные наблюдения объекта при разных положениях входной щели спектрографа. Абсолютная калибровка потоков эмиссионных линий в выбранных сечениях для получения общей картины распределения разных зон ионизации.

*Результаты работы:* Получены данные о распределении плотности потоков излучения разных эмиссионных линий в туманности.

*Область применения* Полученные данные могут быть использованы для расчетов модели, объясняющей наблюдаемую структуру исследуемого объекта.

*Выводы:* Наличие сложной структуры внутренних областей туманности подтверждается. Эмиссионное волокно, наблюдаемое в юго-восточной области туманности является следствием проекции на эту зону молекулярного джета.

**Ключевые слова:** межзвездная среда; HII области; индивидуальные объекты – Ced 90.

**Трек сөздер:** жұлдызаралық орта, HII аймағы, дербес объектілер – Ced 90.

### Введение

Галактический HII район CED 90 = Sh2-297 ( $\alpha_{(2000)}=07^{\text{h}}05^{\text{m}}$ ;  $\delta_{(2000)}=-12^{\circ}19'$ ) является частью ассоциации Canis Major (CMa) OB1. По разным оценкам расстояние до объекта составляет от 1 до 1.4 кпс [1-3]. CED 90 содержит зоны современного звездообразования, молодые звезды, источники повышенного инфракрасного излучения [4-7]. Подобные области звездообразования могут быть инициированы вспышкой Сверхновой [8]. Существование крупномасштабной дуги ионизованного газа, объединяющей несколько HII районов, подтверждают это предположение. По оценкам Хербста возраст оболочки Сверхновой составляет ~ 500 тысяч лет, и близкие оценки получены им для некоторых объектов данной ассоциации. Однако по данным работы [1,9], возраст большинства звезд в данном комплексе близок к 1млн лет. Поэтому существует альтернативная гипотеза, основанная на изучении лучевых скоростей и УФ потоков, предполагающая, что процессы формирования звезд могли начаться под действием звездного ветра массивных горячих звезд [10,11]. В частности в CED 90 это могли быть звезды HD 54662 и HD 53975. Результаты исследования молодых звездных объектов, образовавшихся в этом комплексе, свидетельствует о том, что процессы звездообразования начинались вблизи источника ионизации и затем постепенно продвигались к периферии – к холодному темному облаку LDN1657A, расположенному западнее Sh2-297 [1].

Туманность CED 90 имеет форму эллипса с размерами ~150"x 200" (Рис. 1). На юге и востоке она имеет довольно четкие границы, на западе обрезается темным облаком, а на севере плавно переходит в эмиссионную область более низкой поверхностной яркости. В центре туманности расположена звезда HD 53623, ее спектральный класс оценивается как B0V–B1V [1,5]. Эта, единственная яркая звезда в туманности, скорее всего, является источником ионизации окружающего газа. На юго-востоке наблюдается эмиссионное волокно в виде дуги, отделенное от основной туманности светлым «проливом». Происхождение этой структурной детали неизвестно.

## Наблюдения

В Астрофизическом Институте первые наблюдения CED 90 были выполнены в 1995–1996 гг. Использовался спектрограф УАГС, установленный в касегреновском фокусе 1-метрового телескопа фирмы Карл Цейсс Йена. Приемником излучения служил ЭОП с волоконно-оптическими шайбами, изображения регистрировались на специальной астрономической фотопленке.

Новые наблюдения объекта CED 90 проводились в 2011 – 2014гг. Для спектральных наблюдений использовались два щелевых спектрографа, оборудованные ПЗС камерами ST-8 (1530x1020, 9μ). Первый – УАГС, описанный выше. Рабочая ширина его входной щели составляла 0.3мм или 4.5" в проекции на небо. Для получения интегрального потока излучения объектов щель расширялась до 0.7мм. Спектрограммы с дисперсией 0.5Å/пиксель охватывают ~ 800Å. Наблюдения проводились в спектральном диапазоне:  $\lambda\lambda = 6100\text{-}6840\text{Å}$ . Второй спектрограф установлен в касегреновском фокусе телескопа АЗТ-8. Рабочая ширина входной щели также соответствовала 4.5". Широкая щель (10") использовалась для абсолютной калибровки потоков. Большинство спектрограмм получено с дисперсией 0.75 Å/ пиксель.

Процедура обработки спектрограмм состоит из стандартных операций:

вычитание темнового тока, учета влияния атмосферной экстинкции и спектральной чувствительности аппаратуры. Одновременно с исследуемыми объектами выполнялись наблюдения стандартных звезд с известным распределением энергии в спектре. Они использовались для определения и учета спектральной чувствительности аппаратуры и для абсолютной калибровки потоков излучения.

Для характеристики излучения протяженных объектов, в частности туманностей, используются интегральные потоки. При исследовании структуры подобных объектов определяется их поверхностная яркость или, что то же самое – плотность потока.

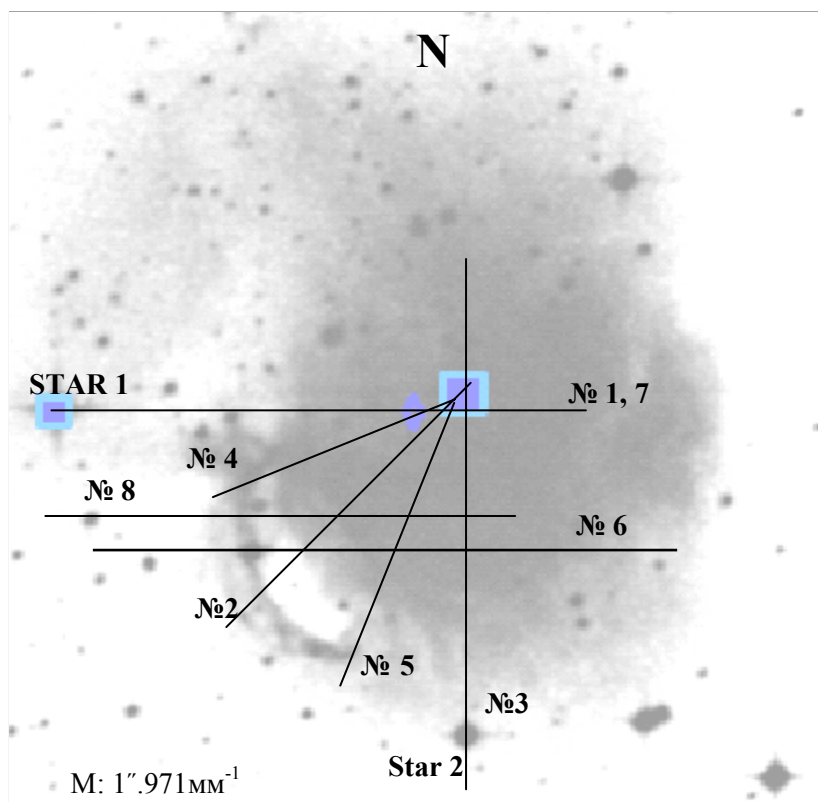


Рисунок 1 – Изображение CED 90. Положения сечений обозначены прямыми линиями с указанием соответствующих номеров

Спектрограммы CED 90 были получены для нескольких сечений – положений входной щели спектрографа. В спектре были обнаружены эмиссионные линии  $H\beta$ ,  $H\alpha$ , [NII] и [SII]. На данном этапе мы сконцентрировали внимание на исследовании юго-восточной части туманности, где

наблюдается эмиссионное волокно, чтобы попытаться выяснить его природу. В каждом сечении измерялись потоки излучения в эмиссионных линиях. Первоначально каждое значение представляло собой поток излучения с площадок размером  $4''.5 \times 0''.96$  и  $4.5'' \times 0''.66$  (ширина входной щели и размер пикселя в угловых секундах) для спектрограмм, полученных на 1-метровом телескопе и телескопе АЗТ-8, соответственно. Далее эти значения усреднялись (в направлении поперек дисперсии) по 5 – 7 пикселям. Полученные величины представляли собой значения, усредненные по площади  $\sim 4''.5 \times 4''.5$ . Они использовались для расчета плотности излучения на 1 кв. сек. дуги в относительных единицах.

Для перехода к абсолютным энергетическим единицам использовались спектрограммы стандартных звезд HD 53974, HD 39319 и  $\gamma$  Ори с известным распределением энергии [13]. На рисунках 2–8 приведены плотности потоков для разных сечений в шкале  $(10^{-16} \text{ эрг см}^{-2} \text{ сек}^{-1} \text{ сек дуги}^{-2})$ .

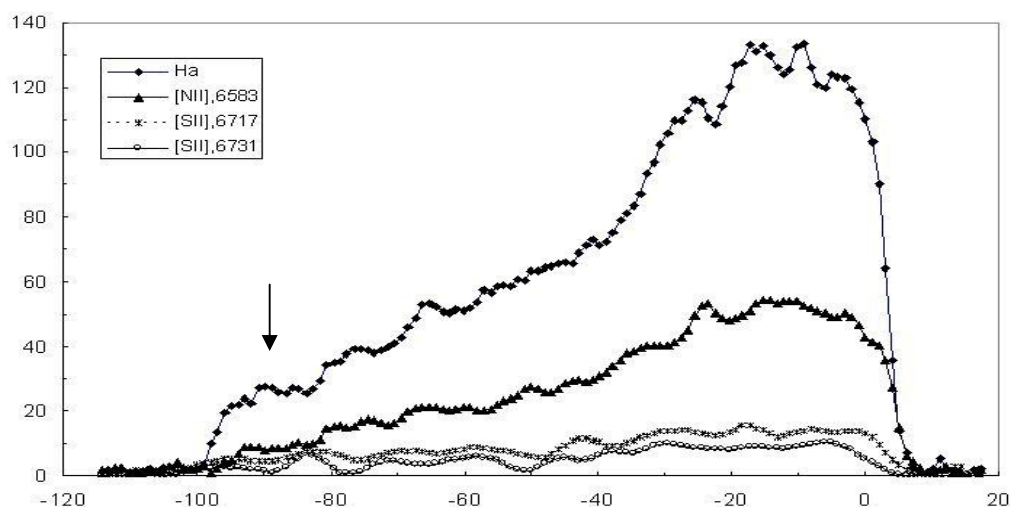


Рисунок 2 – Плотность потоков излучения в линиях  $H\alpha$ , [NII],6583, [SII], 6717, 6731A вдоль сечения 2. Ось X – расстояние относительно центральной звезды в угловых секундах. Ось Y – представлена в шкале  $10^{-16} \text{ эрг/см}^2 \text{ сек}^{-1} \text{ (сек дуги)}^{-2}$ . Положение волокна – обозначено стрелкой

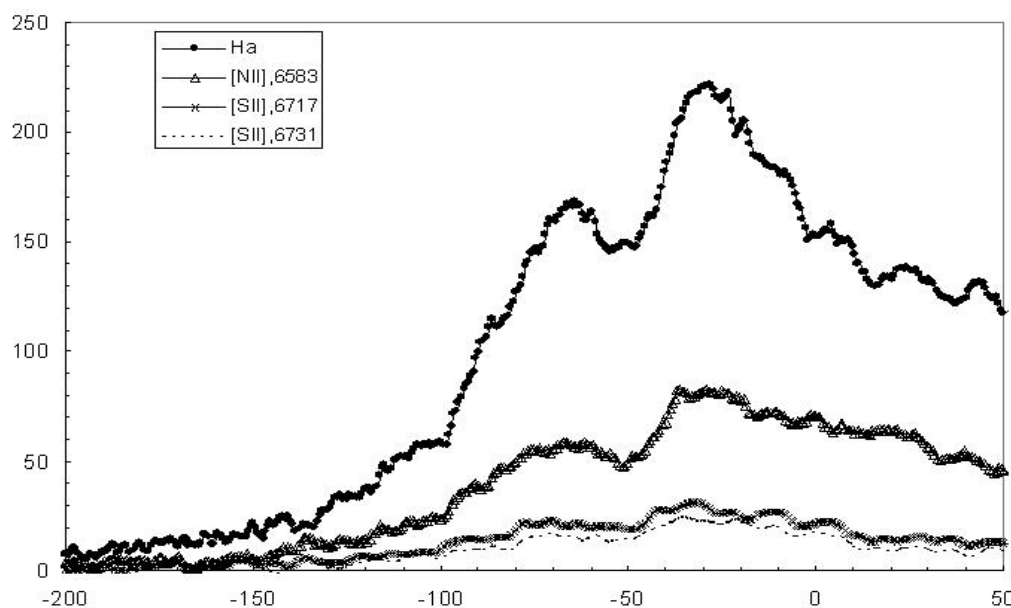


Рисунок 3 – Плотность потоков излучения в линиях  $H\alpha$ , [NII],6583, [SII], 6717, 6731A вдоль сечения 3. Ось X – расстояние относительно центральной звезды в угловых секундах. Ось Y – представлена в шкале  $10^{-16} \text{ эрг/см}^2 \text{ сек}^{-1} \text{ (сек дуги)}^{-2}$

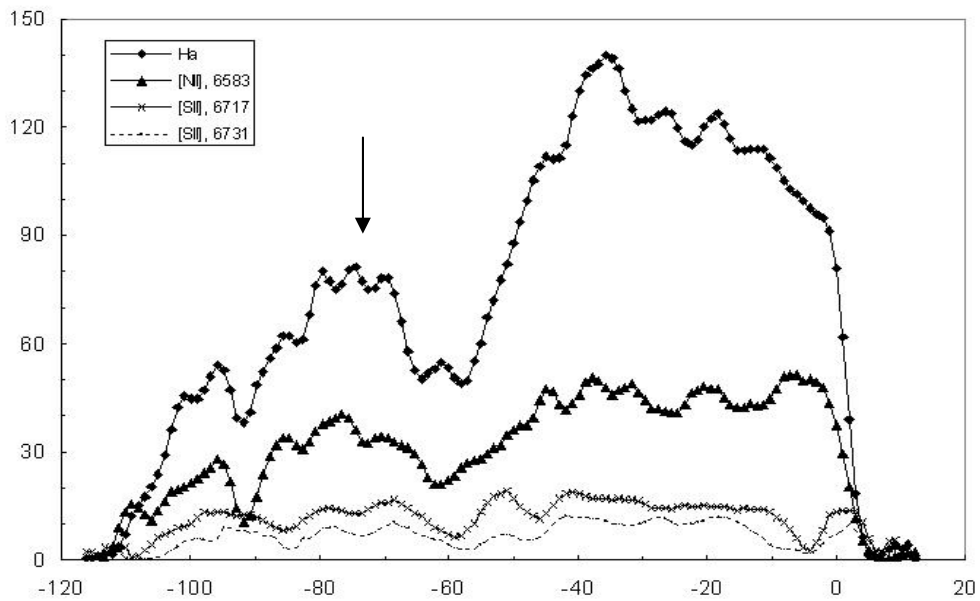


Рисунок 4 – Плотность потоков излучения в линиях H $\alpha$ , [NII],6583, [SII], 6717, 6731A вдоль сечения 4. Ось X – расстояние относительно центральной звезды в угловых секундах. Ось Y представлена в шкале  $10^{-16}$ эрг/см $^2$  сек (сек дуги) $^2$  Положение волокна – обозначено стрелкой

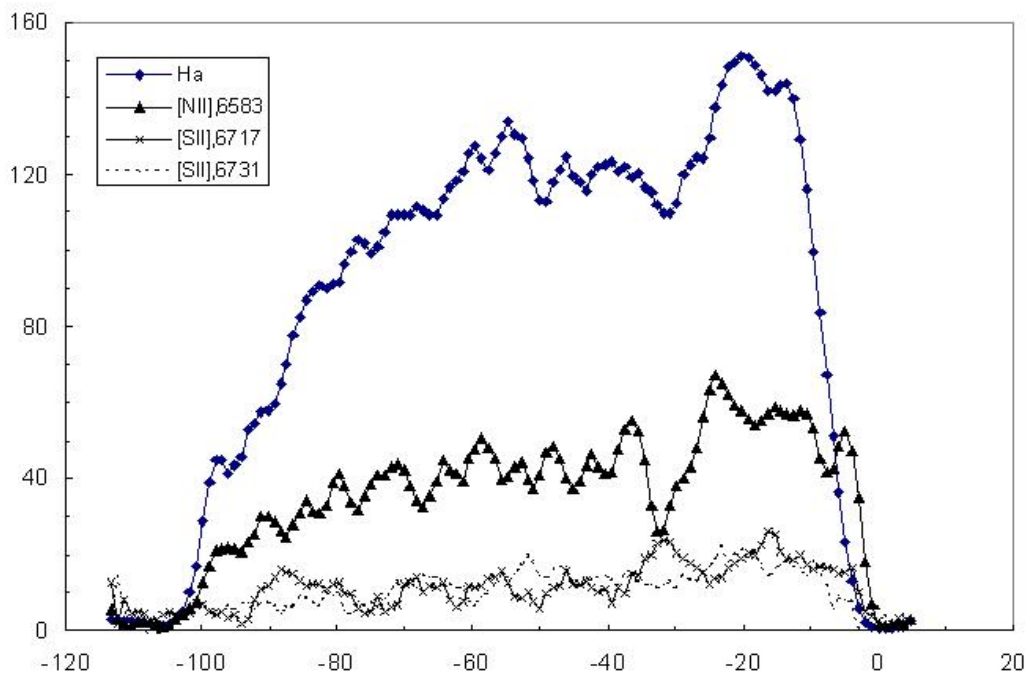


Рисунок 5 – Плотность потоков излучения в линиях H $\alpha$ , [NII],6583, [SII], 6717, 6731A вдоль сечения 5. Ось X –расстояние относительно центральной звезды в угловых секундах. Ось Y представлена в шкале  $10^{-16}$ эрг/см $^2$  сек (сек дуги) $^2$

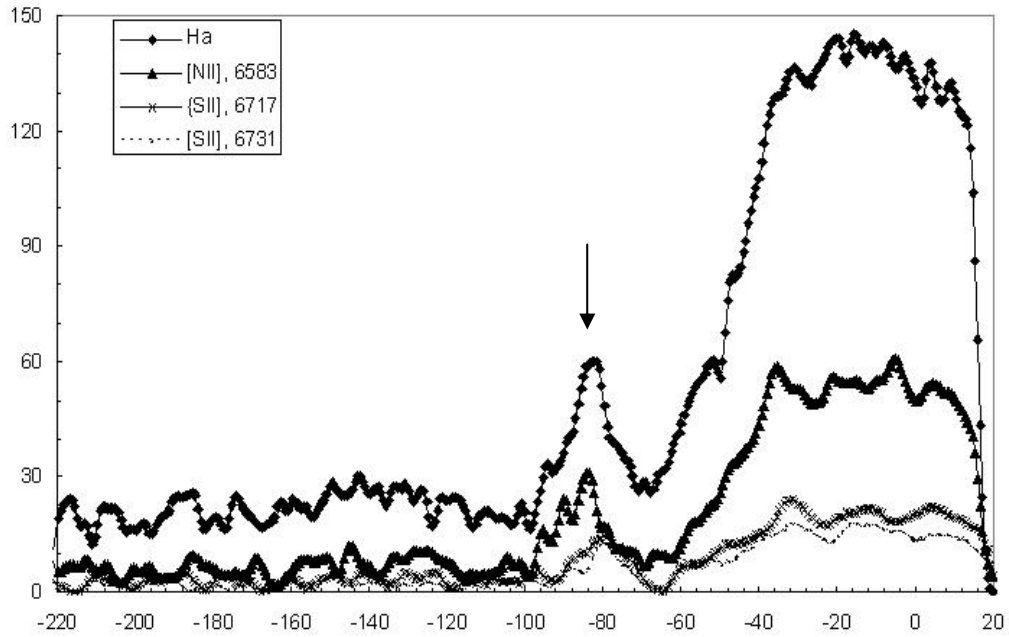


Рисунок 6 – Плотность потоков излучения в линиях H $\alpha$ , [NII],6583, [SII], 6717, 6731A вдоль сечения 6. Ось X –расстояние относительно центральной звезды в угловых секундах. Ось Y представлена в шкале  $10^{-16}$ эрг/см $^2$  сек (сек дуги) $^2$ . Положение волокна – обозначено стрелкой

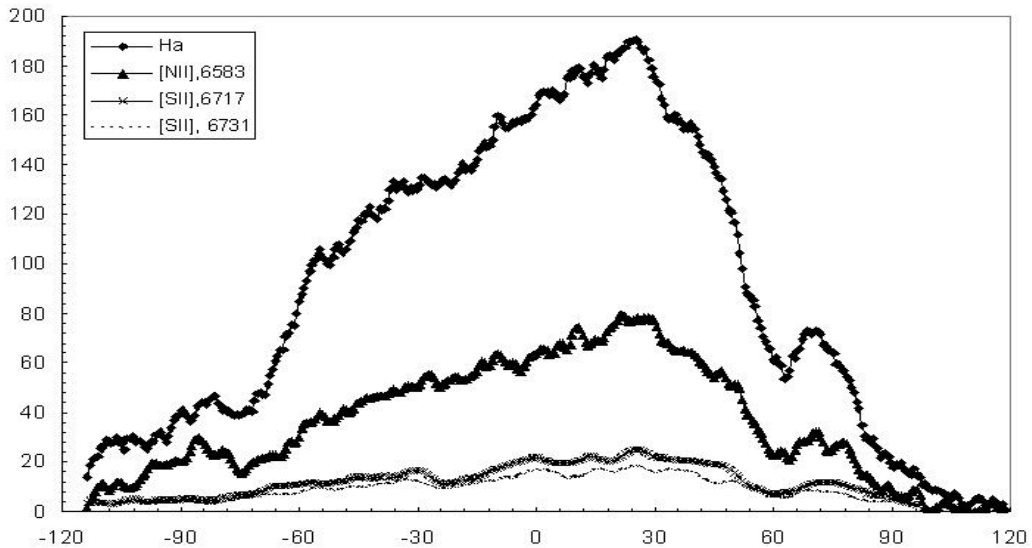


Рисунок 7 – Плотность потоков излучения в линиях H $\alpha$ , [NII],6583, [SII], 6717, 6731A вдоль сечения 7. Ось X –расстояние относительно центральной звезды в угловых секундах. Ось Y представлена в шкале  $10^{-16}$ эрг/см $^2$  сек (сек дуги) $^2$

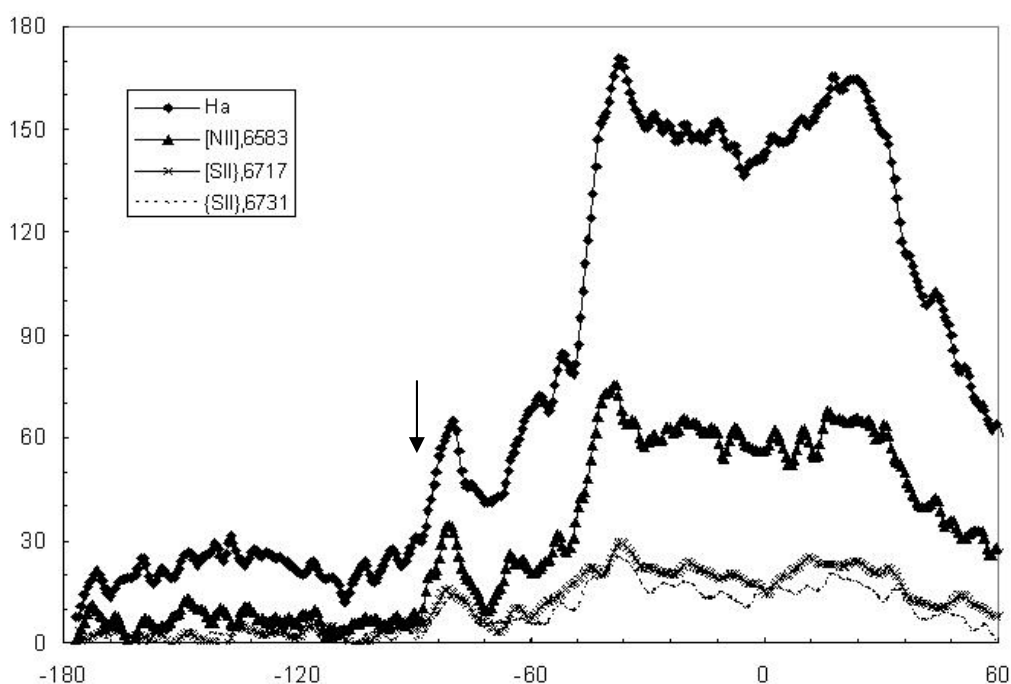


Рисунок 8 – Плотность потоков излучения в линиях H $\alpha$ , [NII], 6583, [SII], 6717, 6731A вдоль сечения 8. Ось X – расстояние относительно центральной звезды в угловых секундах. Ось Y представлена в шкале  $10^{-16}$  эрг/см<sup>2</sup> сек (сек дуги)<sup>2</sup>. Положение волокна – обозначено стрелкой

На приведенных графиках можно заметить, что структурные детали на кривых распределения поверхностной яркости в линиях H $\alpha$  и [NII] практически идентичны. Истинные границы туманности видны на Рис.7. В остальных сечениях изображения справа обрезано входной щелью спектрографа. Сечения № 3 и № 7 проходят через центральную звезду в направлениях восток – запад и север – юг. Заметно, что максимумы излучения в линиях H $\alpha$  и [NII] смещены относительно центральной звезды на  $\sim 25''$  и  $30''$  соответственно. Отношение плотностей потоков в линиях  $F(\text{H}\alpha)/F([\text{NII}], 6583)$  и  $F(\text{H}\alpha)/F(6717+6731)$  составляет  $\sim 2.4$  и 4, соответственно. Можно утверждать, что основным источником ионизации газа в туманности является ультрафиолетовое излучение центральной звезды. Электронная плотность Ne, рассчитываемая по отношению потоков излучения в линиях [SII] 6717A и 6731A, составляет в среднем по туманности  $\sim 300 \pm 120 \text{ см}^{-3}$ . Полученные значения согласуются с ранними результатами работы [12] и в два раза меньше оценок, получены на радионаблюдений с разрешением 1-2' [1]. Спектральные характеристики туманности и электронная плотность газа соответствуют параметрам классических HII районов.

Эмиссионная деталь – волокно прослеживается в сечениях 2, 4, 6 и 8. Излучение всех эмиссионных линий в этой области примерно в 2.5 раза слабее чем в центре туманности, однако, отношения  $F(\text{H}\alpha)/F([\text{NII}])$  и  $F(\text{H}\alpha)/F(6717+6731)$  остаются прежними. Создается впечатление, что волокно является полноправной зоной туманности – ее продолжением на периферии, но почему-то отделенной от нее. В статье [5] приводятся данные наблюдений зон звездообразования в инфракрасном диапазоне. В направлении на CED 90 авторы обнаружили джеты молекулярного газа. Положение первого джета совпадает со слабой светлой дугой на западе от центральной звезды. Второй расположен как раз в направлении на область, отделяющую волокно от туманности. Возможно, наблюдаемое волокно является результатом случайной проекции на луч зрения темного фрагмента молекулярного газа. (на рисунке 1 – негативе изображения, он должен выглядеть, как светлое пятно).

Работа выполнена по проекту «Исследование физических процессов в областях звездообразования и околяядерных зонах активных галактик»



## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Mallick K. Ojha D. Star forming activity in the galactic HII region SH-297 // arXiv:1209.3402 v1. 2012.
- 2 Felli M., Harten R. A High Resolution Search for Small-Scale Structure in Sharpless HII Regions at 4.995-GHZ - Part Three – Description of Selected Sources // A&A. 1981. 100. 42-47.
- 3 Bica E., Dutra, C. M., Soares, J. et al. New infrared star clusters in the Northern and Equatorial Milky Way with 2MASS // A&A. 2003. – 404. 223.
- 4 Forbeich J., Schreyer K., Posselt B., et al. An extremely young massive stellar object near IRAS 07029-1215 // ApJ. 2004. – 602. 843 – 849.
- 5 Forbrich J., Stanke Th., Klein R., et al. A multi-wavelength study of a double intermediate-mass protostar-from large-scale structure to collimated jets // arXiv:0809.5048v2. 2008.
- 6 Tjin Djin H., van den Ancker M., Blondel P., et al. The stellar composition of the star formation region CMa R1 – II. Spectroscopic and photometric observations of nine young stars // MNRAS. 2001. – 375. 1441 -1457.
- 7 Weaver, H., & Williams, D. R. W. The Berkeley Low-Latitude Survey of Neutral Hydrogen Part II. Contour Maps // A&AS. 1974. – 17. 1.
- 8 Herbst, W., Racine, R., & Warner, J. W. Optical and infrared properties of the newly formed stars in Canis Major R1 // ApJ. 1978. – 223. 471.
- 9 Shevchenko, V. S., Ezhkova, O. V., Ibrahimov, M. A., et al. The stellar composition of the star formation region CMa R1 - I. Results from new photometric and spectroscopic classifications // MNRAS., 1999. – 310. 210.
- 10 Reynolds, R. J., & Ogden, P. M. Fabry-Perot observations of a large, expanding gas shell associated with Canis Major R1 and Canis Major OB1 // ApJ. 1978. – 224. 94.
- 11 Gregorio-Hetem O. The Canis Major Star Forming Region // Handbook of Star Forming Regions. 1008. 2. 1-25.
- 12 Курчаков А.В. Фотометрические и спектральные исследования туманности Сед 90 // Известия МН-АН РК. 1997. – 4. 123 – 127.
- 13 Харитонов А.В., Терещенко В.М., Князева Л.Н. Спектрофотометрический каталог звезд Алма-Ата. 1988.

## REFERENCES

- 1 Mallick K. Ojha D. *arXiv:1209.3402 v1. 2012.*
- 2 Felli M., Harten R. *A&A. 1981.* – 100. 42-47.
- 3 Bica E., Dutra, C. M., Soares, J. et al. *A&A. 2003.* – 404. 223.
- 4 Forbeich J., Schreyer K., Posselt B., et al. *ApJ. 2004.* – 602. 843 – 849.
- 5 Forbrich J., Stanke Th., Klein R., et al. *arXiv:0809.5048v2. 2008.*
- 6 Tjin Djin H., van den Ancker M., Blondel P., et al. *MNRAS. 2001.* – 375. 1441 -1457.
- 7 Weaver, H., & Williams, D. R. W. *A&AS. 1974.* – 17. 1.
- 8 Herbst, W., Racine, R., & Warner, J. W. *ApJ. 1978.* – 223. 471.
- 9 Shevchenko, V. S., Ezhkova, O. V., Ibrahimov, M. A., et al. *MNRAS., 1999.* – 310. 210.
- 10 Reynolds, R. J., & Ogden, P. M. *ApJ. 1978.* – 224. 94.
- 11 Gregorio-Hetem O. *Handbook of Star Forming Regions. 2008.* – 2. 1-25.
- 12 Kurchakov A. *Izvestiya MS –AS RK . 1997.* – 4. 123 – 127 (in Russian).
- 13 Kharitonov A., Tereshchenko V., Knyazeva L. *Spectrophotometric Catalog of stars Alma-Ata. 1988* (in Russian).

## Резюме

Л. Н. Кондратьева<sup>1</sup>, Ф. Қ Рсинаев<sup>2</sup>, Е. К. Аймұратов<sup>3</sup>

(«В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматы қ.)

## CED 90 ТҰМАНДЫҒЫ ҚҰРЫЛЫМЫНЫҢ ИОНДАЛУЫН ЗЕРТТЕУ

*Жұмыстың мақсаты:* CED 90 тұмандығы құрылымының иондалуын зерттеу, газдың иондалу механизімін анықтау және талшық тәрізді құрылымның пайда болу себебін табу.

*Зерттеу әдісі:* Спектрографтың кіретін саңылауынан объектінің әртүрлі орналасуының спектрлік бақылаулары. Иондалудың әртүрлі аймақта таралуының жалпы суретін алу үшін таңдап алынған қиманың эмиссиялық сызықтар ағынының абсолютті калибровкасы.

*Жұмыстың нәтижесі:* Тұмандықтағы әртүрлі эмиссиялық сызықтардағы сәулелену ағынын тығыздығының таралуы туралы мәліметтер алынды.

*Қолдану аймағы* Алынған мәліметтер зерттелетін объектінің бақыланатын құрылымын түсіндіретін, модельдерді есептеу үшін қолдануға болады.

*Тұжырымдама:* Тұмандықтардың ішкі аймағындағы күрделі құрылымы болатындығы расталады. Тұмандықтың оңтүстік-батыс аймағында бақыланатын, эмиссиялық талшықтар, осы аймаққа молекулярлық джеттің проекциялануы нәтижесінде болады.

*Кілт сөздер:* жұлдызаралық орта; HII аймағы; дербес объектілер – Ced 90.

### Summary

L. Kondratyeva<sup>1</sup>, F. Rspaev<sup>2</sup>, E. Aimuratov<sup>3</sup>

(Fessenkov Astrophysical Institute, Almaty)

### STUDY OF IONIZATION STRUCTURE OF THE NEBULA CED

*Aim:* To study of ionization structure of the nebula CED 90, to determine a mechanism of gas ionization and to found out the nature of an emission arch in the southeast of the nebula.

*Research method:* Spectral observations with the different positions of an entrance slit of spectro-graph. An absolute calibration of the emission line fluxes in the chosen sections In order to obtain the general picture of distribution of the different ionization zones.

*Results:* Distribution of the flux density for different emission lines is obtained.

*Applications:* Obtained data may be used for the modeling of the observable structure of the object..

*Conclusions:* The complex structure of the inner regions of the nebula was confirmed. The emission arch, observable in southwest area of the nebula is consequence of molecular jet projection to this zone.

*Key words:* Interstellar matter, HII regions; individual objects- CED 90.

Поступила 2014 г.

УДК 524.31

Л. Н. КНЯЗЕВА

(Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова, Алматы)

### ИССЛЕДОВАНИЕ СВЯЗИ МЕЖДУ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ШИРИНОЙ ПОЛОСЫ ПОГЛОЩЕНИЯ $\lambda 2200\text{Å}$ И ИЗБЫТКОМ ЦВЕТА

*Цели.* Мы исследовали возможную связь между эквивалентной шириной полосы межзвездного поглощения  $\lambda 2200\text{Å}$  и избытком цвета E(B-V) избранных ранних В звезд.

*Методы.* Используется уточненное абсолютное распределение энергии звезд в области спектра  $\lambda 1800-3200\text{Å}$  из заключительного INES архива наблюдений спутника IUE. Метод пары для вычисления кривых экстинкции.

*Результаты.* Получены кривые экстинкции в области спектра  $\lambda 1800-3200\text{Å}$  в направлениях избранных звезд. Сделано сравнение с результатами других авторов, указывающее на хорошее качество кривых. Получены эквивалентные ширины полосы  $\lambda 2200\text{Å}$ , сделано сравнение с результатами других авторов.

*Выводы.* Не найдено тесной связи между эквивалентной шириной полосы межзвездного поглощения  $\lambda 2200\text{Å}$  и избытком цвета выбранных звезд.

*Область применения.* Астрофизические исследования

**Ключевые слова.** Ультрафиолет, спектры, межзвездная экстинкция, звезды ранних спектральных классов

**Тірек сөздері:** ультракүлгін, спектрлер, жұлдызаралық экстинкция, ерте спектрлік кластағы жұлдыздар.

Межзвездная экстинкция вызвана поглощением и рассеянием света пылевыми частицами на пути от наблюдаемого объекта до Земли. Зависимость ее от длины волны определяется кривой экстинкции, самой заметной спектральной особенностью которой в ультрафиолете является экстинкционный «горб»  $\lambda 2200\text{Å}$ , впервые обнаруженный более полвека тому назад. Точная природа его появления до сих пор остается одной из самых загадочных тайн в астрофизике. Поэтому анализ связей между величиной экстинкции в полосе  $\lambda 2200\text{Å}$  и другими параметрами, характеризующими межзвездное покраснение, является очень полезным для того, чтобы понять причины, создающие эту полосу. Кроме того, если будет найдена корреляция между экстинкцией в УФ, видимой и ИК областях спектра, то измерения экстинкции в одной области спектра могут быть использованы для предсказания экстинкции в других его областях. Этой проблеме в конце прошлого века было посвящено много работ, выполненных на основе архивных УФ наблюдений на разных спутниках [1-4].

Наша цель – исследовать возможную корреляцию между эквивалентной шириной межзвездной полосы  $\lambda 2200\text{Å}$  и избытками цвета  $E(B-V)$  выбранных В звезд. Избыток цвета  $E(B-V)$  является наиболее легко определяемым показателем величины межзвездного покраснения в видимой области спектра в направлении данной звезды.

На первом этапе этой работы мы определяем УФ межзвездную экстинкцию в направлении группы выбранных звезд с разными значениями избытков цвета. Для этой цели из большого списка звезд спектральных подклассов В0-В3 классов светимости III-V были выбраны 29 звезд с избытками цвета от 0.13 до 0.56, для которых в базе данных INES имелись хорошего качества абсолютные распределения энергии, полученные из IUE наблюдений на участке спектра  $\lambda 1850-3200\text{Å}$ . Качество спектров оценивалось при анализе их графических представлений в этой области. Список ограничен ранними В звездами и 3-мя О звездами, так как распределения энергии звезд более поздних спектральных подклассов сильно зависят от спектрального класса. Небольшой диапазон избытков цвета связан с отсутствием хорошего качества наблюдений для сильно покрасневших звезд. В таблице 1 представлен список выбранных звезд и их фотометрические характеристики.

Таблица 1 – Список выбранных покрасневших звезд и их фотометрические характеристики

№	HD	Sp	V	B-V	E(B-V)	D,pc	HD, Stand
1	2	3	4	5	6	7	8
1	18352	B1V	6.84	0.157	0.45	-	36959
2	19374	B1.5V	6.13	-0.123	0.13	~503	65740
3	22951	B0.5V	4.97	-0.048	0.24	~332	36512
4	23180	B1III	3.79	0.022	0.32	~371	160578
5	24534	O9III	6.79	0.081	0.45	~750	111123
6	27778	B3V	6.34	0.173	0.38	~234	74280
7	34078	O9.5V	5.99	0.199	0.76	~321	36512
8	37061	B1V	6.75	0.184	0.54	~445	36959
9	37367	B2IV/V	5.98	0.144	0.42	~360	31726
10	37903	B1.5V	7.81	0.077	0.35	~500	64740
11	38131	B0.5V	8.19	0.210	0.51	~1300	24760
12	40893	B0IV	8.90	0.160	0.46	~2800	34816
13	46106	B0/1V	7.96	0.090	0.42	~329	36512
14	47417	B0IV	6.94	0.003	0.22	~1300	34816
15	47432	O9.5III	6.23	0.086	0.40	~1400	111123
16	48434	B0III	5.88	-0.046	0.28	~909	111123
17	52721	B2V	6.54	0.016	0.28	~444	31726
18	53974	B0.5III	5.41	0.033	0.33	~692	111123
19	68450	B0III	6.42	-0.045	0.23	~849	111123
20	75759	B1.5III	6.00	-0.114	0.17	~585	35468
21	143275	B0IV	2.29	-0.117	0.19	~224	34816
22	144470	B1V	3.93	0.046	0.19	~195	36959
23	145502	B2IV	4.00	0.076	0.25	~375	34816
24	147165	B1III	2.90	0.299	0.40	~212	35468
25	147933	B2/3V	5.00	-	0.49	~1500	31726
26	154445	B1V	5.63	0.104	0.37	~400	36959
27	170235	B2V	6.63	0.002	0.30	~1300	175191
28	170740	B2V	5.77	0.240	0.50	~235	175191
29	179406	B3V	5.35	0.094	0.31	~227	74280

Описание таблицы: 1 столбец – порядковый номер, 2-ой-номер звезды по каталогу HD, 3-ий-спектральный класс, 4-ый-видимая звездная величина, 5-ый наблюдаемый показатель цвета, 6-ой-избыток цвета [5-8], 7-ой-расстояние, 8-ой- использованный стандарт

Так как в базе данных INES наблюдения хорошего качества имеются только для спектров высокого разрешения, которые не очень удобны для нашей цели, мы берем данные о распределении энергии в УФ спектрах звезд, представленные в графическом виде, и выполняем их оцифровку с меньшим разрешением, используя программу GetData Graph Digitizer 2.24 ([http:// getdata-graph-digitizer.com/](http://getdata-graph-digitizer.com/)). Качество оцифровки, выполненной с помощью этой программы, было проверено сравнением данных высокого разрешения из базы данных INES и числовых данных, полученных из оцифровки графиков звезд. На рисунке 1 приведен пример такого сравнения для звезды HD 18352.

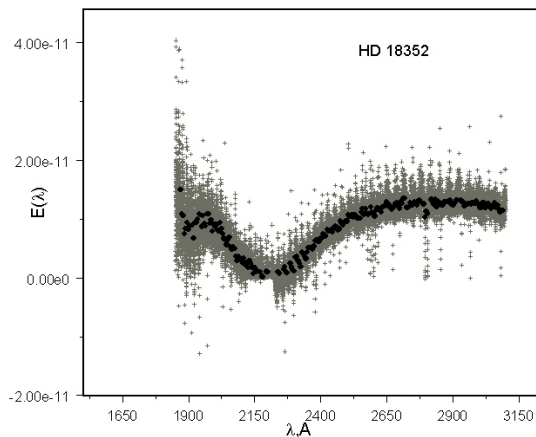


Рисунок 1 – Пример сравнения данных высокого разрешения из базы данных INES и числовых данных, полученных из оцифровки графика для звезды HD 18352

Для определения межзвездной экстинкции на участке спектра, где наблюдается межзвездная полоса  $\lambda 2200\text{Å}$  (1850-3100Å) в направлении выбранных покрасневших звезд, мы используем стандартный метод пары. Кривая межзвездного покраснения получается из отношения потоков покрасневшей и непокрасневшей звезд, желательно одного и того же спектрального подкласса и класса светимости, и вычисляется по формуле:

$$k(\lambda-V) = E(\lambda-V)/E(B-V) = [m(\lambda-V) - m(\lambda-V)_0] / [(B-V) - (B-V)_0]$$

В качестве стандартов были выбраны 10 непокрасневших звезд тех же спектральных подклассов и классов светимости, как и исследуемые звезды, их список и фотометрические характеристики приведены в таблице 2.

Таблица.2 – Список звезд стандартов и их фотометрические характеристики

№	HD	Sp	V	B-V	E(B-V)
1	2	3	4	5	6
1	24760	B0.5V	2.90	-0.20	0.05
2	31726	B2V	6.15	-0.20	0.04
3	34816	B0.5IV	4.29	-0.24	0.03
4	35468	B2III	1.64	-0.22	0.02
5	36512	B0V	4.62	-0.26	0.03
6	36959	B1V	5.67	-0.23	0.02
7	64740	B1.5V	4.53	-0.23	0.04
8	74280	B3V	4.30	-0.19	0.00
9	111123	B0.5III	1.25	-0.24	0.01
10	175191	B2.5V	2.05	-0.21	0.02

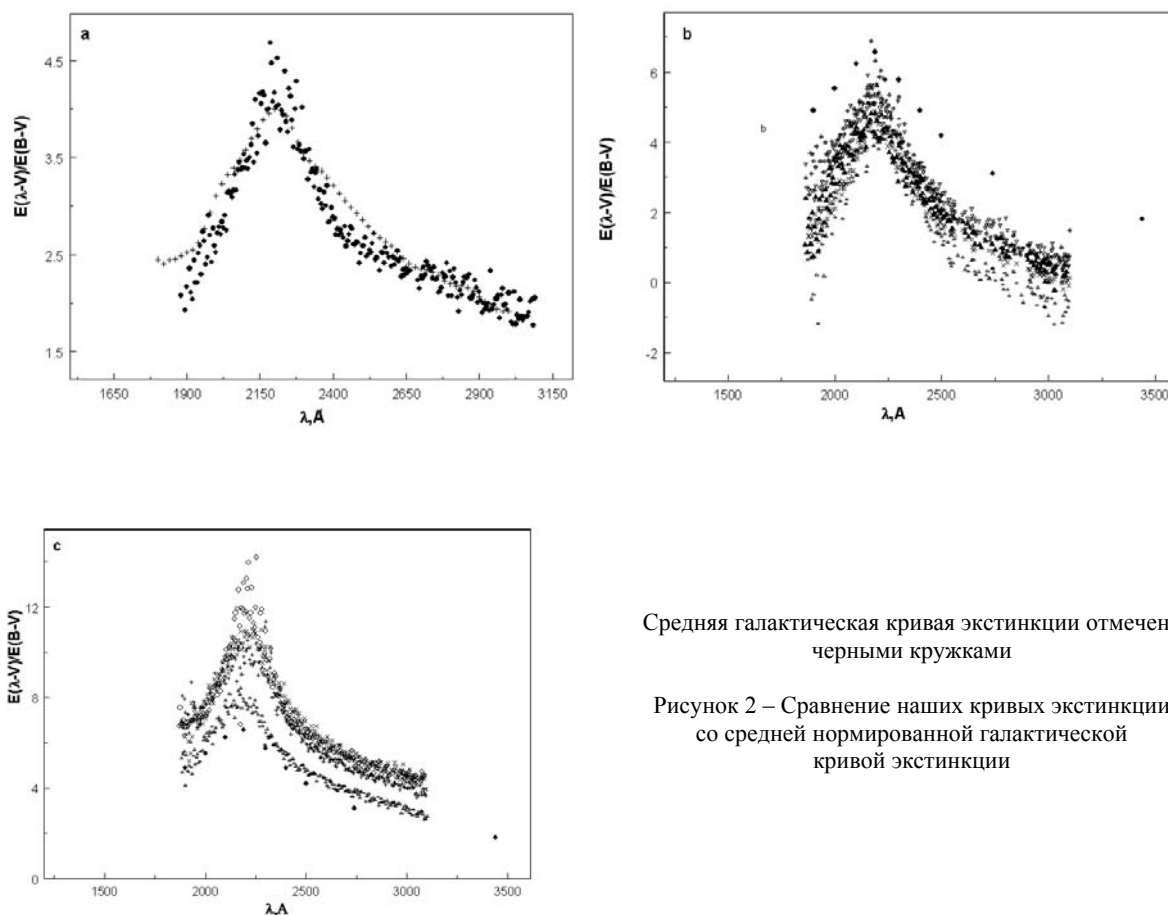
Описание таблицы: 1 столбец - номер по порядку, 2-ой-номер звезды по каталогу HD, 3-ий-спектральный класс, 4-ый-видимая звездная величина, 5-ый наблюдаемый показатель цвета, 6-ой-избыток цвета

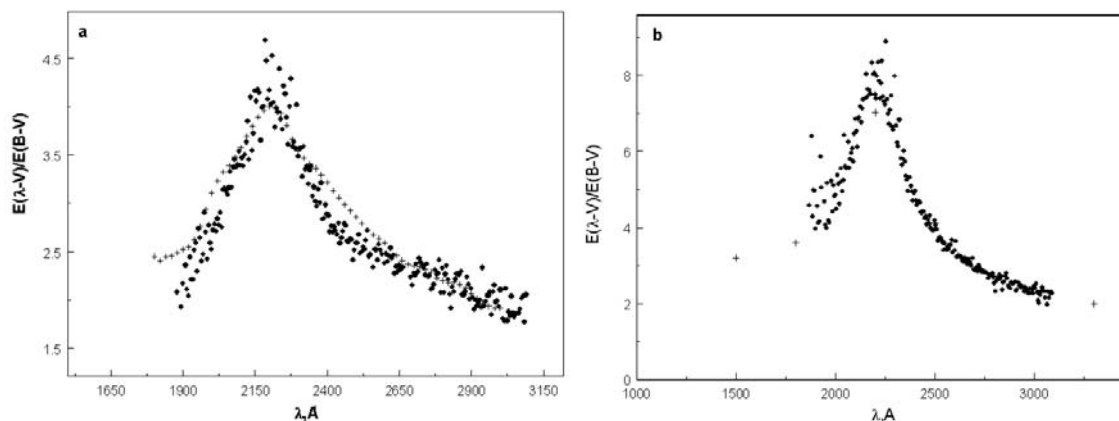
Для этих звезд также как и для программных звезд была выполнена оцифровка графических спектров. Затем абсолютные распределения энергии программных и стандартных звезд были переведены в звездные величины, используя связь:  $m(\lambda) = -2.5 \lg E(\lambda)$ , и нормированы звездной величиной  $V$ . Качество кривых экстинкции из метода пары в значительной степени зависит от того, насколько хорошо подобран непокарасневший объект для сравнения с покарасневшим объектом. Влияние этого фактора на качество кривых экстинкции обсуждается в [9].

Мы сравнили полученные нами кривые УФ экстинкции со средней нормированной галактической кривой экстинкции в этой области спектра из [10]. Эта кривая получена анализом и усреднением средних кривых экстинкции, вычисленных разными авторами. Результаты сравнения приведены на рисунке 2.

Как видно, на этом рисунке большая часть наших кривых хорошо соответствует средней кривой (рис.1а). Отклонения от средней кривой экстинкции, показанные на рис.1б и рис.1с, скорее всего, обусловлены отличным от среднего распределением пылевых частиц по размерам в направлении этих звезд, а также с различием их химического состава и кристаллической структуры.

Кроме того, были выполнены сравнения с кривыми экстинкции, полученными в работах [11, 12] для общих звезд. В работе [11] содержатся кривые экстинкции для 1415 звезд Галактики, полученные по фотометрическим наблюдениям со спутника ANS (Астрономический спутник Нидерландов). Использовался 5-ти канальный УФ фотометр, сцентрированный на длины волн: 1550, 1800, 2200, 2500, 3300Å, результаты приведены в форме:  $K(\lambda) = E(\lambda - V) / E(B - V)$ . Мы сравнили 10 общих звезд. Хорошее согласие показали кривые экстинкции в направлении 6 звезд: HD 37061, HD 37367, HD 38131, HD 40893, HD 46106, HD 147933. Пример сравнения показан на рисунке 3а.





Точки – наши данные, плюсы данные из [11] (а) и из работы [12] (б)  
 Рисунок 3 – Сравнение наших кривых экстинкции с результатами других авторов для звезд HD 37061 и HD 144470

Плохое согласие найдено для звезд HD 18352 (наши результаты выше в 2200Å и ниже в красную сторону), HD154445 (наши результаты систематически выше), HD 48434 и HD 53974 (наши результаты систематически ниже).

В работе [12] собраны экстинкционные кривые для 436 звезд. УФ часть этих кривых базируется на УФ фотометрии со спутника ANS, результаты приведены в форме:  $K(\lambda) = E(\lambda - V) / E(B - V)$ , для тех же длин волн, что и в работе [11]. Сравнение выполнено для 14 общих звезд. Плохо согласуются только 3 звезды (HD 68450, HD 75759, HD 147165), хорошее согласие показывают звезды: HD 18352, HD 34078, HD 37061, HD 144470, HD 145502, HD 147933, HD 170235 и HD 179406. Скорее всего, плохое согласие в обоих случаях связано с ошибками наблюдений. На рисунке 3b приведен пример хорошего согласия наших результатов и данных работы [12] для звезды HD 144470.

На основании выполненных сравнений, мы считаем, что полученные нами УФ кривые экстинкции вполне достоверные и могут быть использованы для нашей цели. На рисунке 4 приведен пример экстинкционного «горба» полученного нами на кривой межзвездной экстинкции в области 1850-3100Å ( $3.3-5.5 \mu\text{m}^{-1}$ ) в направлении звезды HD 46106.

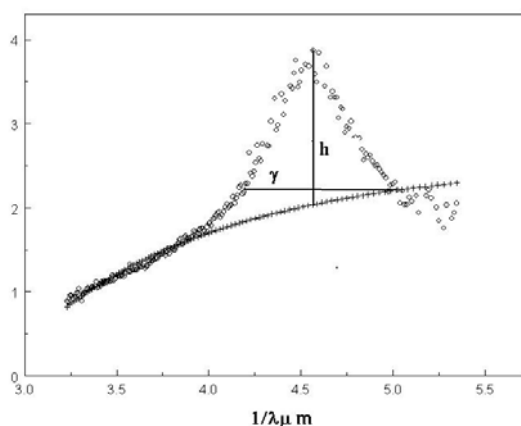


Рисунок 4 -Пример кривой межзвездной экстинкции в области  $3.3-5.5 \mu\text{m}^{-1}$  в направлении звезды HD 46106

Эквивалентную ширину этого «горба» мы определяем, используя формулу  $W_{2175} / E(B - V) = \pi c_3 / 2\gamma$  из [13], где 2175 Å – длина волны максимума поглощения, которая, как известно, остается практически постоянной для всех звезд.  $c_3 = h$  – высота максимума полосы над континуумом, т.е. разность между максимальным значением поглощения в длине волны 2175Å и его величиной в

континууме экстинкции,  $\gamma$  – ширина полосы 2200Å Непрерывную межзвездную экстинкцию в области полосы мы оценили интерполяцией непрерывной экстинкции внутри области 3.3-5.5  $\mu\text{m}^{-1}$ . Для сравнения в 9-ом столбце таблицы 3 приведены значения  $W_{2175X}$  эквивалентных шириин полосы  $\lambda 2200\text{Å}$ , полученные для общих звезд в [14]. Эти значения вычислены по той же самой формуле, как и наши, но значения  $s_3$  и  $\gamma$  взяты из разных литературных источников, ссылки на которые приведены в [14]. Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Вычисленные эквивалентные ширины полосы  $\lambda 2200\text{Å}$ 

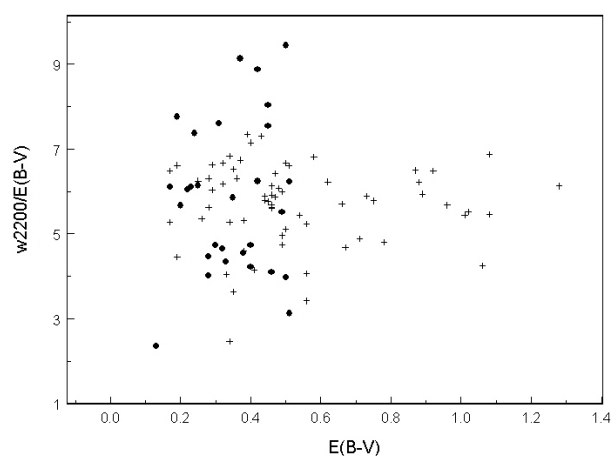
HD	D,пс	E(B-V) mag	Ширина $\gamma$ 2200, $\mu\text{m}^{-1}$	Погл.в конт $\lambda 2175$	Погл. $\lambda 2175$	h2175	$W_{2175}$	$W_{2175X}$ [13]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
18352	-	0.45	0.89	4.25	8.80	4.55	8.03	-
19374	500	0.13	0.90	4.37	7.30	2.93	2.36	-
22951	332	0.24	0.78	13.33	9.61	3.66	7.37	-
23180	370	0.32	0.78	3.30	5.61	2.31	4.65	-
24534	750	0.45	0.80	1.45	5.30	3.84	7.54	-
27778	234	0.38	0.92	5.29	7.95	2.66	4.54	4.75
34078	400	0.51	0.92	4.26	7.91	3.65	6.23	6.00
37061	445	0.50	0.81	2.64	4.69	2.05	3.97	3.42
37367	360	0.42	0.91	4.78	8.40	3.62	6.24	7.15
37903	700	0.35	0.84	4.20	7.34	3.13	5.85	3.64
38131	1300	0.51	0.91	4.11	5.92	1.81	3.12	6.51
40893	2800	0.46	0.96	4.14	6.64	2.50	4.09	5.92
46106	1300	0.42	0.80	4.62	9.14	4.52	8.87	5.94
47417	1300	0.22	0.92	6.86	10.40	3.54	6.04	-
47432	1400	0.40	0.97	2.69	5.61	2.92	4.73	-
48434	900	0.28	0.92	1.88	4.23	2.35	4.01	6.31
52721	450	0.28	0.87	4.43	6.90	2.47	4.46	-
53974	650	0.33	1.01	2.01	4.80	2.79	4.34	-
68450	850	0.23	1.04	1.26	5.35	4.09	6.10	-
75759	580	0.17	0.81	1.12	4.27	3.15	6.10	-
143275	230	0.20	0.85	3.53	6.46	3.07	5.67	5.27
144470	195	0.19	0.87	4.03	8.33	4.30	7.76	6.62
145502	375	0.25	0.99	7.05	10.92	3.87	6.14	6.26
147165	210	0.40	1.05	1.68	4.50	2.82	4.22	5.27
147933	1500	0.49	0.99	2.25	5.73	3.48	5.52	5.62
154445	400	0.37	0.89	6.80	13.26	5.76	9.13	7.34
170235	1300	0.30	1.01	2.90	5.95	3.05	4.74	-
170740	235	0.50	0.90	4.17	9.58	5.41	9.44	-
179406	230	0.31	0.92	5.40	10.10	4.46	7.61	-

Описание таблицы: 1-ый столбец-номер звезды, 2-ой-расстояние до звезды, 3-ий-избыток цвета, 4-ый-ширина полосы 2200Å, 5-ый-поглощение в континууме для 2175Å, 6-ой-поглощение в максимуме 2175Å, 7-ой-h высота максимума над континуумом, 8-ой-эквивалентная ширина полосы 2200 Å, 9-ый - эквивалентная ширина полосы 2200 Å из [14].

Из 15 общих звезд плохое согласие показывают только 4 звезды: HD 37903, HD 40893, HD 46106, HD 48434. На рисунке 5 представлена зависимость эквивалентных шириин полосы 2200Å от избытка цвета, для значений эквивалентных шириин, вычисленных нами и полученных в работе [14] для всех исследованных звезд.

Как видно из рисунка 5, нет заметного увеличения эквивалентной шириины полосы  $\lambda 2200\text{Å}$  с увеличением избытка цвета ни для рассмотренных нами звезд, ни для звезд из [14]. Возможно, это является следствием выбора звезд, их небольшого числа и довольно узкого интервала избытков цвета для выбранных звезд. Следует отметить, что специальные исследования для определения интенсивности или эквивалентной шириины полосы  $\lambda 2200\text{Å}$  и связи этих параметров с избытком цвета, никогда не проводились. Мы полагаем, что необходимо выполнить специальную программу, позволяющую получить надежные оценки эквивалентной шириины полосы  $\lambda 2200\text{Å}$ , а затем искать связь ее с характеристиками межзвездной экстинкции в других областях спектра.

Работа выполнена в рамках программы 002 «Прикладные исследования в области космической деятельности».



кружки – наши данные, кресты-данные из [14]  
Рисунок 5 – Зависимость вычисленных эквивалентных ширин полосы 2200 Å от избытка цвета

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Aiello S. et al. Atlas of the wavelength dependence of ultraviolet extinction in the Galaxy//A&ASS.-1988. – V. 73. – P. 195-208.
- 2 Fitzpatrick E.L., Massa D. An analysis of the shapes of ultraviolet extinction curves. III – an atlas of ultraviolet extinction curves // ApJS. 1990. – V. 72. – P. 163-189.
- 3 Cardelli J.A., Clayton G. C., Mathis J.S. The relationship between infrared, optical, and ultraviolet extinction // ApJ. 1989. – V.345. – P. 245-256.
- 4 Valencic L.A., Clayton G.C., Gordon K.D. Ultraviolet Extinction Properties in the Milky Way // ApJ. 2004. – V.616. – P. 912-924.
- 5 Wegner W. The total-to-selective extinction ratio determined from near IR photometry of OB stars // AN. 2003. – V. 324. – P. 219-237.
- 6 Gudennavar S. B.et al. A Compilation of Interstellar Column Densities// VizieR On-line Data Catalog: J/ApJS/199/8. Originally published in: ApJS. 2012. – V.199. – P.8.
- 7 Xiang F. Y., Li Aigen, Zhong J. X.A Tale of Two Mysteries in Interstellar Astrophysics: The 2175 Å Extinction Bump and Diffuse Interstellar Bands// ApJ. 2012. – V. 733. – P. 91.
- 8 Fitzpatrick, E. L.; Massa, D. An Analysis of the Shapes of Interstellar Extinction Curves. V. The IR-through-UV Curve Morphology // ApJ. 2007. – V. 663. – P. 320-341.
- 9 Savage, B. D., Mathis, J. S. Observed properties of interstellar dust // Annual review of astronomy and astrophysics. 1979. – V.17. – P. 73-111.
- 10 Massa, D.; Savage, B. D.; Fitzpatrick, E. L. Peculiar ultraviolet interstellar extinction // ApJ. 1983. – V. 266. – P. 662-683.
- 11 Savage, B. D.; Massa, D.; Meade, M.; Wesselius, P. R. A catalog of ultraviolet interstellar extinction excesses for 1415 stars // Astrophysical Journal Supplement Series 1985. – V. 59. – P. 397-432.
- 12 Wegner W. Atlas of Interstellar Extinction Curves of OB Stars Covering the Whole Available Wavelength Range // Baltic Astronomy. 2000. – V.11. – P.1-74.
- 13 Fitzpatrick E. L., Massa D. An analysis on the shapes of ultraviolet extinction curves. I - The 2175 Å bump // ApJ. 1986. – V. 307. – P. 286-294.
- 14 Xiang, F. Y.; Li, Aigen; Zhong, J. X. A Tale of Two Mysteries in Interstellar Astrophysics: The 2175 Å Extinction Bump and Diffuse Interstellar Bands // ApJ. 2011. – V. 733. – P.91.

#### REFERENCES

- 1 Aiello S. et al. *A&ASS*. **1988**. 73,. 195-208.
- 2 Fitzpatrick E.L., Massa D. *ApJS*. **1990**. 72. 63-189.
- 3 Cardelli J.A., Clayton G. C., Mathis J.S. *ApJ*. **1989**. 345. 245-256.
- 4 Valencic L.A., Clayton G.C., Gordon K.D. *ApJ*. **2004**. 616. 912-924.
- 5 Wegner W. *AN*. **2003**. 324. . 219-237.
- 6 Gudennavar S. B.et al. *ApJS*,. **2012**. 199. 8.
- 7 Xiang F. Y., Li Aigen, Zhong J. X. *ApJ*. **2012**. 733. 91.
- 8 Fitzpatrick, E. L.; Massa, D. *ApJ*. **2007**. 663. 320-341.
- 9 Savage, B. D., Mathis, J. S. *Ann. Rev. of astron. and astrophysics*. **1979**. 17. 73-111.
- 10 Massa, D.; Savage, B. D.; Fitzpatrick, E. L. *ApJ*. **1983**. 266. 662-683.
- 11 Savage B. D., Massa D., Meade M., et al. *ApJ. Suppl. Ser.* **1985**. 59. 397-432.



- 12 Wegner W. *Baltic Astronomy*. **2002**. 11., 1-74.  
13 Fitzpatrick E. L., Massa D. *ApJ*. **1986**. 307. 286-294.  
14 Xiang, F. Y.; Li, Aigen; Zhong, J. X. *ApJ*. **2011**. 733. 91.

## Резюме

*Л. Н. Князева*

(«В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматы қ)

### АРТЫҚ ТҮСТІ ЖӘНЕ $\lambda$ 2200Å ЖҰТЫЛУ ЖОЛАҒЫНЫҢ ЭВИВАЛЕНТТІ ЕНІНІҢ АРАСЫНДАҒЫ БАЙЛАНЫСТЫ ЗЕРТТЕУ

*Мақсаты.* Артық түсті E(B-V) таңдап алынған ерте B жұлдыздары мен  $\lambda$  2200Å жұтылу жолағының эквивалентті енінің арасындағы мүмкін болатын байланысты зерттедік.

*Әдістер.* IUE серігімен бақыланған INES қорытынды мұрағатынан алынған  $\lambda$ 1800-3200 Å спектрінің аймағындағы жұлдыздардың нақтыланған абсолютті энергияның таралуы қолданылады. Экстинкция қисығын есептеу үшін булану әдісі қолданылады.

*Нәтижелері.* Таңдап алынған жұлдыздардың бағытындағы  $\lambda$ 1800-3200 Å спектрдің аймағындағы экстинкция қисығы алынды. Жаксы сападағы қисықтары көрсетілген, басқа авторлардың нәтижелерімен салыстырулар жүргізілді.  $\lambda$  2200Å жолағындағы эквиваленттік ені алынды және басқа авторлардың нәтижелерімен салыстырылды.

*Тұжырымдама.* Таңдап алынған артық түсті жұлдыздар мен  $\lambda$  2200 Å жұлдызаралық жұтылу жолағының эквиваленттік ені арасындағы тығыз байланыс табылмады.

*Қолдану аймағы.* Астрофизикалық зерттеулер.

*Тірек сөздер.* ультракүлгін, спектрлер, жұлдызаралық экстинкция, ерте спектрлік кластағы жұлдыздар.

## Summary

*L. N. KNYAZEVA*

(Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty)

### INVESTIGATION OF POSSIBLE CORRELATION BETWEEN THE EQUIVALENT WIDTH OF THE BAND $\lambda$ 2200Å AND COLOR EXCESS

*Aim.* We explore the possible correlation between the equivalent width of the interstellar band  $\lambda$ 2200Å and color excesses E (B-V) of the selected early B stars. *Methods.* We employ the absolute energy distribution of stars in the spectral region  $\lambda$ 1800- 3200Å from the final INES archive of IUE observations and the pair method of measuring extinction curves. *Results.* We obtained the extinction curves in region 1800-3200Å in the directions to selected stars and compare them with the results of other authors. We calculated the equivalent widths of band  $\lambda$  2200Å and compared them with the results of other authors. *Conclusions.* There is no correlation between the equivalent widths of the interstellar absorption band  $\lambda$ 2200 Å and an color excesses of selected stars. *Area of application.* Astrophysical researches.

**Keywords** ultraviolet, Spectra, Interstellar extinction, Stars of early spectral types.

*Поступила 2014 г.*

В. М. ТЕРЕЩЕНКО

(ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова», Алматы, Республика Казахстан)

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ДЛЯ 8 ПЕРВИЧНЫХ СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКИХ СТАНДАРТОВ С РАЗРЕШЕНИЕМ 1НМ

**Аннотация.** При создании наиболее массовых спектрофотометрических каталогов [1,2] в качестве первичных стандартов служили 8 ярких звезд ранних спектральных классов. Для них заранее было получено внеатмосферное распределение энергии в видимой области спектра (3200-7600Å) с разрешением 50Å. В данной работе для звезд-стандартов представлено абсолютное распределение энергии с разрешением 10Å. Для его определения использованы записи спектров, полученные из специальных наблюдений, и данные Алма-Атинского каталога. Наблюдения проведены с помощью спектрометра Сейя-Намиока на 1-метровом телескопе ТШАО. Ввиду «гладкости» протяженных интервалов в спектрах ранних звезд данные представлены только в области бальмеровского скачка и для участков, занимаемых линиями водорода, гелия и некоторых других элементов. Помимо стандартизации наблюдений, полученные данные можно использовать для калибровки наземной и космической аппаратуры в видимой области спектра.

**Ключевые слова:** звезды, распределение энергии, спектрофотометрические стандарты.

**Тірек сөздер:** жұлдыздар, энергияны үлестіру, спектрофотометрілік стандарттар.

При спектрофотометрических наблюдениях стандартами служат стационарные звезды с хорошо известным внеатмосферным распределением энергии в их спектрах в абсолютных единицах. Задача создания таких стандартов всегда была и будет актуальной. Можно даже сказать, что она принадлежит к классу «вечных». Причины «вечной» актуальности их создания следующие:

Во-первых, стандартов требуется как можно больше, так как от близости угловых направлений между ними и исследуемым объектом зависит производительность и точность наблюдений.

Во-вторых, в связи с появлением крупных телескопов и высокочувствительных приемников излучения становятся доступными более слабые, чем ранее, объекты. Соответственно, требуются и все более слабые стандарты.

В-третьих, по той же причине становится возможным выполнять наблюдения с более высоким спектральным разрешением. При этом необходимы и стандарты с аналогичным разрешением.

В-четвертых, расширяется спектральная область исследований, в настоящее время она охватывает практически весь диапазон электромагнитного излучения. Соответственно, для новых областей спектра нужны свои стандарты.

И, наконец, требуются стандарты с как можно более высокой точностью, которая благодаря усовершенствованию техники и технологий увеличивается со временем. А некоторые стандарты со временем исключаются из списка из-за обнаруженных в них переменностей. Напомним, что если наблюдатель пользуется системой стандартов, то, помимо их точности, становится важной их однородность.

Создание спектрофотометрических стандартов является традиционной тематикой АФИФ. Подчеркнем также, что спектрофотометрический каталог звезд, созданный в нашем институте [1], и по сей день остается самым массовым в мире. Абсолютное распределение в спектрах почти 1300 звезд было получено методом относительной спектрофотометрии путем привязки их к восьми первичным стандартам. Спектральное разрешение данных каталога равно 50Å. В данной работе мы представляем абсолютное распределение энергии в спектрах первичных стандартов с разрешением 10Å (1нм). Для абсолютных измерений данное разрешение является, пожалуй, предельным для наземных наблюдений. При абсолютных измерениях разрешение ограничивается размерами изображения звезды, так как звезда должна полностью, вместе с крыльями, проваливаться во входную диафрагму спектрографа или спектрометра. Полученные данные можно использовать в качестве стандартных при спектральных наблюдениях других объектов, для создания более

слабых вторичных стандартов с разрешением  $10\text{\AA}$  и для более точного вычисления синтетических показателей цвета в узкополосных фотометрических системах.

Кроме того, их можно использовать для калибровки наземной и космической аппаратуры. О важности калибровок и стандартов говорит тот факт, что в Институте космического телескопа им. Хаббла для этих целей существует специальная лаборатория [2].

Исходным материалом работы служили два источника. Первым из них были записи спектров на диаграммной ленте (регистраграммы), полученные с помощью одноканального спектрометра Сейя-Намиока на телескопе «Цейсс-1000», а вторым – данные о распределении энергии в спектрах первичных стандартов с разрешением  $50\text{\AA}$ , приводимые в каталоге [1]. Наблюдения выполнены на ТШАО (высота  $2800\text{ м}$  над у. м.) в отличные фотометрические ночи. Скорость сканирования спектрометра составляла  $7\text{\AA}/\text{с}$ . При создании каталога [1] она была в 4 раза больше, что приводило к некоторой потере спектрального разрешения регистраграмм. Однако, при усреднении интенсивностей в интервале  $50\text{\AA}$  эта потеря на разрешении конечных данных не сказывалась.

Для получения данных с разрешением  $10\text{\AA}$  нами разработан полуэмпирический метод [3]. Здесь мы отметим только некоторые его моменты. Как для области бальмеровского скачка, так и для участков с линиями используется линейная экстраполяция разных величин и параметров.

Рассмотрим вначале метод получения распределения энергии в спектральных линиях. На первом этапе были построены крупномасштабные графики распределения энергии для первичных стандартов по данным каталога [1]. Затем на графиках вблизи линий были выбраны реперные точки (длины волн), в которых интенсивность не зависела от спектрального разрешения (при условии, что оно не менее  $50\text{\AA}$ ). Между двумя реперными точками над каждой из имеющихся линий графически был проведен квазиконтинуум. Для звезд ранних спектральных классов, к которым принадлежат первичные стандарты, эта процедура выполняется достаточно уверенно. Некоторая неопределенность в проведении уровня квазиконтинуума возникала только для нескольких точек в спектрах  $\alpha$  Aq1 и  $\beta$  Aq1 вблизи  $4000\text{\AA}$ . В этом участке требуются определенный опыт и интуиция. Затем были сняты значения квазиконтинуума через  $10\text{\AA}$ . Принимается, что уровень полученного таким образом квазиконтинуума не зависит от спектрального разрешения. Второй этап заключается в измерении регистраграмм, полученных с разрешением не ниже  $10\text{\AA}$ . Регистраграммы с помощью шаблона длин волн были разбиты на  $10\text{\AA}$  интервалы. В интервалах снимались отсчеты на квазиконтинуум и среднее значение интенсивностей внутри них (интегральный спектр). Третий этап – вычислительный. Очевидно, что отношение интегральных интенсивностей  $I_{\text{int}}$  к непрерывным  $I_{\text{cont}}$  на регистраграммах равно отношению соответствующих освещенностей  $E_{\text{int}}$  и  $E_{\text{cont}}$ :

$$I_{\text{int}} / I_{\text{cont}} = E_{\text{int}} / E_{\text{cont}} \quad (1)$$

Из пропорции (1) вычисляются значения искоемых интегральных освещенностей  $E_{\text{int}}$ .

Первичные стандарты имеют спектральные классы от B2III ( $\gamma$  Ori) до A7IV-V ( $\alpha$  Aq1). На этом интервале спектральной последовательности вид спектра существенно изменяется. В спектре более горячих стандартов, помимо бальмеровских линий водорода, присутствуют линии гелия. В спектрах же звезд спектральных классов A5 – A7 значительный вклад вносят линии металлов, что затрудняет выбор реперных длин волн. По этой же причине они для первичных звезд-стандартов получаются разными. Для более поздних стандартов спектральные интервалы интерполяции получаются более широкими.

Обычно при спектрофотометрических наблюдениях из-за сгущения спектральных линий водорода область бальмеровского скачка исключается из измерений. Даже если для какой-то звезды и имеются данные о распределении энергии в этой области, то их трудно использовать в качестве стандартных из-за зависимости отсчетов от спектрального разрешения. Однако, для некоторых задач фундаментального и прикладного характера данные для этой области, – хотя бы приближенные, необходимы. Используя метод измерений при создании каталога метод измерений и редуций в этой области слишком груб и неоднозначен. По этой причине мы разработали новый метод редуций измерений в этой области. Нами получена приближенная формула, с помощью которой осуществляется абсолютизация спектрофотометрических измерений [3]. При ее выводе также используется интерполяция, но уже других величин: кривых спектральной чувствительности

спектрометра и коэффициента прозрачности. Для этих кривых были допущены некоторые упрощения, но в целом полученная формула дает результаты более адекватные, чем метод измерений и редуций, который использовался при создании каталога. Редукционная формула имеет следующий вид:

$$E(\lambda_i) = E(370) \times I(\lambda_i) / I(370) \times [(p_{cp}(\lambda_i) / p_{cp}(370))]^{-M} \times \{1 + [q(400) / q(370) - 1] \times (\Delta\lambda)_i / (\Delta\lambda)_0\}, \quad (1)$$

где  $E(\lambda_i)$  и  $E(370)$  – освещенности в текущей и «крайней» (370нм) длинах волн;

$I(\lambda_i)$  и  $I(370)$  – измеренные отсчеты в тех же длинах волн;

$p_{cp}(\lambda_i)$  и  $p_{cp}(370)$  – значения среднего коэффициента прозрачности;

$M$  – воздушная масса, на которой наблюдалась звезда;

$q(400)$  и  $q(370)$  – калибровочные множители, переводящие отсчеты в энергетические единицы;

$(\Delta\lambda)_i / (\Delta\lambda)_0$  – нормированная доля редуцируемого интервала,  $[(\Delta\lambda)_i = \lambda_i - 370, (\Delta\lambda)_0 = 300\text{нм}]$ .

В данном методе редуций не надо проводить огибающие для квазиконтинуума как на графиках, так и на регистрограммах. Тем самым устраняется зависимость от спектрального разрешения и, в значительной мере, субъективный фактор.

Для экономии объема статьи в таблице 2 приведены значения внеатмосферных освещенностей только для участков спектра, искаженных линиями. Для остальных длин волн ввиду «гладкости» квазиконтинуума данные с 10-ангстремным разрешением можно получить из имеющихся в каталоге [1] данных с 50-ангстремным разрешением линейной интерполяцией. В спектрах стандартов класса В выделяются бальмеровские линии водорода и линии гелия. Для звезд-стандартов спектральных классов А5 и более поздних становятся заметными линии металлов. Они блендируются с водородными и существенно искажают их крылья. По этой причине мы приводим данные для более широкого интервала длин волн по сравнению с интервалом, охватываемым бальмеровскими линиями. Для остальных участков спектра данные с разрешением 1нм можно получить линейной интерполяцией имеющихся распределений энергии с разрешением 50Å.

Таблица 1 – Внеатмосферное распределение энергии для избранных участков спектра первичных спектрофотометрических стандартов с разрешением 1нм (для  $\alpha$  Lyr,  $\alpha$  Aql,  $\alpha$  Leo,  $\beta$  Tau,  $\gamma$  Ori и  $\eta$  UMa – в единицах  $[10^{-4}\text{Вт}\times\text{м}^{-2}\times\text{м}^{-1}]$ , для  $\beta$  Agi и  $\alpha$  Peg –  $[10^{-5}\text{Вт}\times\text{м}^{-2}\times\text{м}^{-1}]$ )

$\lambda, \text{Å}$	$\beta$ Agi	$\gamma$ Ori	$\beta$ Tau	$\alpha$ Leo	$\eta$ UMa	$\alpha$ Lyr	$\alpha$ Aql	$\alpha$ Peg
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3675	246	229	139	146	142	306	134	338
$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
3715	259	228	145	157	139	316	144	381
3725	270	230	151	167	139	343	149	412
3735	275	233	158	174	141	331	149	421
3745	286	240	167	184	144	391	157	469
3755	313	245	174	200	146	408	166	501
3765	315	243	177	208	153	402	175	535
3775	331	244	180	218	152	485	183	559
3785	429	264	217	256	165	587	224	771
3795	309	224	167	191	158	356	168	522
3805	396	255	207	247	162	591	215	685
3815	487	263	234	281	174	732	247	913
3825	418	250	211	246	168	591	213	760
3835	273	220	157	186	152	345	150	456
3845	428	259	213	277	170	570	223	730
3855	550	276	239	296	190	788	274	955
3865	580	272	240	292	190	841	286	977
3875	508	261	227	265	181	496	258	893
3885	333	233	173	202	156	544	179	568
3895	337	230	171	209	154	385	189	541
3905	515	268	223	278	180	706	261	877
3915	590	269	234	293	190	850	286	970
3925	589	260	234	293	190	882	271	976
3935	495	264	229	291	189	825	207	924

3945	560	267	230	285	184	834	269	943
3955	483	256	215	265	171	718	248	857
3965	312	216	164	198	147	429	170	536
3975	329	213	162	203	148	424	178	532
3985	502	251	211	266	168	684	250	831
3995	580	256	221	277	176	822	287	909
4005	617	240	220	273	177	848	300	929
4015	641	237	218	274	177	864	312	931
4025	638	231	213	275	172	860	314	926
4035	634	237	216	273	172	856	315	921
4045	633	243	216	273	177	852	315	915
4055	624	240	214	271	177	846	310	906
4065	599	238	213	269	175	842	300	894
4075	553	230	209	262	171	786	285	869
4085	494	225	200	249	162	707	262	807
4095	354	199	158	247	136	462	208	553
4105	303	182	140	190	137	409	176	443
4115	460	209	188	175	150	629	247	718
4125	529	217	196	238	157	740	280	819
4135	580	216	197	245	162	781	297	847
4145	651	208	196	248	160	798	309	859
4155	601	215	196	249	163	809	307	859
4165	603	214	195	249	163	803	307	853
4175	586	213	194	247	162	798	298	844
4185	596	214	193	243	161	792	304	838
4195	601	212	192	241	159	782	307	836
4205	604	210	190	239	158	776	304	832
4215	602	209	189	237	157	770	304	828
4225	600	207	188	236	156	765	298	823
4235	597	205	186	234	155	760	300	818
4245	595	204	185	233	154	754	300	811
4255	590	202	183	231	152	745	299	804
4265	587	199	182	229	151	740	300	798
4275	577	198	181	228	151	736	295	790
4285	561	198	178	226	150	714	288	782
4295	529	197	178	224	147	701	275	768
4305	510	194	176	220	145	683	267	747
4315	489	191	172	215	140	640	256	717
4325	425	181	159	200	130	533	227	631
4335	300	152	123	146	114	332	174	411
4345	304	151	120	156	115	320	171	409
4355	426	177	154	195	130	561	233	621
4365	500	180	164	204	135	640	265	691
4375	524	179	165	209	137	667	273	716
4385	521	177	163	207	135	680	273	709
4395	532	175	162	202	136	674	274	709
4405	358	118	162	204	136	679	277	711
4415	359	117	161	202	135	677	278	707
4425	540	173	160	200	133	671	281	705
4775	459	130	124	156	102	534	245	560
4785	457	130	123	154	101	528	244	557
4895	455	129	122	153	100	513	243	554
4805	441	128	121	153	996	507	240	548
4815	430	127	119	150	990	497	234	542
4825	416	126	117	149	977	470	226	527
4835	388	125	114	145	941	433	216	504
4845	339	120	107	134	887	366	198	453
4855	250	102	90	101	783	255	152	324

Окончание таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4865	235	101	85	102	792	258	143	291
4875	327	117	103	130	862	379	186	432
4885	375	121	111	137	909	437	206	494
4895	396	120	112	142	918	460	218	503
4905	408	119	112	142	928	469	225	510
4915	409	116	113	141	911	474	222	510
4925	404	114	112	140	901	484	218	505
4935	412	116	112	140	917	481	222	503
4945	414	115	111	139	912	478	225	502
4955	415	115	110	138	904	475	224	495
4965	413	115	110	137	899	472	223	498
4975	411	114	109	136	894	470	222	495
4985	409	113	109	136	891	467	222	493
4995	407	113	108	135	886	464	221	490
6475	200	457	468	590	359	215	123	223
6485	199	455	466	587	357	215	123	223
6495	198	453	464	585	355	214	123	222
6505	198	450	462	582	352	213	122	221
6515	194	448	458	569	350	211	121	219
6525	195	445	457	578	348	208	120	217
6535	190	441	452	576	347	200	119	215
6545	179	434	436	542	337	178	113	204
6555	160	397	385	527	313	151	103	177
6565	148	362	358	425	295	134	94	164
6575	170	413	415	502	308	166	107	192
6585	182	425	438	546	323	185	115	208
6595	189	430	442	566	333	196	117	209
6605	190	143	330	557	335	201	118	210
6615	189	142	329	555	333	203	117	209
6625	190	424	436	552	331	201	118	208
6635	189	421	434	550	330	200	118	207
6645	188	419	432	547	329	200	117	206
6655	187	417	430	544	327	199	117	205
6665	186	415	429	541	326	198	117	204
6675	186	410	427	539	324	197	116	204
6685		*381						
6695		408						

Работа выполнена в рамках гранта «Исследование физических процессов в областях звездо-образования и околоядерных зонах активных галактик» № 0174/ГФ Комитета науки МОН РК.

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Харитонов А.В., Терещенко В.М., Князева Л.Н. Спектрофотометрический каталог звезд. Алматы, Казак университети. – 2011. – 304 с.

2 Bohlin R.C. HST stellar standards with 1% accuracy in absolute flux / In book „The future of photometric, spectrophotometric and polarimetric standardization. ASP Conference Series”. Ed. C. Sterken. – V.364. – 2007. – P. 315.

3 Терещенко В.М. Приближенный метод редукций спектрофотометрических измерений в районе Бальмеровского скачка. В сб. «Спектрофотометрические и фотометрические каталоги. Звезды – стандарты и аналоги Солнца». Санкт-Петербург, ГАО РАН. – 2000. – С. 54-58.

#### REFERENCES

1 Kharitonov A. B. , Tereschenko V. M., Knyazeva L. N. *Spektrofotometrichesky katalog zvezd, Almaty, Kazak universiteti, 2011.* – 304 s. (in Russ.)

2 Bohlin R.C. HST stellar standards with 1% accuracy in absolute flux / In book „*The future of photometric, spectrophotometric and polarimetric standardization. ASP Conference Serias*”. – Ed. C. Sterken. – v. 364. - 2007. – P. 315-322.

3 Tereschenko V. Priblizheny metod reduktsiy spektrofotometricheskikh izmereniy v rayone Balmerovskogo skachka. V sb. “*Spektrofotometricheskie i fotometricheskie Katalogi. Zvezdy – standarty i analogi Solntsa*”. Sankt-Peterburg, GAO RAN. – 2000. – S. 54-58 (in Russ.).

#### Резюме

*В. М. Терещенко*

(«В.Г.Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС. Алматы қ.)

#### 1 НМ ШЕШУІМЕН 8 АЛФАШҚЫ СПЕКТРОМЕТРЛІК СТАНДАРТТАР ҮШІН ЭНЕРГИЯНЫҢ ТАРАЛУЫ

Айрықша көлемді спектрофотометрлік стандарттар каталогын [1,2] құру үшін ерте спектральдық 8 жарық жұлдыз бастапқы стандарттар ретінде қызмет етті. Олар үшін 50 Å шешімімен (3200-7600Å) спектрінің көріну тұсында атмосферадан тыс энергия үлестірілуі алдын ала алынды. Бұл жұмыста жұлдыз-стандарт үшін 10 Å шешімімен энергияның нақты үлестірілуі ұсынылған. Оны анықтау үшін Алматы каталогының мәліметтері және арнаулы бақылаулардан алынған спектр жазбалары қолданылған. Бақылау 1 метрлік ТШАО телескоптың Сейя-Намиок спектрометр көмегімен жүргізілді. Ерте жұлдыздар спектріндегі ұзындық интервалының «тегістігі» нәтижесінде мәліметтер тек қана бальмерік өзгеріс пен сутегі, гелий және тағы басқа элементтер сызықтары өтетін аиақтарынан алынған. Алынған бақылауларды стандарттаудан басқа бұл мәліметтерді спектрді көру тұсындағы жер үсті және ғарыштық аппараттарды калибрлік өлшеу үшін де пайдалануға болады.

**Тірек сөздер:** жұлдыздар, энергиялы үлестіру, спектрофотометрлік стандарттар.

#### Summary

*V. M. Tereschenko*

#### THE ENERGY DISTRIBUTION FOR 8 PRIME SPECTROPHOTOMETRIC STANDARDS WITH RESOLUTION 1NM

The energy distribution in spectra 8 prime spectrophotometric standards with resolution 1nm were presented. In paper the absolute energy distribution for prime spectrophotometric standards with resolution 1nm were present. Its from measurements of the registergrammars, which were obtained with the help of Seya-Namioka spectrometer and of data our catalogue were determinate. The observations on 1-meter telescope TSAO were carry out. In view of smoothness of spectra prime standards we data only for regions Balmer jump and noticeable spectral lines is presented. Besides of the standardization of observations the obtained data for the calibration of land and cosmic equipment in visual region can be used.

**Keyword:** energy distribution, standards, spectral resolution.

Поступила 20.04.2014 г

Л. А. ПАВЛОВА

(ДТОО Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова г.Алматы)

## НАБЛЮДЕНИЯ И МОДЕЛИ ОБОЛОЧЕК МОЛОДЫХ ЗВЕЗД

**Цель.** Исследования современных наблюдений и моделей околозвездных структур молодых звезд.

**Методы.** Сравнение наблюдаемых данных и выбор моделей околозвездных оболочек.

**Результаты.** Обсуждаются современные механизмы и зоны формирования наблюдаемых эмиссионных линий и избытков ИК излучения молодых звезд.

**Ключевые слова.** AeBe звезд Хербига, спектральные и фотометрические методы, околозвездные структуры.

**Тірек сөздері:** Хербиг AeBe жұлдыздары, спектральдық және фотометрлік әдістер, жұлдыз жанындағы құрылымдар.

Главной особенностью AeBe звезд Хербига (AeBeX) является их юность, что определяется присутствием вблизи звезд газа и пыли, сосредоточенных в туманности, оболочке или диске. Как следствие, эти звезды обладают значительной фотометрической и спектральной переменностью, эмиссионными линиями водорода и металлов в их спектрах, большими инфракрасными избытками. Величина ускорения силы тяжести на поверхности этих звезд значительно ниже, чем у звезд Главной Последовательности, что свидетельствует в пользу того, что звезды находятся в стадии продолжающегося сжатия. Данные наблюдений современными методами приводят к посто-янному уточнению эмпирических моделей. Исследования организации околозвездной материи вблизи молодых звезд одна из главных современных задач, поскольку моделирование наблюдаемых данных критически зависит от принятой структуры оболочки, формирование которой связано с магнитными полями. Магнитные поля являются важной составляющей процессов формирования звезд и околозвездных структур. Прямые доказательства присутствия магнитного поля в звездах AeBeX видны в сильных X-лучах, далекой и ближней УФ эмиссии. Для ряда звезд наблюдается периодическая циклическая модуляция не только в оптических эмиссионных линиях, но и в линиях в ультрафиолетовой области дублета Mg II h & k и еще более далекой X-ray эмиссии. В ультрафиолетовой области обнаружены эмиссионные линии высоко ионизованных спещий азота NV and кислорода OVI, появление которых указывает на присутствие неосесимметричного ветра, контролируемого магнитным полем. Около этих типов звезд обнаружены разные структуры: диски – по наблюдениям ИК избытков, неоднородные газовые оболочки – по наличию в спектрах сильных эмиссионных линий разных элементов, полярные выбросы (джеты) – по радио данным, истечение вещества по наблюдениям коротко волновой абсорбции типа P Cyg в профиле эмиссионных линий [1,2]. Изображения окрестности некоторых молодых звезд, полученные методами коронографии и интерферометрии, позволили обнаружить диски вокруг горячих звезд, но на самой ранней стадии эволюции, поскольку их сильное излучение способно за короткий срок рассеять околозвездную среду. Признаки потери масс и аккреционных процессов в Be звездах Хербига видны и в двойных профилях эмиссионных линий с соотношениями пиков  $V < R$  для истечения и  $V > R$  для аккреции. Они показывают свойства, которые часто связаны с магнитной активностью. Такие явления в холодных T Tau звездах подобных Солнцу производятся в горячей хромосфере или короне, где роль магнитосферных явлений велика. Модели магнитосферной аккреции были успешно применены для объяснения переменности и вида эмиссионных профилей не только для холодных T Tau, но и для AeBe звезд Хербига со скоростью аккреции около  $10^{-7}$  Мо/год [1].

Наблюдения ряда молодых звезд AeBeX методом измерения поляризации по контуру эмиссионной линии привели к выводу, что газовая эмиссия более компактна, чем пылевая. Моделирование было проведено с учетом свойств пыли и излучающего газа, морфологию диска и механизмы падения или истечения газа. Данные показывают преимущество для модели падения/ истечения и согласуются с присутствием газа во внутреннем диске на радиусе  $0.01a_e$ .



Этот метод позволяет обнаружить неразрешенные компаньоны около звезд AeBe Хербига, которые могут быть значительно слабее главного. Главный принцип этого метода позволяет измерять спектральные особенности вторых компонент и структуры истечения [3]. Спектрополяриметрические измерения зон магнитосферной активности AeX звезд позволили предположить, что аккреция в этих объектах идет через высоко-широтные каналы под контролем магнитного поля. Предположено, что газ внутреннего диска можно проследить по профилю линии H $\alpha$ , который по магнитосферным каналам соединяется с вращающейся звездной фотосферой. Предполагается простая дипольная геометрия, где линия H $\alpha$  образуется от свободно падающего газа, который течет по магнитно-силовым линиям, соединяя магнитосферу внутреннего диска и звездную поверхность. В сценарии магнитосферной аккреции внутренний диск может вытягиваться хоботом в некоторой точке между звездной поверхностью и радиусом коротации, где материя ускоряется через линии магнитного поля пока не достигнет звезды. Эквивалентная ширина эмиссионной линии H $\alpha$  на уровне 10% интенсивности была использована для оценки скорости аккреции для мало массивных звезд. Анализ данных для более массивных звезд AeX со скоростями вращения ( $v \sin i$ ) больше 150 км/с показал, что они обладают и большими ширинами H $\alpha$  (W10) более 600 км/с. Такие ширины могут быть образованы за счет влияния вращающегося околзвездного газа с максимальной скоростью, которая для Кеплеровского вращения локализована во внутреннем диске [4]. Для каждого объекта моделирование наблюдаемых особенностей должно быть индивидуально, поскольку параметры переменности меняются от звезды к звезде.

На рисунке приведена схематическая карта разных областей околзвездной оболочки для AeBeX звезд с указанием действия механизмов истечения и аккреции.

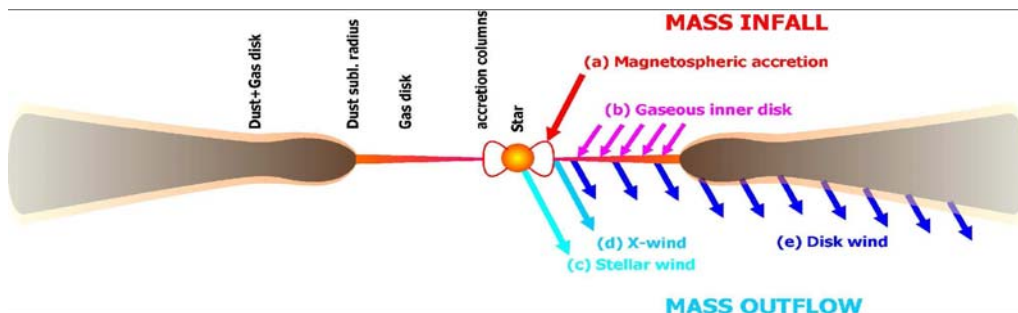


Рисунок 1 – Схема околзвездной оболочки AeBe звезд Хербига

Анализ наблюдаемых скоростей эмиссионных линий показывает, что области, где идут процессы истечения и аккреции, расположены на одних и тех же расстояниях вблизи звездной поверхности. Наблюдаемые смены этих механизмов для ряда объектов зависят от изменения оптической толщи, которая может меняться в зависимости от положения вращающейся неоднородной оболочки на луче зрения.

Спектроскопические пространственно разрешенные изображения в L $\alpha$  и узких полосах демонстрируют, что AeX управляют коллимированными биполярными истечениями в процессе ПГП эволюции и этим похожи на T Tau. Для этих объектов звездные магнитные поля являются главными в проводке аккрецирующего материала на звезду и в коллимации истечения. FUSE дает возможность определить или на звезду еще идет аккреция, или есть увеличение звездной активности, или имеется течение короны диска, тогда FUV избытки и сигнал ЭЛ имеет высокую контрастность над звездной фотосферой. Недавние наблюдения HD100453 и  $\beta$  Pic определили, что звездная активность есть на ранних фазах A-звезд и на ГП и это сопровождается развитием коронального или дискового ветра при приближении к линии нулевого возраста. Однако пока непонятна вероятность связи между дисковым ветром и джетом [5].

Исследования двойных систем среди AeBe звезд Хербига с использованием спектрополяриметрии и данных с высоким пространственным разрешением для определения ориентации дисков у главных компонент. Анализ углов дисков и параметров орбит систем позволил показать возможность формирования дисков в плоскости двойной системы, аналогичная работа была

проделана с данными наблюдаемой и собственной поляризации. Исследования выравнивания ориентации поляризации и главных околосветных структур показали, что для ряда объектов можно ожидать такую связь [6,7]. К настоящему времени таким методом получены уникальные наблюдения 70 AeBe звезд Хербига в широкой спектральной области от 3700 Å to 1 μm оптического диапазона для исследования магнитных полей в этих объектах. Кроме того, этот однородный спектральный материал позволяет определить и/или уточнить такие параметры объектов, как скорости вращения, переменность, двойственность, химическое обилие, физические условия и структуру околосветной среды. В таблице 1 приведем уточненные параметры некоторых AeBe звезд Хербига, полученные в работе [8].

Таблица 1 – Уточненные параметры некоторых AeBe звезд Хербига

HD or BD	V	Sp	Av	disk	Vsini	M/Mo	R/Ro	Age Myr
1	2	3	4	5	6	7	8	9
BD-06 1253	10.34	A1e	3.74	D	6.7	2.87	3.00	2.5
BD+41 3731	9.90	B2e	1.06	-	345	5.50	3.8	0.24
BD+46 3471	10.14	A0e	2.25	D	199	5.9	9.7	0.06
BD+61 154	10.51	B8e	3.29	D	112	3.41	2.42	2.2
BD+65 1637	10.83	B2/5e	2.94	D	278	8.11	6.7	0.035
HD 31293	7.03	A0e	0.65	D	116	2.50	2.62	3.7
HD 52721	6.54	B2e	1.28		215	9.1	5.0	0.044
HD 53367	6.97	B0e	3.29		42	16.1	7.1	0.008
HD 200775a	7.34	B3e	2.43	D	26	10.7	10.4	0.016
HD 200775b					59	9.3	8.3	0.016
HD 216629a	9.34	B2/3e	-0.25		179			
HD 216629b		B4e			125			
HD 250550	9.51	B9e	0.68	D	79			
HD 259431	8.71	B6e	2.02	D	83	7.1	8.0	0.059
LkHa 215 A	10.54	B6e	3.25	D	210	5.8	5.9	0.1
LkHa 215 B					12	5.8	5.9	0.1
MWC 1080	11.58	B0e	7.09	D		17.4	7.3	0.0028
VV Ser	11.92	B6/A1	5.35	D	124	4.0	3.1	0.64
HD 163296	6.86	A1e	0.32	D	129	2.23	2.28	5.10

В таблице 1 – 1 столбец – имя объекта, 2 – величина в фильтре V, 3 – спектральный класс, 4 – поглощение Av, 5 – наличие диска, 6 – скорость вращения звезды, 7 – массы звезд, 8 – радиусы звезд, 9 – возраст в миллионах лет.

Данные таблицы 1 показывают, что возраст объектов связан с массой звезд, большей массе соответствует меньший возраст. Это подтверждает идею, что обнаружить диски около горячих звезд можно только на ранней стадии их эволюции.

Работа выполнена по проекту грантового финансирования 0174/ГФ Комитет науки МОН РК.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Muzerolle J. et al. Magnetospheres and disk accretion in Herbig Ae/Be stars *Astrophys.J* – 2004. – V. 617. – P. 406-417.
- 2 Ben R. Oppenheimer et al. The solar-system-scale disk around AB Aur // arXiv:0803.3629v1 [astro-ph]25 Mar 2008.
- 3 Millan-Gabet et al. The circumstellar environments of Young stars at AU scales // arXiv:astro-ph/06-3554.
- 4 Harrington D.M., Kuhn J.L. . Spectropolarimetry of H $\alpha$  line in Herbig AeBe stars. // *Ap.J.L.*, – 2007. – V.667. – L89.
- 5 Mendigutta I., Calvet N., Montesinos B., A. Mora A., J. Muzerolle J., Eiroa C. et al. Accretion rates and accretion tracers of Herbig AeBe stars // arXiv: 1109. 3288v1.
- 6 Grady C.A. – 2010, *ApJ*, 719, 1565.
- 7 Wheelwright I H.E., Vink J.S., Oudmaijer R.D., and Drew J.E. On the alignment between the circumstellar disks and orbital planes of Herbig Ae/Be binary systems // *A&A* – 2011. – V.532A. – P.854.
- 8 Maheswar G., Manoj P., Bhatt H.C. Circumstellar disks around Herbig Ae/Be stars: Polarization, outflows and binary orbits // *Astron. and Astroph.* – 2002. – V.387. – P 1003.
- 9 Alecian E., Wade G.A., Catala C. et al. A high-resolution spectropolarimetric survey of Herbig Ae/Be stars . I. Observations and measurements // *MNRAS*. – 2013. – V.429. – P.1001.

## REFERENCES

- 1 Muzerolle J. et.al. *Astrophys.J.*, **2004**. – V. 617. – P. 406-417.
- 2 Ben R. Oppenheimer et.al. *arXiv*: 0803.3629,v1 [*astro-ph*] 25 Mar. – **2008**.
- 3 Millan-Gabet et.al. *arXiv*: *astro-ph*. 06-3554.
- 4 Harrington D.M., Kuhn J.L., *Ap.J.L.*, **2007**. – V.667, L 89.
- 5 Mendigutia I., Calvet N., Montesinos B., A. Mora A., J. Muzerolle J., Eiroa C. et.al. *arXiv*: 1109. 3288, v1.
- 6 Grady C.A. **2010**, *ApJ*, 719, 1565.
- 7 Wheelwright1 H.E., Vink2 J.S., Oudmaijer1 R.D., and Drew3 J.E. *A&A*, 2011, v.532A, P.854
- 8 Maheswar G., Manoj P., Bhatt H.C. *Astron. and Astroph.*, **2002**, V.387, P 1003
- 9 Alecian E., Wade G.A., Catala C. et.al. *MNRAS*, **2013**. – V.429. – .P.1001.

## Резюме

Л. А. Павлова

(«В. Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматы қ.)

## БАҚЫЛАУЛАР ЖӘНЕ ЖАС ЖҰЛДЫЗДАР ҚАБЫҒЫ ҮЛГІЛЕРІ

**Мақсаты:** жас жұлдыздардың жұлдыз жанындағы құрылымын заманауи бақылау мен модельдерін зерттеу.**Әдістер:** бақылған мәліметтерді салыстыру және жұлдыз жанындағы қабық моделін таңдау.**Нәтижелер:** жас жұлдыздардың ИҚ сәулелену молшылығы және бақыланып отырған эмиссиялық сызықтардың қалыптасу аймағы мен заманауи механизмдері талқыланады.**Тірек сөздер:** Хербиг AeBe жұлдыздары, спектральдық және фотометрлік әдістер, жұлдыз жанындағы құрылымдар.

## Summary

**Aims.** The revive of modern observations and model of circumstellar structures of the young stars.**Methods.** Comparison observing data and circumstellar environments models select.**Results.** The modern mechanisms and zone formations emission lines and IR excess radiation of young stars are consideration.**Key words.** AeBe Herbig stars, observations data, model, circumstellar structures.

УДК 524.31

А. В. КУСАКИН<sup>1</sup>, А. В. ХРУСЛОВ<sup>2</sup>, Р. И. КОКУМБАЕВА<sup>1</sup><sup>1</sup> ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова» АО НЦКИТ, г. Алматы.<sup>2</sup> Институт Астрономии РАН (ИНАСАН), Москва, Россия)

## ПОИСК И ИССЛЕДОВАНИЕ НОВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ НА ТЕЛЕСКОПЕ ZEISS-1000 ТЯНЬ-ШАНСКОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

**Аннотация.** На Тянь-Шаньской астрономической обсерватории Астрофизического института им. В.Г. Фесенкова, благодаря использованию модифицированного телескопа Zeiss-1000 и ПЗС-камеры Arogee U9000 D9, началась работа по открытию и исследованию новых переменных звезд в избранных площадках Млечного Пути. Наша работа имеет ряд преимуществ по сравнению с мировыми фотометрическими обзорами, осуществленными на малых инструментах. Возможности наших инструментов позволяют проводить поиск новых переменных в достаточно плотных звездных областях и с яркостью звезд до 20 зв. величины, а также фотометрировать тесные звезд-ные пары с угловым расстоянием между компонентами до 1-2 секунд дуги. Уже найдены и исследованы 20 ранее неизвестных переменных звезд. Планируются дальнейшие исследования по дан-ному направлению.

**Ключевые слова:** фотометрия, переменные звезды.**Тірек сөздері:** фотометрия, айнымалы жұлдыздар.

## Введение

На телескопе Zeiss-1000 Тянь-Шанской астрономической обсерватории АФИФ нами проводится работа по поиску и исследованию переменных звезд. Преимущественно планируется исследовать области с умеренной звездной плотностью вблизи плоскости Галактики (в Млечном Пути).

Следует заметить, что к настоящему времени слабые переменные звезды значительно менее выявлены и исследованы в северных областях Млечного Пути, по сравнению с южными областями. На сегодняшний день в северных областях Млечного Пути выявлены главным образом переменные с достаточно большой амплитудой и предельной звездной величиной до  $16^m$  в фотометрической полосе *B*, большинство из которых были найдены при исследовании фотопластинок. В областях, которые планируется исследовать, а также тех, изучение которых нами уже началось, известны только яркие переменные с блеском до  $13^m$ - $14^m$ . Таким образом, до сих пор многие области Млечного Пути остаются недостаточно изученными, и значительное количество переменных звезд в них и сегодня ещё не выявлено.

За последнее десятилетие различными автоматическими обзорами неба обнаружены десятки тысяч новых переменных. Но такие фотометрические обзоры, как ASAS [1, 2], NSVS [3, 4] и SuperWASP [5, 6] – это обзоры низкого углового разрешения, делавшиеся на малых инструментах, их предельные звездные величины не превышают  $14^m$  (фотометрические полосы R, V).

Обзоров высокого углового разрешения немного, например, Catalina Surveys [7, 8] и OGLE-III [9], в которых используются достаточно большие инструменты, сравнимые с Zeiss-1000. В Catalina Surveys применялись 1 и 1.5м инструменты, но в этом обзоре из-за больших трудностей при автоматизированной обработке данных избегаются области ближе 10-15 градусов от галактического экватора (плотные звездные облака Млечного Пути). Проект OGLE с телескопом 1.3 м исследовал только центральные области Галактики. Этими обзорами было выявлено несколько десятков тысяч новых переменных. Для большинства обзоров открытие переменности является побочным продуктом, в редких случаях поиск переменных звезд является основной целью обзора (например, в ASAS).

Фотометрия на Zeiss-1000 имеет много преимуществ по сравнению со многими фотометрическими обзорами, сделанными на малых инструментах. Кроме того, существуют интересные наблюдательные задачи, не решенные также и проектами Catalina Surveys и OGLE.

Возможности телескопа Zeiss-1000 с ПЗС-камерой Apogee U9000 D9 позволяют проводить поиск слабых переменных звезд в достаточно плотных областях Млечного Пути. Нами применяется полуавтоматический режим поиска новых переменных с использованием программы MaxIm DL5, в дальнейшем предполагается применение и других поисковых программ. Предполагаемая предельная звездная величина составит  $20^m$  в фильтре V Джонсона. Телескоп Zeiss-1000 позволяет достигать высокого углового разрешения и проводить раздельную фотометрию тесных звездных пар с угловым расстоянием между компонентами около 1-2 секунд дуги.

В отличие от многих автоматических обзоров, осуществляющих однополосную фотометрию, которая часто не соответствует какому-либо стандартному фильтру (как, например, в обзорах NSVS, SuperWASP, Catalina Surveys), для каждой звезды (за исключением наиболее слабых) планируется получать трёхцветную фотометрию в стандартных BVR фильтрах Джонсона. Это позволит иметь больше оснований для классификации переменных, особенно встречающихся иногда сложных случаев, когда нельзя классифицировать переменную только по форме кривой блеска и уже имеющимся данным различных каталогов.

Кроме того, создаётся архив BVR изображений звёздных полей, который может использоваться в дальнейшем, подобно архивам фотопластинок для исследования переменных звезд, которые могут быть обнаружены позже (медленные переменные, долгопериодические переменные, затменные переменные типа Алголя, затмения которых по времени не совпали с моментами их наблюдения, и т.п.).

### Результаты

На начальном этапе наших исследований найдено 20 ранее не известных переменных звезд. Все обнаруженные переменные звезды попадают в интервал звездных величин  $12^m.9$  –  $19^m.3$ . Для этих звезд получено более 23000 измерений блеска. Информация о переменных приведена в таблице 1. В первом столбце все переменные звезды пронумерованы обозначениями TSHAO-Z1000-VN, где N – порядковый номер переменной по списку. Далее указаны обозначения звезд в каталогах USNO-B1.0 или GSC, а также их координаты. В продолжение таблицы даются типы переменности в системе классификации Общего каталога переменных звезд, ОКПЗ (исключение тип HADS(B), обозначающий переменную типа  $\delta$  Щита с большой амплитудой изменения блеска, High-Amplitude  $\delta$  Scuti Variable, у которой выявлена двойная периодичность), пределы изменения блеска и соответствующая им фотометрическая полоса, период изменения блеска.

Половина выявленных переменных относится к короткопериодическим затменным переменным звездам типа W Большой Медведицы с периодами около одной трети суток, одна – затменная переменная типа  $\beta$  Лиры, одна – вероятная эллипсоидальная переменная. Также найдены и несколько пульсирующих переменных: 5 переменных типа  $\delta$  Щита, две из которых с двойной периодичностью (одна – высокоамплитудная, тип HADS(B), радиальные пульсации, другая – малоамплитудная, тип DSCTC, нерадиальные пульсации), две переменные типа RR Лиры, одна малоамплитудная классическая цефеида (тип DCEPS). Примеры кривых блеска найденных переменных приведены на рисунках 1, 2 и 3.

Точность наблюдений позволяет обнаруживать переменность с малыми амплитудами: наименьшие полные амплитуды у переменных GSC 3678-01412, TSHAO-Z1000-V5 (вероятно тип ELL), и USNO-B1.0 1465-0053628, TSHAO-Z1000-V4 (тип DSCTC),  $0^m.04$  и  $0^m.03$  в полосе V соответственно. При этом у последней звезды найдено наложение двух периодов колебаний, амплитуда каждого из которых приблизительно вдвое меньше результирующей амплитуды.

Таблица – Новые переменные, найденные по ПЗС наблюдениям

TSHAO-Z1000 variable	Обозначение	$\alpha$ (J2000)	$\delta$ (J2000)
1	USNO-B1.0 1465-0053250	01 31 40.42	+56 32 50.2
2	USNO-B1.0 1465-0053466	01 32 05.14	+56 31 01.3
3	USNO-B1.0 1465-0053611	01 32 23.47	+56 31 24.0
4	USNO-B1.0 1465-0053628	01 32 25.82	+56 35 40.0
5	GSC 3678-01412	01 32 27.87	+56 36 19.9
6	USNO-B1.0 1329-0132547	04 44 37.78	+42 54 34.4
7	USNO-B1.0 1328-0132957	04 44 51.42	+42 52 08.2
8	USNO-B1.0 1331-0138788	04 45 04.06	+43 07 24.2
9	USNO-B1.0 1330-0135227	04 45 07.98	+43 00 06.8
10	USNO-B1.0 1330-0135246	04 45 09.20	+43 01 27.6
11	USNO-B1.0 1328-0133356	04 45 19.94	+42 53 09.9
12	USNO-B1.0 1327-0131635	04 45 29.74	+42 45 59.1
13	USNO-B1.0 1328-0133655	04 45 41.06	+42 48 28.3
14	GSC 2901-00409	04 45 51.59	+43 00 13.2
15	USNO-B1.0 1329-0133724	04 45 59.88	+42 54 26.8
16 *	GSC 4347-01515	05 17 37.14	+69 51 47.0
17	USNO-B1.0 1598-0075507	05 18 35.76	+69 48 59.2
18 *	GSC 4084-02032	05 21 39.08	+62 20 18.7
19 *	GSC 4525-00721	06 29 57.66	+76 42 59.7
20	USNO-B1.0 1282-0605605	23 21 35.64	+38 15 24.9

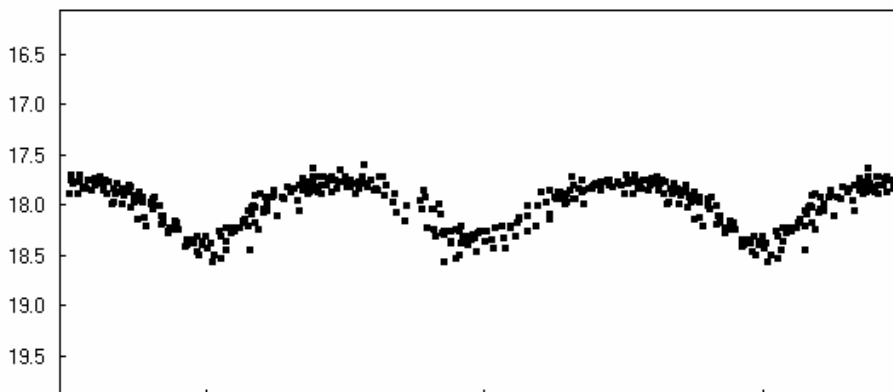
1	DSCT	17.14	17.25	V	0.084299
2	RRC	15.80	16.10	V	0.38113
3	EW	18.65	19.3	V	0.27687
4	DSCTC	12.99	13.02	V	0.067360 / 0.092078
5	ELL:	12.92	12.96	V	0.77205
6	HADS(B)	17.28	17.58	V	0.16189 / 0.12413
7	EW	18.6	19.0	V	0.3268
8	DSCT	17.43	17.56	V	0.091528
9	DSCT	16.56	16.68	V	0.099225
10	EW	17.85	18.15	V	0.37670
11	EW	17.20	17.85	V	0.293613

Окончание Таблицы

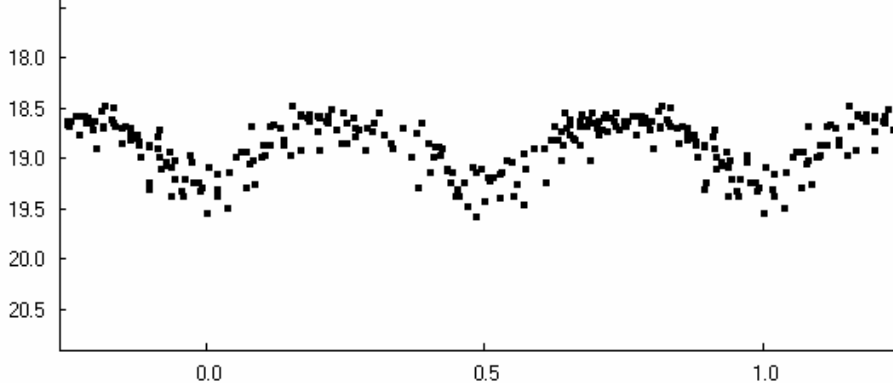
TSHAO-Z1000 variable	Обозначение	$\alpha$ (J2000)	$\delta$ (J2000)	TSHAO-Z1000 variable	Обозначение
12	EW	16.02	16.12	V	0.4670
13	EW	16.74	16.83	V	0.2679
14	DCEPS	13.05	13.17	V	4.2144
15	EW	17.13	17.41	V	0.28424
16 *	EW	12.10	12.42	R	0.623771
17	EW	15.48	15.70	R	0.2830
18 *	RR	14.04	14.72	R	0.465324
19 *	EW	12.69	13.04	R	0.314558
20	EB	15.51	16.23	V	0.424815

### USNO-B1.0 1465-0053611

R



V



HJD(min)  $2456583.479 + 0.27687 \times E$

phase

Рис. 1 – Кривые блеска USNO-B1.0 1465-0053611 (TSHAO-Z1000-V3), тип EW, в фильтрах V и R. Самая слабая из найденных переменных

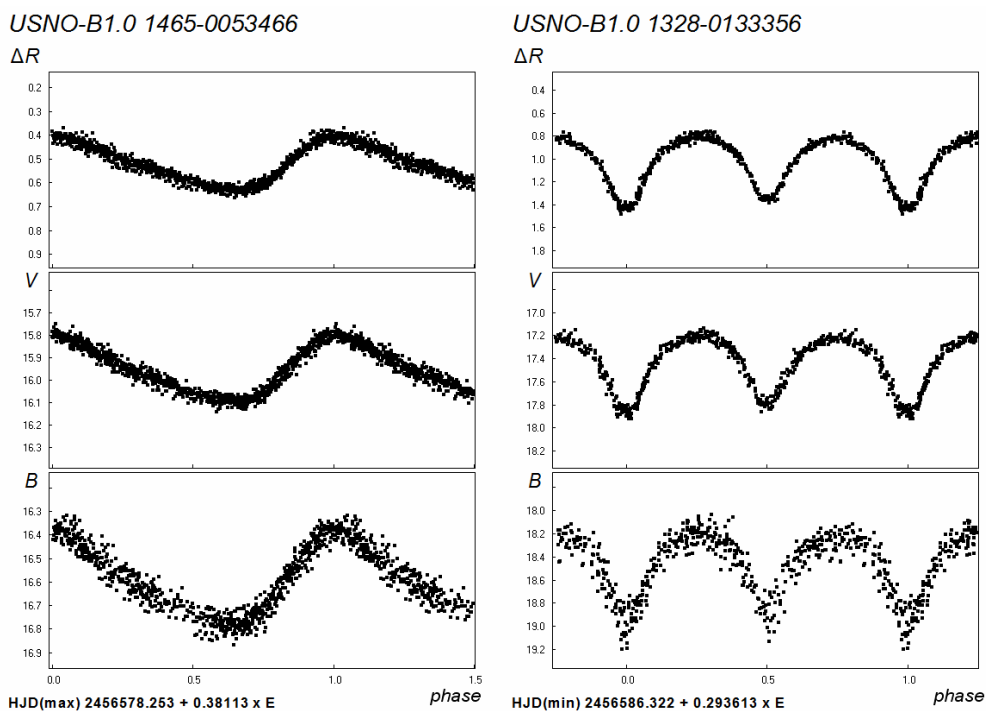


Рис. 2 – Кривые блеска USNO-B1.0 1465-0053466(TSHAO-Z1000-V2), тип RRC, и USNO-B1.0 1328-0133356(TSHAO-Z1000-V11), тип EW, в фильтрах BVR

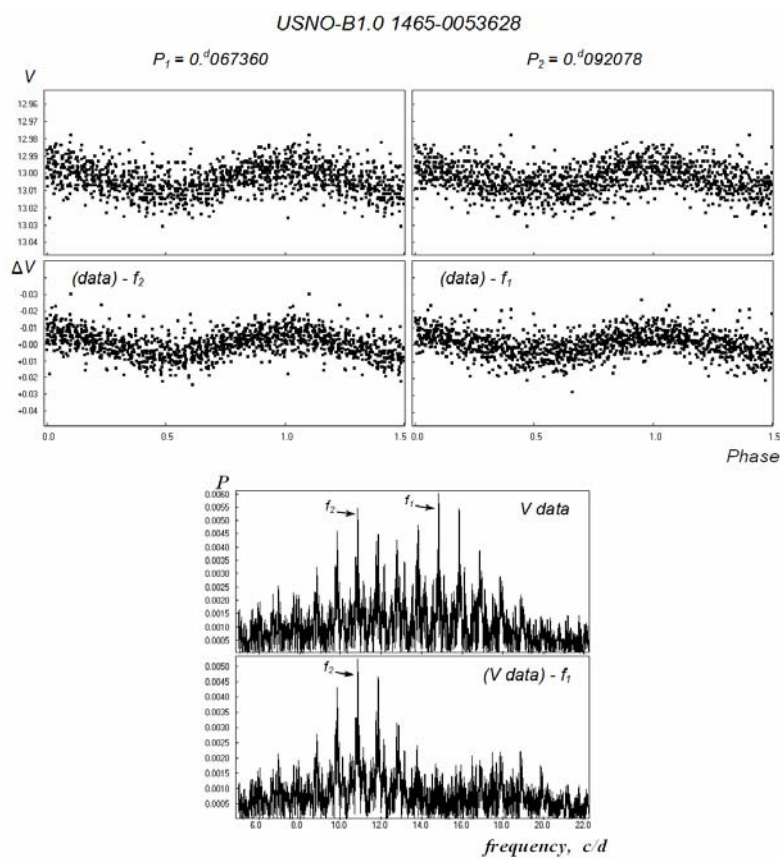


Рисунок 3 – Кривые блеска USNO B1.0 1465-0053628(TSHAO-Z1000-V4), переменной типа DSCTC с двойной периодичностью, в фильтре V. Вверху – по исходным данным, внизу – одно из колебаний исключено. Ниже приведены спектры мощности при анализе исходных данных (вверху), и при исключенном основном колебании (внизу)

### Наблюдательные задачи

Рассмотрим несколько наблюдательных задач, решение которых возможно с использованием телескопа Zeiss-1000.

Ряд типов переменных звезд встречается только вблизи плоскости Галактики. Особый интерес представляет выявление классических цефеид, в связи с тем, что они важны для решения проблемы шкалы расстояний, для звездной эволюции и для исследований в области кинематики звездных населений Галактики. В частности, нами была обнаружена классическая цефеида GSC 2901-00409 (TSHAO-Z1000-V14), относящаяся к довольно редкому типу малоамплитудных цефеид, похожих на Полярную звезду, имеющую почти синусоидальную кривую блеска с периодом 4.2144 суток. Трехцветная BVR фотометрия показывает здесь явное увеличение амплитуды с уменьшением длины волны, являющееся следствием характерного для пульсирующих переменных, в частности, для цефеид, изменения показателя цвета с фазой периода, благодаря чему её и удалось правильно классифицировать как цефеиду. В случае одноцветной фотометрии, из-за недостатка данных эта звезда была бы классифицирована, скорее всего, как вероятная переменная типа ВУ Дракона, переменность которой вызвана наличием пятен на ее поверхности, что на самом деле не соответствовало бы ее природе.

Поиск пульсирующих переменных с двойной и множественной периодичностью также представляет значительный интерес. Для их исследования особенно важно получить достаточно большое количество однородных наблюдений. Большое число таких переменных было выявлено в последнее время с использованием автоматических обзоров, но, как уже говорилось, во многих из них избегаются области Млечного Пути.

GSC 2901-00409

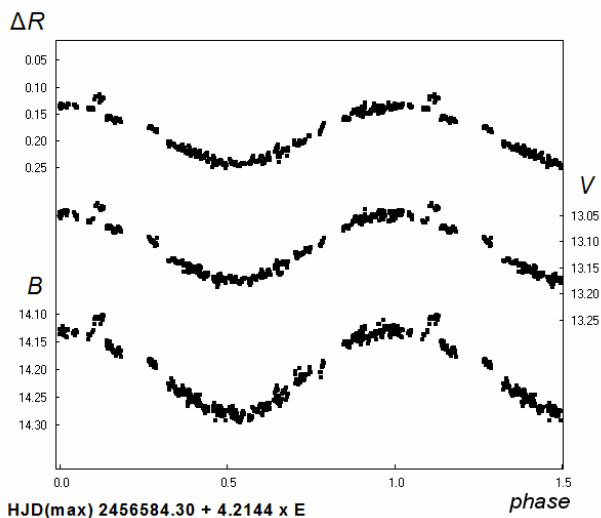


Рис. 4 – Кривые блеска GSC 2901-00409 (TSHAO-Z1000-V14) в фильтрах BVR

Два найденных нами случая двойной периодичности относятся к звездам типа  $\delta$  Щита. Примером малоамплитудной переменной типа  $\delta$  Щита с нерадиальными пульсациями является USNO-B1.0 1465-0053628(TSHAO-Z1000-V4), см. рис. 3. Высокоамплитудной звездой  $\delta$  Щита, пульсирующей радиально, является USNO-B1.0 1329-0132547 (TSHAO-Z1000-V6), см. рис. 6. Отношение периодов последней звезды  $P_0/P_1 = 0.7668$  характерно для радиально пульсирующих HADS звезд с двойной периодичностью, и указывает на то, что это пульсации основной моды и первого обертона [10]. Особенный же интерес представляет поиск таких достаточно редких переменных, как классические цефеиды с двойной периодичностью.



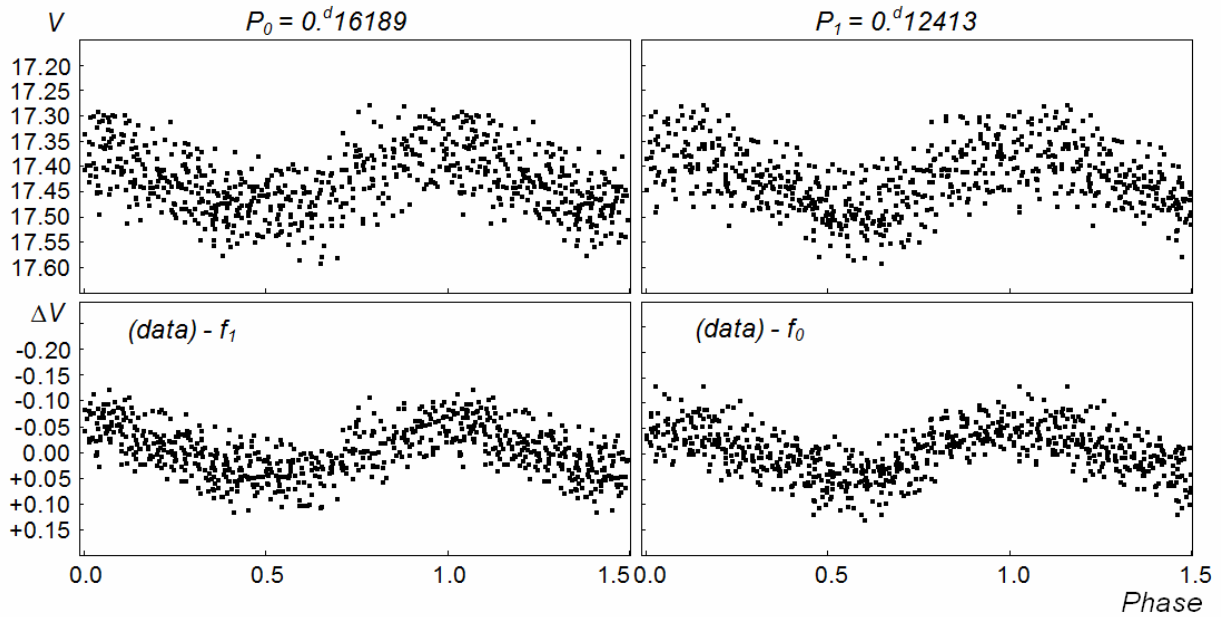


Рис. 5 – Кривые блеска USNO-B1.0 1329-0132547(TSHAO-Z1000-V6), переменной типа HADS(B), в фильтре V. Вверху – по исходным данным, внизу – одно из колебаний исключено

Низкое угловое разрешение ряда фотометрических обзоров неба (NSVS, SuperWASP, ASAS) часто приводит к тому, что вместо раздельной фотометрии двух близко расположенных звезд (на угловых расстояниях меньше 10-15 угловых секунд) имеет место измерение суммарного блеска пары. Если одна из таких звезд оказывается переменной, то выяснить, какая из двух (или нескольких) звезд меняет свой блеск невозможно без дополнительных наблюдений. Проблема идентификации подобных переменных возникает как при открытии переменности по данным фотометрического обзора, так и при включении уже известных переменных в ОКПЗ, когда его сотрудникам приходится выполнять работу вместо первооткрывателя. Довольно много таких пар содержится в Международном регистре переменных звезд VSX (Американская ассоциация наблюдателей переменных звезд, AAVSO, США), [11], и проблема их идентификации остаётся нерешенной, а пока идентификация переменной звезды не проведена, она не может быть включена в ОКПЗ [12].

Поэтому одной из интересных задач для телескопа Zeiss-1000 может быть идентификация переменных звезд, находящихся в таких тесных визуальных парах. Разрешение метровых телескопов Тянь-Шанской астрономической обсерватории АФИФ позволяет решить большинство таких задач. Результаты подобных исследований будут непосредственно учитываться Общим каталогом переменных звезд. Такую программу мы уже начали осуществлять. Три звезды из приведённых в Таблице переменных (обозначены звёздочкой) найдены по данным архива NSVS в 2005 году одним из авторов (А. Хруслов), но они не были опубликованы, так как без дополнительных наблюдений на телескопе с хорошим разрешением нельзя было установить, какая из звезд пары переменна. На рисунке 6 приведена кривая блеска одной из этих звезд, GSC 4084-02032 (TSHAO-Z1000-V18), переменной типа RR Лирь: внизу – данные обзора NSVS, вверху – ПЗС наблюдения на Zeiss-1000. Хорошо заметно, что в данных обзора NSVS при измерении суммарного блеска амплитуда сильно занижена.

GSC 4084-02032

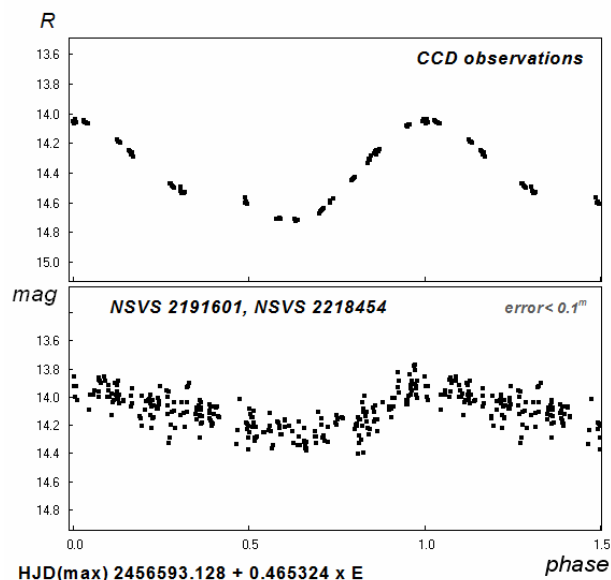


Рис. 6 – Кривые блеска GSC 4084-02032 (TSHAO-Z1000-V18), переменной типа RR Лиры, в фильтре V (вверху) и по данным обзора NSVS (внизу)

ЛИТЕРАТУРА

- 1 <http://www.astrouw.edu.pl/asas/?page=aasc>
- 2 Pojmanski, G. The All Sky Automated Survey. Catalog of Variable Stars. I. 0<sup>h</sup> - 6<sup>h</sup> Quarter of the Southern Hemisphere // *Acta Astron.* – 2002. – V.52. – P.397-427.
- 3 <http://skydot.lanl.gov/nsvs/nsvs.php>
- 4 Wozniak, P.R., Vestrand, W.T., Akerlof, C.W., et al. Northern Sky Variability Survey: Public Data Release // *Astron. J.* – 2004. – V.127. – P.2436-2449.
5. <http://wasp.cerit-sc.cz/form>
6. Butters, O.W., West, R.G., Anderson, D.R., et al. The first WASP public data release // *Astron. and Astrophys.* – 2010. – V.520. – L10.
- 7 [http://nunuku.cacr.caltech.edu/cgi-bin/getcssconedb\\_release\\_img.cgi](http://nunuku.cacr.caltech.edu/cgi-bin/getcssconedb_release_img.cgi).
- 8 Drake, A.J., Djorgovski, S.G., Mahabal, A., et al. First Results from the Catalina Real-Time Transient Survey // *Astrophys. J.* – 2009. – V.696. – P.870-884.
- 9 Udalski, A., Szymanski, M.K., Soszynski I. and Poleski, R. The Optical Gravitational Lensing Experiment. Final Reductions of the OGLE-III Data // *Acta Astron.* – 2008. – V. 58. – P.69-87.
- 10 Petersen, J.O., Christensen-Dalsgaard, J. Pulsation models of  $\delta$  Scuti variables. I. The high-amplitude double-mode stars // *Astron. and Astrophys.* – 1996. – V. 312. – P.463-474.
- 11 <http://www.aavso.org/vsx/index.php?view=search.top>.
- 12 Samus, N.N., Durlevich, O.V., Kazarovets, E.V., Kireeva, N.N., Pastukhova E.N., et al. General Catalogue of Variable Stars // Centre de Donnees Astronomiques de Strasbourg, B/gcvs. – 2007-2012.
13. Хруслов А.В., Кусакин А.В. USNO-B1.0 1329-0132547, новая бимодальная переменная типа  $\delta$  Щита с большой амплитудой // *Переменные Звезды* – 2014. – V.34. – № 1.

REFERENCES

- 1 <http://www.astrouw.edu.pl/asas/?page=aasc>
- 2 Pojmanski, G. *Acta Astron.*, **2002**, 52, 397-427.
- 3 <http://skydot.lanl.gov/nsvs/nsvs.php>
- 4 Wozniak, P.R., Vestrand, W.T., Akerlof, C.W., et al. *Astron. J.*, **2004**, 127, 2436-2449.
- 5 <http://wasp.cerit-sc.cz/form>
- 6 Butters, O.W., West, R.G., Anderson, D.R., et al. *Astron. and Astrophys.*, **2010**, 520, L10.
- 7 [http://nunuku.cacr.caltech.edu/cgi-bin/getcssconedb\\_release\\_img.cgi](http://nunuku.cacr.caltech.edu/cgi-bin/getcssconedb_release_img.cgi).
- 8 Drake, A.J., Djorgovski, S.G., Mahabal, A., et al. *Astrophys. J.*, **2009**, 696, 870-884.
- 9 Udalski, A., Szymanski, M.K., Soszynski I. and Poleski, R. *Acta Astron.*, **2008**, 58, 69-87.
- 10 Petersen, J.O., Christensen-Dalsgaard, J. *Astron. and Astrophys.*, **1996**, 312, 463-474.
11. <http://www.aavso.org/vsx/index.php?view=search.top>
12. Samus, N.N., Durlevich, O.V., Kazarovets, E.V., Kireeva, N.N., Pastukhova E.N., et al. *General Catalogue of Variable Stars, Centre de Donnees Astronomiques de Strasbourg, B/gcvs*, **2007-2012**,
13. Khruslov, A.V., Kusakin, A.V., *Perem. Zvezdy*, **2014**, 34, № 1.

**Резюме**

*А. В. КУСАКИН<sup>1</sup>, А. В. ХРУСЛОВ<sup>2</sup>, Р. И. ҚОҚЫМБАЕВА<sup>1</sup>*

(Жетекілі ғылыми қызметкер, кіші ғылыми қызметкер, ғылыми қызметкер  
<sup>1</sup>«В.Г.Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС. Алматы қ.  
<sup>2</sup>РҒА Астрономия институты (ИНАСАН) Мәскеу қ., Ресей)

**ТЯНЬ-ШАНЬ АСТРОНОМИЯЛЫҚ ОБСЕРВАТОРИЯСЫ  
ZEISS-1000 ТЕЛЕСКОБЫНДА ЖАҢА АЙНЫМАЛЫ ЖҰЛДЫЗДАРДЫ  
ІЗДЕУ ЖӘНЕ ЗЕРТТЕУ**

В. Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты Тянь-Шань астрономиялық обсерваториясында жаңартылған Zeiss-1000 телескопы және Apogee U900 D9 ПЗС камерасын қолдану барысында Құс Жолының таңдалған бөліктеріндегі жаңа айнымалы жұлдыздарды ашу мен зерттеу басталып кетті. Біздің жұмыс шағын құрал-саймандармен жүзеге асатын әлемдік фотометрлік шолулармен салыстырғанда көптеген басымдықтарға ие. Біздің құрал-саймандар тығыздығы айтарлықтай жұлдызды аймақтардан жаңа айнымалы жұлдыздар іздеуге, сондай-ақ компоненттер арасындағы бұрыштық қашықтығы 1-2 сек дозалық жақын орналасқан жұлдыздар жұбын фотометрлуге де мүмкіндік береді. Қазіргі кезде бұрын белгісіз болып келген 20 айнымалы жұлдыз табылып зерттелді. Осы бағыт бойынша әрі қарай зерттеулер жүргізу жоспарлануда.

**Тірек сөздер:** фотометрия, айнымалы жұлдыздар.

**Summary**

*A. V. Kusakin, A. V. Khruslov, R. I. Kokumbaeva*

**DISCOVERY AND STUDY OF NEW VARIABLE STARS USING  
THE ZEISS -1000 TELESCOPE OF THE TIEN-SHAN  
ASTRONOMICAL OBSERVATORY**

We received the first results (see table) sent for publication in the journal of Variable stars, supported by the Institute of astronomy (INASAN), P.K. Sternberg State Astronomical Institute (SAI) and Astronet project online. Observations of the USNO-B1.0 1329-0132547 (TSHAO-Z1000-V6) were published in the article [13].

**Keywords:** photometry, variable stars.

*Поступила 2014 г.*

# Физика Солнца и тел солнечной системы

---

---

УДК 524.5

Б.И. ДЕМЧЕНКО<sup>1</sup>, Л.И. ШЕСТАКОВА<sup>2</sup>

(ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова», Алматы)

## ДЕЙСТВИЕ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ НА ОРГАНИЧЕСКИЕ ЧАСТИЦЫ

*Цель.* Исследование поведения органических пылевых частиц в Солнечной системе под действием светового давления.

*Методы исследований.* Численное моделирование. Выбрано органическое вещество – толин с сильными абсорбционными свойствами. Исследовано давление радиации на пылевые частицы. Расчеты температуры пылевых частиц выполнены на основе решения уравнения теплового баланса в соответствии с их размерами и расстоянием от Солнца. Использована теория Ми для однородных сферических частиц.

*Область применения.* Эволюция звезд солнечного типа с пылевыми дисками.

*Результаты и выводы.* Температура органических пылевых частиц отличается от абсолютно черного тела, и сильно зависит от размера частиц. Частицы радиусами  $s = 0.1 - 0.2$  мкм имеют максимальные температуры, превосходящие температуры черного тела, и этот избыток температуры сохраняется вплоть до размеров  $s = 4-6$  мкм. Радиационное давление оказывает сильное селективное влияние на пылевые частицы в зависимости от размера частиц. Максимальное давление радиации испытывают частицы с радиусами  $s = 0.2$  мкм, отношение давления радиации к силе тяготения для них  $\beta > 2$ . Частицы радиусами  $0.06 \text{ мкм} \leq s \leq 0.6 \text{ мкм}$  покидают Солнечную систему под действием светового давления, поскольку для них  $\beta > 1$ .

Частицы толина, формирующиеся в условиях близких к вакууму и при температурах, характерных для орбиты Сатурна крайне непрочны и могут распадаться.

Тем не менее, они могут достигать орбиты Земли, поскольку будут дрейфовать внутрь Солнечной системы под действием эффекта Пойнтинга-Робертсона. Кроме того, такие частицы входят в состав оболочек комет и могут проникать внутрь Солнечной системы вместе с родительскими телами. Таким образом, на вопрос: «Могут ли органические вещества с периферии Солнечной системы проникать в область планет земной группы», – можно ответить положительно.

**Ключевые слова:** солнечная система, органические пылевые частицы, толин.

**Тірек сөздер:** Күн жүйесі, органикалық тозаң бөлшектер, толин.

**Введение.** Среди пылевых частиц, обнаруженных в газопылевых дисках около звезд и в Солнечной системе, особое место занимают органические частицы. Активное исследование таких частиц стимулировалось обнаружением органической дымки в атмосфере Титана.

В земных лабораториях такие условия воспроизводятся с помощью электрических разрядов в газовой смеси, содержащей 10%  $\text{CH}_4$  и 90%  $\text{N}_2$ , моделирующей атмосферу Титана. Твердые частицы, образующиеся в таких условиях [1], соответствуют элементному составу  $\text{C}_{11}\text{H}_{11}\text{N}_{11}$ . Оптические свойства таких частиц могут отличаться более чем в 2 раза. Органические гетерополимеры, так называемый “ice tholin II”, продуцируется подобным образом из смеси воды, углекислого газа и углеводов, как первая аппроксимация смеси кометного состава [2]. В настоящей работе проанализировано действие солнечной радиации на толины 1-го типа, в частности вычислены

температуры частиц разных размеров на различных расстояниях от Солнца и действие светового давления.

**Модельные предположения и исходные данные.** Все практически важные параметры, характеризующие взаимодействие сферических пылевых частиц с излучением, рассчитываются по теории Ми [3,4]. Предполагается, что пылевые гранулы нагреты изотермично. Кроме того мы пренебрегаем столкновениями между гранулами и считаем их электрически нейтральными. Предполагается, что пылинки имеют форму шара и однородны по составу.

Таблицы по распределению энергии в солнечном спектре для интервала длин волн  $\lambda$  от  $\lambda_1=0.0075$  мкм до  $\lambda_2=50$  мкм, взятые из книги Макаровой и др. [5] переведены в единую систему единиц дж/(сек·м<sup>2</sup>·мкм·ср). В этих же пределах взяты таблицы комплексных индексов рефракции выбранных материалов:  $m(\lambda)=n(\lambda)+ik(\lambda)$ , с добавлением экстраполированных величин со стороны ультрафиолета [6-8].

Параметры  $n, k$  – это входные параметры теории Ми, они зависят от длины волны  $\lambda$  и типа вещества, обычно задаются в табличном виде, для каждого вещества отдельно. В теории Ми широко используется алгебра комплексных чисел. Однако все практически важные параметры, характеризующие взаимодействие пылевых частиц с излучением, в том числе эффективные факторы поглощения ( $Q_{abs}$ ) и светового давления ( $Q_{pre}$ ) имеют вещественные значения.

Плотность вещества частиц толшина  $\delta=1.3$  г/см<sup>3</sup>. Интервал расстояний, для которых проведены вычисления – от 5 солнечных радиусов до 40 а.е., то есть до границы планетной системы.

Все расчетные программы написаны на языке ‘C’ в среде TURBO-C++, отлаживались под управлением операционной системы WINDOWS-XP.

**Расчеты светового давления.** Расчет среднего фактора радиационного давления  $Q_{pr}=\langle Q_{pre} \rangle$  и отношения силы давления к силе тяготения  $\beta=F_{pre}/F_{grav}$  проводится в зависимости от радиуса пылинки. Эти параметры не зависят от расстояния до Солнца.

Расчетные формулы имеют вид:

$$Q_{pr}(s, m) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} Q_{pre}(\lambda, s, m) \cdot F(\lambda) \cdot d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) \cdot d\lambda}, \quad \beta(s, m) = \frac{F_{pre}}{F_{grav}} = \frac{3 \cdot Q_{pr}(s, m) \cdot L_{sun}}{16\pi \cdot c \cdot \mu_{sun} \cdot \delta \cdot s}, \quad (1)$$

где  $Q_{pre}(\lambda, s, m)$  – эффективный спектральный фактор давления, рассчитанный по теории Ми,  $m=n+ik$  – комплексный индекс рефракции,  $F(\lambda)$  – излучение Солнца,  $L_{sun}$  – полная светимость Солнца,  $\mu_{sun}=\mu = G \cdot M$  – гравитационный параметр Солнца,  $G$  – гравитационная постоянная,  $M$  – масса Солнца,  $c$  – скорость света,  $\delta$  – плотность вещества.

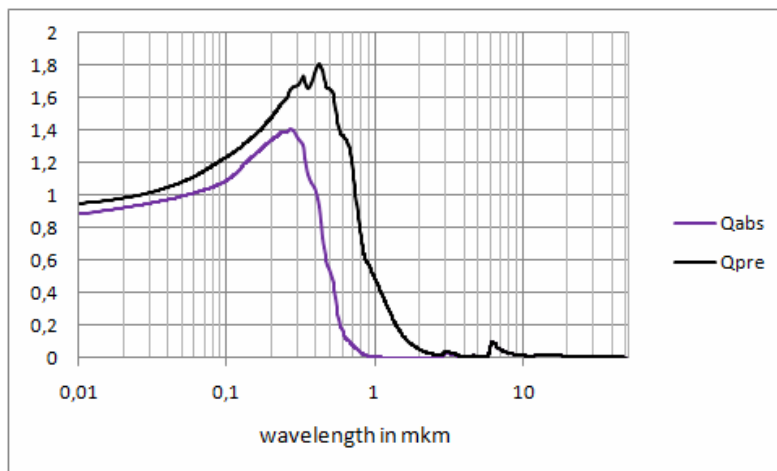


Рисунок 1 – Эффективный спектральный фактор поглощения  $Q_{abs}(\lambda, s, m)$  и светового давления  $Q_{pre}(\lambda, s, m)$  для частицы радиусом 0.02 мкм в зависимости от длины волны

Эффективный фактор поглощения  $Q_{abs}(\lambda, s, m)$  и светового давления  $Q_{pr}(\lambda, s, m)$  для некоторых частиц может превышать 1 из-за волновой природы света.

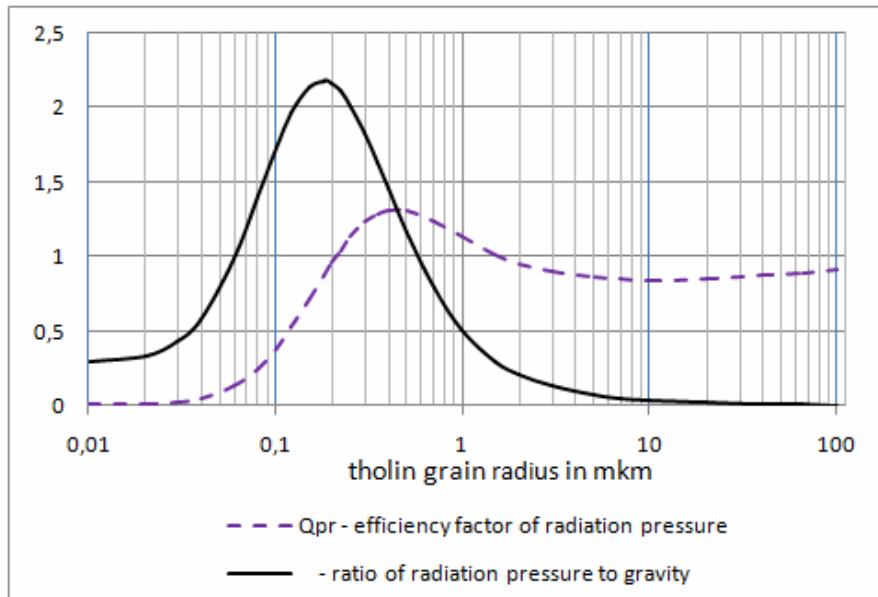


Рисунок 2 – Отношение давления радиации к силе тяготения  $\beta$  (жирная линия) и фактор эффективности светового давления  $Q_{pr}(s)$  (пунктир)

Максимум светового давления приходится на частицы радиусами 0.2 мкм, которые сильнее других подвержены действию солнечной радиации. В дальнейшем, при увеличении размера частиц,  $Q_{pr}(s)$  стремится к 1, то есть к пределу, определяемому геометрической оптикой.

**Расчеты теплового баланса.** Для расчета температуры пылинки используется естественное физическое условие для теплового равновесия, то есть поглощаемая энергия должна быть равна излучаемой энергии:

$$E_{abs} = \Omega \cdot s^2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} Q_{abs}(\lambda, m, s) \cdot F(\lambda) d\lambda = E_{rad} = 4\pi \cdot s^2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} Q_{abs}(\lambda, m, s) \cdot B(\lambda, T) d\lambda, \quad (2)$$

где  $E_{abs}$  – энергия, поглощаемая частицей в интервале длин волн  $(\lambda_1, \lambda_2)$ ,  $\Omega = 2\pi(1 - \sqrt{1 - r_{sun}^2 / r^2})$  – телесный угол солнечного диска, измеренный с расстояния  $r$ .  $r_{sun}$  – радиус Солнца. Для  $r \gg r_{sun}$  телесный угол  $\Omega = \pi r_{sun}^2 / r^2$ .  $F(\lambda)$  – реальное распределение энергии в солнечном спектре в единицах дж/(сек·м<sup>2</sup>·мкм·ср),  $E_{rad}$  – излучаемая энергия,  $B(\lambda, T)$  – распределение энергии в спектре излучения пылинки с температурой  $T$ .

Уравнение (2) рассматривается как нелинейное уравнение относительно неизвестного параметра  $T$ . Для решения этого уравнения используется метод дихотомии (метод деления отрезка пополам). Этот метод обладает высокой устойчивостью и не зависит от поведения функции.

Фактор  $Q_{abs}(\lambda, s, m)$  входит как в левую, так и в правую части равенства (2). Это означает, что эффективность поглощения падающего излучения на длине волны  $\lambda$  такая же, что и эффективность излучения на этой же длине волны. В результате численных расчетов получают значения температур нагрева частиц в зависимости от радиуса и расстояния до Солнца.

Для сравнения расчетов температур по теории Ми приведем также результаты упрощенных вычислений температуры для случая абсолютно черного тела. В этом случае:  $Q_{abs} = 1$ . Для больших

расстояний ( $r > 10r_{\text{sun}}$ ) из формулы (2) можно получить температуру пылинки в зависимости от расстояния до Солнца в приближении абсолютно черного тела:  $T = T_{\text{eff}}(r_{\text{sun}}/2r)^{1/2}$ .

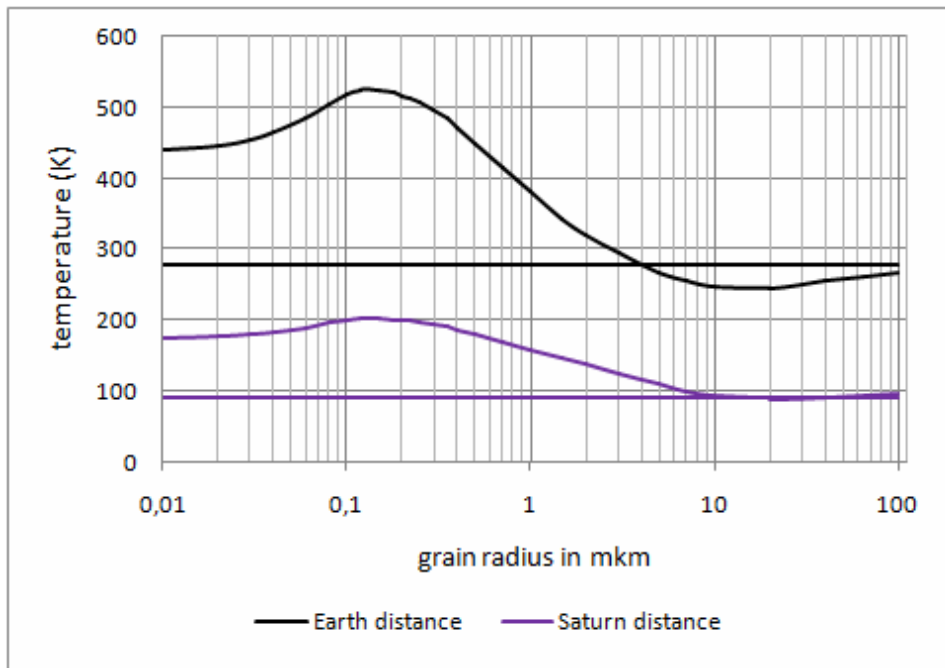


Рисунок 3. Температуры частиц толина на расстояниях орбиты Земли и орбиты Сатурна. Прямые линии – чернотельная аппроксимация температуры

На рисунке 3 представлены результаты расчетов температуры частиц на расстоянии земной орбиты и на расстоянии Сатурна в зависимости от их радиусов  $s$ . Вызывает удивление, что вблизи радиусов частиц около 0,1 мкм, их температуры могут превышать температуру черного тела. Такие результаты – следствие волновой природы света, когда эффективное сечение частиц превосходит геометрические размеры. В этом случае характер зависимости не соответствует чернотельному закону:  $T \sim (1/r)^{1/2}$ .

С увеличением размеров частиц температуры стремятся к чернотельным, эффекты дифракции убывают и сечение частиц может сводиться к геометрической оптике.

#### Заключительные замечания.

1. Действие светового давления на частицы толина вблизи радиуса частиц  $s = 0,2$  мкм достигает максимума ( $\beta > 2$ ). Частицы радиусами  $0,06 \text{ мкм} \leq s \leq 0,6 \text{ мкм}$  (рис.2) покидают солнечную систему под действием светового давления, поскольку для них  $\beta > 1$ .

2. Максимальные температуры (рис.3) показывают частицы с радиусами  $s = 0,1 - 0,2$  мкм. Температуры превосходят чернотельные вплоть до размеров  $s = 4-6$  мкм.

Частицы толина, формирующиеся в условиях близких к вакууму и при температурах, характерных для орбиты Сатурна крайне непрочны и могут распадаться не только под действием более высоких температур, но и под действием многих иных факторов, таких как солнечный ветер или в процессе фотохимических реакций. Тем не менее, шансы достичь орбиты Земли после выхода из атмосферы Титана достаточно велики для тех частиц, которые не выбрасываются в межзвездное пространство за счет светового давления. Частицы, движущиеся по круговым орбитам, неизбежно будут дрейфовать внутрь Солнечной системы под действием эффекта Пойнтинга-Робертсона и оседать на внутренних планетах. Кроме того, такие частицы входят в состав оболочек комет и могут проникать внутрь Солнечной системы вместе с родительскими телами. Таким образом, на вопрос «могут ли органические вещества с периферии Солнечной системы проникать в область планет земной группы» можно ответить положительно.

Работа выполнена по проекту грантового финансирования 0174/ГФ Комитета науки МОН РК.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 McKay C.P., Elemental composition, solubility, and optical properties of Titan's organic haze // Planet. Space Sci. – 1996. – V.44. – P.741-747.
- 2 McDonald, G.D., Whited, L.J., DeRuiter, C., Khare, B.N., Patnaik, A., and Sagan, C. Production and Chemical Analysis of Cometary Ice Tholins // Icarus. – 1996. – V.122. – P107–117.
- 3 Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами // М., МИР. – 1986. – 664 с.
- 4 Matsumura M., Seki M. Polarization Efficiency and Phase Function, Calculated on the Basis of the Mie Theory // The Science Reports of the Tohoku University, Eighth Series. – 1985. – V.6. – №. 1. – P.11-48.
- 5 Макарова Е.А., Харитонов А.В., Казачевская Т.В. Поток солнечного излучения. М., “Наука”. – 1991. – 401 с.
- 6 Ramirez S. I., Coll P., da Silva A., Navarro-Gonz'alez R., Lafait J., Raulin F. Complex Refractive Index of Titan's Aerosol Analogues in the 200–900 nm Domain // Icarus. – 2002. – V.156. – P. 515–529.
- 7 Toon O.B., McKay C.P., Griffith C.A. TuRco R.P. A Physical Model of Titan's Aerosols // Icarus. - 1992. -V.95. -P 24-53.
- 8 Imanaka H., Cruikshank D. P. , Khare B.N., McKay C.P. Optical constants of Titan tholins at mid-infrared wavelengths (2.5–25  $\mu\text{m}$ ) and the possible chemical nature of Titan's haze particles // Icarus. – 2012. – V.218. – P.247–261.

REFERENCES

- 1 McKay C.P. *Planet. Space Sci.*, **1996**, *44*,741-747.
- 2 McDonald G.D., Whited L.J., DeRuiter C., Khare B.N., Patnaik A., Sagan C. *Icarus*, **1996**, *122*,107–117.
- 3 Boren C.F., Hafmen D.R. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, **1983**, John Wiley & Sons, Inc., 664.
- 4 Matsumura M., Seki M. *Polarization Efficiency and Phase Function Calculated on the Basis of the Mie Theory*. Faculty of Science, Tohoku University, SENDAL, JAPAN. Eighth Series, **1985**, *6*, 11-48.
- 5 Makarova E.A., Kharitonov A.V. Kazachevskaja T.V. *Potok solnechnogo izluchenija*. **1991**. – Moskow, Nauka, 401 (in Russ.).
- 6 Ramirez S. I., Coll P., da Silva A., Navarro-Gonz'alez R., Lafait J., Raulin F. *Icarus*, **2002**, *156*, 515–529.
- 7 Toon O.B., McKay C.P., Griffith C.A. TuRco R.P. *Icarus*, **1992**, *95*, 24-53.
- 8 Imanaka H., Cruikshank D. P. , Khare B.N., McKay C.P. *Icarus*, **2012**, *218*, 247–261.
- 8 Imanaka H., Cruikshank D.P., Khare B.N., McKay C.P. *Icarus*, **2012**, *218*, 247–261.

Резюме

Б. И. Демченко<sup>1</sup>, Л. И. Шестакова<sup>2</sup>

(«В.Г.Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматы қ)

ОРГАНИКАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕРГЕ КҮН РАДИАЦИЯСЫНЫҢ ӘСЕРІ

*Мақсаты.* Күн жүйесінде жарық қысымы әсерімен органикалық тозаң бөлшектері жүрісін зерттеу.

*Зерттеу әдістері.* Сандық үлгілеу. Таңдалған органикалық зат – күшті сіңу ерекшеліктері бар толин. Тозаң бөлшектеріне радиацияның қысымы зерттелді. Тозаң бөлшектерінің температура өлшемдері олардың көлемдері және Күннен арақашықтығымен сәйкес жылу балансы теңдеуінің шешімі негізінде орындалды. Біртекті сфералық бөлшектер үшін Ми теориясы пайдаланылды.

*Қолданылу аймағы.* Тозаң дискілері бар күн типті жұлдыздардың дамуы.

*Нәтижелері және қорытындылары.* Органикалық тозаң бөлшектері температурасы абсолютті кара денеден айрықшаланады және бөлшектер көлеміне байланысты.  $s = 0.1 - 0.2$  мкм радиусті бөлшектер кара дене температурасынан асатын максималды температурада және осы температура артылуы  $s = 4-6$  мкм көлеміне шейін сақталады. Бөлшектер көлеміне байланысты тозаң бөлшектеріне радиациялық қысым күшті селективті әсер етеді. Радиацияның максималды қысымы бөлшектерді  $s = 0.2$  мкм радиустерімен сынайды, олар үшін тартылыс күшіне радиациялық қысым қатынасы  $\beta > 2$ . Олар үшін  $\beta > 1$  болғандықтан, жарық қысымы әсерінен  $0.06 \text{ мкм} \leq s \leq 0.6 \text{ мкм}$  радиустерімен бөлшектер күн жүйесінен кетеді.

Сатурн орбиталарына тән температураларда және вакуумге жақын жағдайларда қалыптасқан толин бөлшектері аса осал және ыдырап кетуі мүмкін. Дегенмен олар Пойнтинг-Робертсон әсері ықпалымен Күн жүйесі ішінде бір орында қалқып тұратындықтан Жер орбитасына жетуі мүмкін. Сонымен қатар бұндай



бөлшектер кометалар қабығы құрамына кіреді және Күн жүйесі ішіне енуі мүмкін. Сөйтіп «Күн жүйесі периферимен органикалық зат жер тобы ғаламшарлар аймағына ене алады ма» деген сұраққа құптарлықтай жауап беруге болады.

**Тірек сөздер:** күн жүйесі, органикалық тозаң бөлшектері, толин.

### Summary

*B.I. Demchenko, L.I. Shestakova*

(Fessenkov Astrophysical Institute, Almaty)

### EFFECTS OF SOLAR RADIATION ON ORGANIC PARTICLES

*Aims.* Study the behavior of organic dust particles in the Solar system under the action of radiation pressure.

*Methods.* Numerical simulation. Tholin – organic matter with strong absorption properties is selected. Radiation pressure on dust particles is investigated. Calculations of temperature of dust particles was obtained on base the solutions of the equation of thermal balance according to their size and distance from the Sun. The theory of Mie for homogeneous spherical particles was used.

*Field of application.* Evolution of solar- type stars with dust disks.

*Results and conclusions.* Temperature of organic dust particle differs from a blackbody, and is highly dependent on the particle size. Particles with radii  $s = 0.1 - 0.2$  microns have maximum temperature, exceeding temperature of a blackbody, and this excess temperature is kept down to size  $s = 4-6$  microns. Radiation pressure has a strong selective influence on the dust particle according to the particle size. Maximum pressures of radiation have particles with radii of  $s = 0.2 \mu\text{m}$ , radiation pressure to the force of gravity for them:  $\beta > 2$ . Particles with radii  $0.06 \mu\text{m} \leq s \leq 0.6 \mu\text{m}$  leaves the solar system under the action of radiation pressure, because for them:  $\beta > 1$ .

Tholin particles formed under conditions of near-vacuum and at temperatures typical to the orbit of Saturn are brittle and can be destroyed. However, they can reach the Earth's orbit, as would drift inside the Solar system under the effects of the Poynting-Robertson. Moreover, these particles are part of the shell of comets and can penetrate the Solar system together with the parent bodies. Thus, to the question «can organic matter from the periphery of the Solar system, get into the area of the terrestrial planets» can be answered positively.

**Key words:** solar system, organic dust grains, tholin.

УДК 523.62–726

*Г. С. МИНАСЯНЦ<sup>1</sup>, Т. М. МИНАСЯНЦ<sup>2</sup>*

(ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова», г. Алматы)

### СВОЙСТВА ПОТОКОВ ЧАСТИЦ РАЗЛИЧНЫХ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В СПОКОЙНОМ СОЛНЕЧНОМ ВЕТРЕ

С целью изучения изменений потоков частиц в спокойном солнечном ветре было исследовано поведение 15 различных химических элементов с зарядовым числом  $1 \leq Z \leq 28$ : *H, He, C, N, O, Ne, Na, Mg, Al, Si, S, Ar, Ca, Fe, Ni*. Использовались космические наблюдения Солнца на спутниках ACE (приборы ULEIS, EPAM, SIS, CRIS), WIND (EPACT/LEMT), STEREO (LET, HET), GOES. Общий интервал энергии для частиц и ионов составлял (0.06-500) МэВ/нуклон.

Для стадии спокойного солнечного ветра в минимуме 23-го цикла активности (1 апреля 2007 г. – 31 декабря 2009 г.) были построены энергетические спектры частиц и ионов различных химии-ческих элементов. Это позволило рассчитать относительное содержание этих элементов в спокойном солнечном ветре и сравнить его со стандартным обилием в короне.

Полученные значения относительного содержания элементов в спокойном солнечном ветре показывают пониженные значения по сравнению с корональными, особенно для тяжелых элементов: *Ne*,

*Si, Fe*. При совместном влиянии излучения Солнца и галактических космических лучей в солнечном ветре четко проявляется, так называемый, аномальный компонент галактических лучей, при этом наблюдается избыточное количество ядер – *N, O, Ne, Ar, Ca*. В галактических космических лучах для всех элементов, за исключением *He*, наблюдается повышенное их содержание.

Для спектра энергии элементов солнечного ветра в период минимума цикла в области  $\sim 5$  МэВ/нуклон наблюдается излом кривой и в дальнейшем ее ход определяется излучением галактических космических лучей. В эпоху минимума солнечного цикла интенсивность галактического фона в несколько раз выше, чем в максимуме.

Ход годовых значений потоков ионов Fe галактических космических лучей и чисел Вольфа позволяет предположить высокую солнечную активность в текущем 2014 году.

**Ключевые слова:** солнечный ветер, энергетические спектры, химический состав.

**Тірек сөздер:** күн желі, энергетикалық спектрлер, химиялық құрам.

**Key words:** solar wind, spectra energy, chemical composition.

Исследование химического состава солнечного ветра является важной задачей, позволяющей получить научную информацию о физических условиях в источниках его формирования. Относительное содержание химических элементов в солнечном ветре имеет отличия от химического состава в атмосфере Солнца, что также требует четкого объяснения. В обилии элементов наблюдаются изменения, которые связаны с фазой солнечного цикла и вспышечной активностью Солнца.

Вариация потоков солнечного ветра определяется двумя основными факторами: генерацией энергичных частиц на Солнце и условиями распространения галактических космических лучей (ГКЛ) в межпланетной среде. Основной причиной, влияющей на изменение условий распространения малоэнергичной части ГКЛ, является количество и характер распределения магнитных неоднородностей, а также флуктуации магнитного поля в гелиосфере Солнца. Отсутствие активных областей на Солнце приводит к минимизации источников рассеяния ГКЛ и соответственно к их максимальному проявлению, начиная с энергии  $E_k > (5-20)$  МэВ/нуклон [1]. Таким образом, физические условия в спокойном солнечном ветре в эпоху минимума цикла можно условно разделить по энергиям частиц на два характерных состояния, с границей раздела около 5 МэВ/нуклон. Причем в интервале энергий (5-20) МэВ/нуклон наблюдается совместное влияние Солнца и ГКЛ. Протоны и ядра с энергиями  $> (20-30)$  МэВ/нуклон имеют галактическое происхождение.

Продолжительный минимум 23-го цикла активности предоставил возможность на длительном интервале времени проследить за вариациями потоков различных химических элементов в спокойном солнечном ветре. За всю историю регулярных наблюдений Солнца с 1700 года лишь 2 цикла активности в стадии минимума имели более низкие значения чисел Вольфа. Декабрь 2008 года был определен как минимум предыдущего цикла активности. Поэтому нами для исследования спокойного солнечного ветра выбран промежуток с 1 апреля 2007 по 31 декабря 2009 годов. За этот период в течение 669 дней вообще отсутствовали активные области на Солнце. В остальные дни на Солнце присутствовали лишь поры и пятна очень маленькой площади, которые не создали заметных возмущений в солнечном ветре.

Для выбранного временного интервала были построены спектры энергии 15 различных химических элементов с  $1 \leq Z \leq 28$ : H, He, C, N, O, Ne, Na, Mg, Al, Si, S, Ar, Ca, Fe, Ni. Использовались космические наблюдения Солнца на спутниках ACE (приборы ULEIS, EPAM, SIS, CRIS), WIND (EPACT/LEMT), STEREO (LET, HET), GOES. Общий интервал энергии для частиц и ионов составлял (0.06-500) МэВ/нуклон.

На рисунке 2.1 показаны рассчитанные спектры энергии для всех рассмотренных элементов в период минимума 23-го цикла активности. Обычный довольно гладкий ход профилей спектра в нашем случае имеет излом в диапазоне энергий  $\sim 5-20$  МэВ/нуклон, что связано с присутствием

частиц галактических космических лучей. Вклад их усиливается с ростом энергии и достигает максимума для разных элементов в интервале от 23 до 297 МэВ/нуклон.

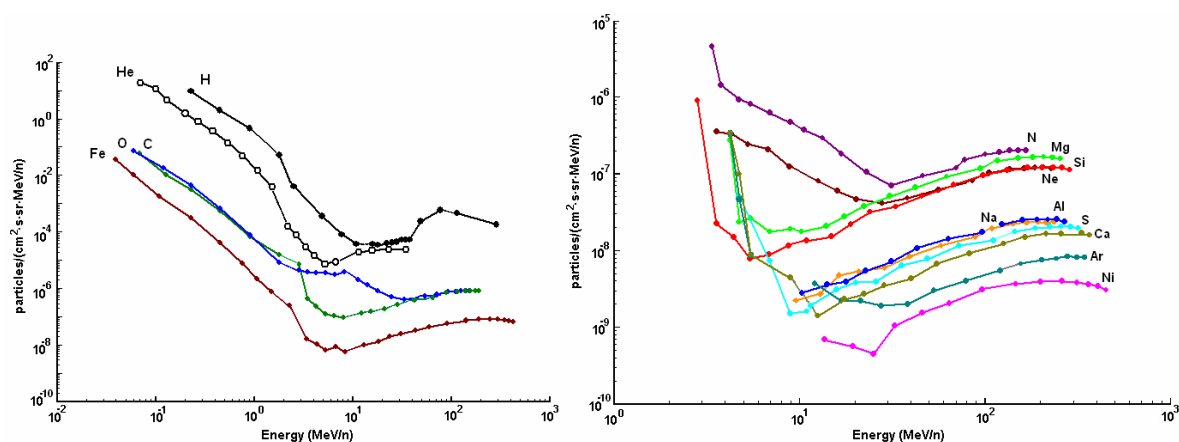


Рисунок 2.1 – Спектры энергии частиц и ионов легких и тяжелых элементов спокойного солнечного ветра, включая вклад галактических космических лучей в период минимума цикла активности (1 апреля 2007 г. - 31 декабря 2009 г.)

Усиление потоков частиц в области энергий ГКЛ, примерно на порядок, наблюдается для всех рассмотренных элементов. Заметна тенденция: чем выше заряд ядра элемента, тем на более высокую энергию приходится максимум значения потока ГКЛ.

Таблица 2.1 – Значения обилия 15-ти химических элементов ( $1 \leq Z \leq 28$ ) в короне Солнца и рассчитанных относительных содержаний этих элементов в спокойном солнечном ветре

Атомн номер	Эл-нт	Обилие элементов в короне	Содерж. элем. в СВ при $E_k=1$ МэВ/н	Содерж. элем. в СВ при $E_k=10$ МэВ/н	Содержание элементов в ГКЛ
1	H	1.00	1.00	1.00	1.00
2	He	$6.08 \cdot 10^{-2}$	$2.70 \cdot 10^{-2}$	$3.73 \cdot 10^{-2}$	$4.18 \cdot 10^{-2}$
6	C	$2.26 \cdot 10^{-4}$	$9.25 \cdot 10^{-5}$	$2.26 \cdot 10^{-4}$	$1.41 \cdot 10^{-3}$
7	N	$5.17 \cdot 10^{-5}$	-	$7.90 \cdot 10^{-4}$	$3.41 \cdot 10^{-4}$
8	O	$4.11 \cdot 10^{-4}$	$1.22 \cdot 10^{-4}$	$5.45 \cdot 10^{-3}$	$1.40 \cdot 10^{-3}$
10	Ne	$8.01 \cdot 10^{-5}$	$1.20 \cdot 10^{-5}$	$2.12 \cdot 10^{-4}$	$2.06 \cdot 10^{-4}$
11	Na	$4.17 \cdot 10^{-6}$	-	$4.52 \cdot 10^{-6}$	$3.97 \cdot 10^{-5}$
12	Mg	$7.41 \cdot 10^{-5}$	-	$3.38 \cdot 10^{-5}$	$2.79 \cdot 10^{-4}$
13	Al	$6.16 \cdot 10^{-6}$	-	$6.20 \cdot 10^{-6}$	$4.31 \cdot 10^{-5}$
14	Si	$7.24 \cdot 10^{-5}$	$7.83 \cdot 10^{-6}$	$2.87 \cdot 10^{-5}$	$2.03 \cdot 10^{-4}$
16	S	$1.69 \cdot 10^{-5}$	-	$3.54 \cdot 10^{-6}$	$3.47 \cdot 10^{-5}$
18	Ar	$2.26 \cdot 10^{-6}$	-	$9.43 \cdot 10^{-6}$	$1.43 \cdot 10^{-5}$
20	Ca	$4.36 \cdot 10^{-6}$	-	$7.86 \cdot 10^{-6}$	$2.89 \cdot 10^{-5}$
26	Fe	$7.08 \cdot 10^{-5}$	$3.67 \cdot 10^{-6}$	$1.41 \cdot 10^{-5}$	$1.40 \cdot 10^{-4}$
28	Ni	$3.55 \cdot 10^{-6}$	-	$1.47 \cdot 10^{-6}$	$6.68 \cdot 10^{-6}$

Для более подробного исследования мы весь энергетический диапазон солнечного ветра (СВ) разбили на три интервала с характерными значениями энергии:  $E_k = 1$  МэВ/нуклон – условия определяются излучением Солнца;  $E_k = 10$  МэВ/нуклон – излучение Солнца + галактические космические лучи; третий интервал при  $E_k > 20$  МэВ/нуклон - ГКЛ.

Используя значения потоков излучения разных элементов, было рассчитано их относительное содержание в солнечном ветре для указанных характерных энергий (таблица 2.1). Из-за отсутствия данных для некоторых элементов в интервале энергии  $E_k = 1$  МэВ/нуклон имеются пробелы в столбце их относительного содержания.

На рисунке 2.2 наглядно представлено сопоставление обилия химических элементов в короне Солнца [2] и рассчитанных значений их относительных содержаний для характерных энергий частиц и ионов в спокойном солнечном ветре в течение стадии минимума активности цикла.

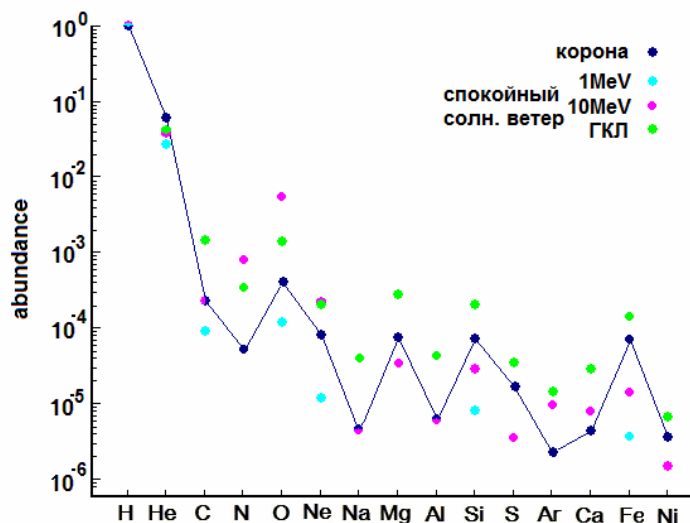


Рисунок 2.2 – Сопоставление обилия элементов в солнечной короне и их относительного содержания в спокойном солнечном ветре при энергиях 1 МэВ/нуклон, 10 МэВ/нуклон и (23-297) МэВ/нуклон для галактических космических лучей

Относительное содержание, оцененное для отдельных химических элементов солнечного ветра, обусловленного только излучением Солнца (при 1 МэВ/нуклон), показывает пониженные значения по сравнению с корональными. Наиболее заметно это для тяжелых элементов: Ne, Si, Fe. При совместном влиянии излучения Солнца и ГКЛ (10 МэВ/нуклон) четко проявляется, так называемый, аномальный компонент галактических лучей, благодаря которому появляется избыток некоторых ядер (N, O, Ne, Ar, Ca). Наблюдается повышенное содержание всех элементов с энергией ГКЛ (>20 МэВ/нуклон), за исключением He.

На примере энергетических дифференциальных спектров потоков Fe (рисунок 2.3) можно проследить, как меняются интенсивности потоков солнечного ветра при различных уровнях активности Солнца для разных интервалов энергии.

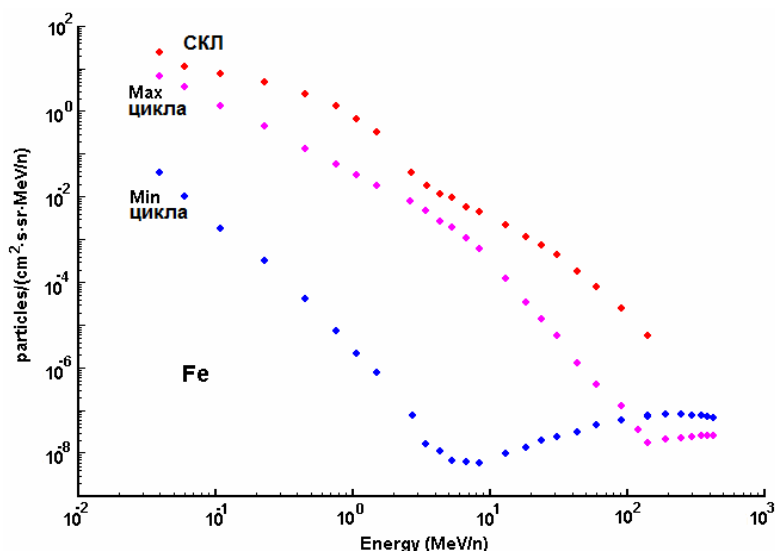


Рисунок 2.3 – Спектры энергии ионов Fe: СКЛ – вспышка солнечных космических лучей 13 декабря 2006 г.; Max цикла – 2001 год; Min цикла – период (1 апреля 2007 г. – 31 декабря 2009 г.)

Для спектра энергии минимума цикла в области  $\sim 5$  МэВ/нуклон наблюдается излом кривой и в дальнейшем ее ход определяется излучением ГКЛ. Интенсивность галактического фона в эпоху минимума цикла в несколько раз превышает её для максимума цикла. Наибольшее усиление интенсивности потока во вспышке СКЛ наблюдается для энергии  $> 10$  МэВ/нуклон, при этом существенно превышающие значения потоков ГКЛ.

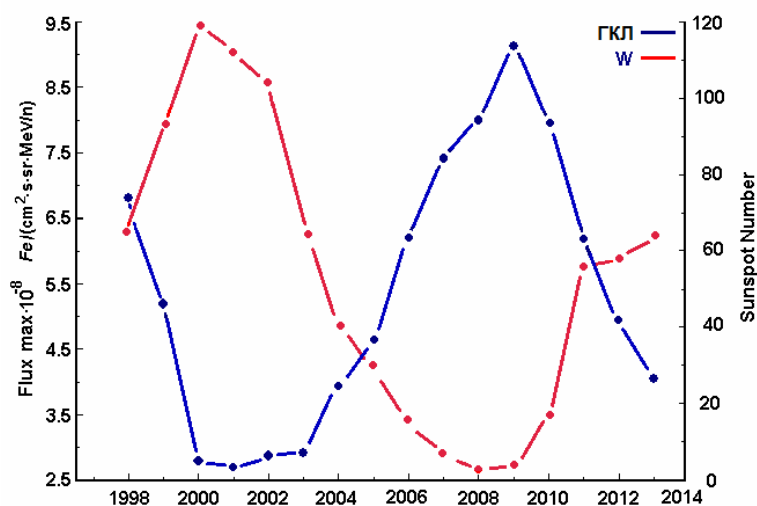


Рисунок 2.4 – Сопоставление максимальных значений потока ионов Fe галактических космических лучей (ГКЛ) и чисел Вольфа (W) в период 1998 г. – 2013 г.

Для периода 1998г. – 2013г. были определены ежегодные максимальные значения потоков интенсивности ионов Fe галактических космических лучей. Интервал энергий для максимальных значений потоков составлял (190.53-387.66) МэВ/нуклон. Сопоставление максимумов потоков Fe для ГКЛ и чисел Вольфа (рисунок 2.4) показывает классическую картину антикорреляции между этими величинами. Сравнение значений ГКЛ и W за 2013 год позволяет сделать предположение о возможной высокой активности Солнца в 2014 году.

#### Результаты и выводы:

Для стадии спокойного солнечного ветра в течение минимума 23-го цикла активности (1апреля 2007 г. – 31декабря 2009 г.) были построены энергетические спектры частиц и ионов 15-ти различных химических элементов для стадии спокойного солнечного ветра в течение минимума 23-го цикла активности (1апреля 2007 г. – 31декабря 2009 г.). Это позволило рассчитать относительное содержание этих элементов в спокойном солнечном ветре и сравнить его со стандартным обилием в короне.

В результате работы, с помощью энергетических спектров частиц и ионов 15-ти различных химических элементов для стадии спокойного солнечного ветра, было рассчитано их относительное содержание и проведено сравнение со стандартным обилием в короне. Установлено, что относительное содержание, элементов в спокойном солнечном ветре показывает пониженные значения по сравнению с корональными, особенно для тяжелых элементов: Ne, Si, Fe. Четко проявляется, так называемый аномальный компонент галактических лучей, под совместным влиянием излучения Солнца и галактических космических лучей в солнечном ветре. В это же время, наблюдается избыточное количество ядер – N, O, Ne, Ar, Ca. В солнечном ветре, при наличии галактических космических лучей, наблюдается повышенное содержание всех элементов, за исключением He.

Для спектра энергии элементов солнечного ветра в период минимума цикла в области  $\sim 5$  МэВ/нуклон наблюдается излом кривой и в дальнейшем ее ход определяется излучением ГКЛ. Интенсивность галактического фона в эпоху минимума цикла в несколько раз превышает её для максимума цикла.

Ход годовых значений потоков ионов Fe галактических космических лучей и чисел Вольфа позволяет предположить высокую солнечную активность в текущем 2014 году.

Работа выполнена по программе «Изучение физических свойств избранных объектов солнечной системы».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Свртилов С.И. Вариации и история космических лучей. //Солнечно - земная Физика. Сервер «СиЗиФ». – 2002. <http://www.kosmofizika.ru>
- 2 Schmelz J.T. et al. Composition of the Solar Corona, Solar Wind, and Solar Energetic Particles // Ap.J. 2012 .– 755:33.

#### REFERENCES

- 1 Svertilov S.I. Solnechno – zemnaja Fizika. Server «SiZiF». – 2002. <http://www.kosmofizika.ru>
- 2 Schmelz J.T. et al. Ap.J. 2012 . – 755:33.

#### Резюме

Г. С. Минасянц, Т. М. Минасянц

(«В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматы қ)

#### ТЫНЫШ КҮН ЖЕЛІНДЕГІ ӨРТҮРЛІ ХИМИЯЛЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕРДЕГІ БӨЛШЕКТЕР АҒЫНЫНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Тыныш Күн желіндегі бөлшектер ағынының өзгерісін зерттеу мақсатымен зарядтық сандары  $1 \leq Z \leq 28$  болатын өртүрлі 15 химиялық элементтерге зерттеу жүргізілді: *H, He, C, N, O, Ne, Na, Mg, Al, Si, S, Ar, Ca, Fe, Ni*. Күнді ғарыштан бақылаған жасанды жер серіктерінің ACE (құралдар ULEIS, EPAM, SIS, CRIS), WIND (EPACT/LEMT), STEREO (LET, HET), GOES мәліметтері қолданылды. Бөлшектер және иондар үшін энергияның жалпы интервалы (0.06-500) МэВ/нуклонды құрайды.

Тыныш Күн желінің 23-ші циклдегі минимумының белсенділік сатысына (2007 ж. 1 сәуірінен – 2009 ж. 31 желтоқсанға дейінгі) өртүрлі химиялық элементтер үшін бөлшектер мен иондардың энергетикалық спектрлері құрылды. Бұл элементтердің салыстырмалы түрде тыныш Күн желіндегі құрамын есептеуге және Күн тәжіндегі артық стандарттармен салыстыруға мүмкіндік берді.

Тыныш Күн желіндегі элементтер құрамына қатысты алынған мәндер Күн тәжімен салыстырғанда аз мәндерді көрсетеді, әсіресе ауыр элементтер үшін: *Ne, Si, Fe*. Күннің сәулеленуі және ғаламның ғарыштық сәулелерінің біріккен Күн желіне әсер етуі кезінде, ауытқушы компонент деп аталатын ғаламдық сәулеленуі, сонымен бірге ядролар санының артықтығы байқалады – *N, O, Ne, Ar*. Ғаламдақ ғарыштық сәулеленуде барлық элементтердің, тек қана *He* басқаларының, көптігі байқалады.

Күн желінде элементтердің энергиялық спектрлері үшін минимум цикл аралығындағы ~5 МэВ/нуклон аймағында қисықтың сынуы байқалады және оның болашақтағы жолы ғаламдық ғарыштық сәулеленумен анықталады. Күннің минимум цикліндегі ғаламдық аяның қарқындылығы максимумға қарағанда бірнеше рет жоғары.

Ғаламдық ғарыштық сәулелердің *Fe* иондар ағынының жылдық мәндерінен және Вольф сандарынан ағымдағы 2014 жылда жоғары Күн белсенділігін болжауға мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** күн желі, энергетикалық спектрлер, химиялық құрам.

#### Summary

G. S. Minasyants and T. M. Minasyants

(Fesenkov Astrophysics Institute, Almaty)

#### PROPERTIES OF FLUXES OF THE PARTICLES OF DIFFERENT CHEMICAL ELEMENTS IN QUIET SOLAR WIND

In order to study variations of the particles fluxes in quiet solar wind, the behavior of 15 different chemical elements with nuclear charge  $1 \leq Z \leq 28$ : *H, He, C, N, O, Ne, Na, Mg, Al, Si, S, Ar, Ca, Fe, Ni* were investigated. Observations of the Sun on the following spacecrafts: ACE (devices ULEIS, EPAM, SIS, CRIS), WIND (EPACT/LEMT), STEREO (LET, HET), GOES were used. The general interval of energy for the particles and ions was equaled to (0.06-500) MeV/nucleon.

For a stage of quiet solar wind in the minimum of 23-rd cycle of activity (April, 1, 2007 – December, 31, 2009) the energy spectra of particles and ions of various chemical elements have been constructed. It has allowed

to calculate abundances of these elements in quiet solar wind and to compare them with standard abundance in corona.

The obtained values of the element abundances in quiet solar wind show the lower values in comparison with coronal, especially for the heavy elements: Ne, Si, Fe. The so-called, abnormal component of galactic rays is precisely found out under the joint influence of the solar and galactic cosmic rays radiation on the chemical composition of solar wind, and excess of the nucleus quantity of N, O, Ne, Ar, Ca is observed. Increased abundances of all elements, except He, are observed in the galactic cosmic rays.

For the energy spectrum of elements of solar wind during a minimum of a cycle the break of a curve is observed in the range of  $\sim 5$  MeV/nucleon and its further behavior is determined by radiation of the galactic cosmic rays. During an epoch of a minimum of a solar cycle the intensity of galactic background is some times higher, than in a maximum.

Variations of the annual values of the fluxes of the Fe ions of galactic cosmic rays and changes of the Wolf numbers allow to predict the high solar activity in 2014.

**Key words:** solar wind, spectra energy, chemical composition.

Поступила 2014 г.

УДК 523.6, 523.68–35

Л. И. ШЕСТАКОВА

(ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова», Алматы)

## САНГРЕЙЗЕРЫ КАК ВОЗМОЖНЫЙ ИСТОЧНИК МЕТЕОРИТОВ

*Цель.* Предлагается обратить внимание на солнцескребущие кометы – сангрейзеры, как возможный источник метеоритов, сближающихся с Землей. Поиск орбитальных параметров потенциально опасных комет – сангрейзеров.

*Методы исследований.* Определение перигелийных расстояний кометных орбит, которые после прохождения вблизи Солнца могут проходить в опасной близости к Земле. Опасными будут считаться такие кометы, расчетное время прохождения которых совпадет с временем движения Земли по своей орбите от момента наблюдения кометы с помощью коронографа SOHO/LASCO C2-C3 до вероятной встречи на орбите Земли.

*Область применения.* Проблемы астероидно – кометной опасности.

*Результаты.* По нашим расчетам, время наблюдения кометы около Солнца с помощью коронографа SOHO/LASCO/C3 предшествует появлению фрагментов комет вблизи орбиты Земли примерно на  $30 \pm 2$  суток. Наиболее опасными могут быть фрагменты как прямого, так и обратного орбитального движения с перигелийным расстоянием  $q = (15 \pm 2.5)$  солнечных радиусов. При таких перигелийных расстояниях, время движения фрагмента по параболической орбите от перигелия до расстояния 1 а.е. примерно равно времени прохождения Земли по своей орбите, что и обуславливает возможность их «встречи».

*Выводы.* Среди сангрейзеров особое внимание следует обратить на группы Марседена и Крахта с небольшим наклоном орбит к эклиптике  $i = 13^{\circ} - 26^{\circ}$ . С группой Марседена связывают метеорный поток дневные Ариетиды (4 мая-20 июля). Родительские кометы метеорных потоков, приходящих от Солнца, в принципе, могут наблюдаться с помощью коронографа SOHO/LASCO/C3 за месяц до их появления около Земли.

Накопившиеся факты позволяют поставить несколько новых задач в плане отслеживания источников метеоритной опасности.

**Ключевые слова:** Солнцескребущие кометы – сангрейзеры, метеорные потоки.

**Тірек сөздер:** Күнқыратын кометалар – сангрейзерлер, метеор ағындары.

**Key words:** sungrazing comets, meteor shower.

**Введение.** Челябинский метеорит всколыхнул общественность и стимулировал поиск опасных для человечества космических явлений. Опасными могут быть некоторые группы комет – сангрейзеров, отследить прохождение которых в окрестностях Земли можно заранее, примерно за месяц, с помощью космических Обсерваторий типа SOHO – STEREO.

**Вспышечные явления.** Впервые падение кометы на Солнце обнаружил Гуртовенко Е.А. [1,2]. Фактически он зарегистрировал поверхностную вспышку натрия (Na) на Солнце в неактивной спокойной области. 28 июля 1966 года в спектре невозмущенной области диаметром около  $1' \approx 3$  диаметра Земли обнаружена мощная вспышка Na, которая длилась около 40 минут. Несмотря на то, что наблюдаемая область Солнца была совершенно спокойна, не было никаких проявлений активности в линии Na, вспышка натрия была очень мощной, на порядок мощнее, чем в наиболее активных проявлениях в протуберанцах [3].

В конце 1965 года 21 октября комета Ikeya-Seki прошла перигелий на расстоянии 1.5 солнечных радиусов от центра Солнца. Измерения мощности свечения кометного ядра в линиях  $D_1$  и  $D_2$  Na непосредственно до и сразу после прохождения перигелия [4] дали оценку величины суммарной мощности в линии  $D_2$  Na равную  $5 \times 10^2$  эрг  $\text{см}^{-2} \text{сек}^{-1} \text{стер}^{-1}$ . Эта величина на 3 порядка слабее наблюдаемой 28 июля 1966 года вспышки на солнечной поверхности. Согласно [2], суммарная энергия эмиссии Na с площадки диаметром  $1'$  за время ее существования около 40 минут составила  $10^{28}$  эрг, что примерно равно энергии эмиссии в Na – вспышках. По мнению Гуртовенко [2], наблюдалась резонансная флуоресценция Na в относительно холодной плотной области хромосферы, происшедшая от внешнего источника, которым может быть падение кометы.

В то время такое событие казалось маловероятным. К настоящему моменту частота обнаружения сангрейзеров увеличилась в связи с регулярными наблюдениями окрестностей Солнца. Более того, за 10 лет наблюдений станции SOHO с 1995 по 2005 год их число резко увеличилось и достигло 1000. Причем наблюдательная селекция проявилась очень явно. В первую половину этого периода, то есть за пять лет, обнаружено 100 комет, а в оставшиеся 5 лет остальные 900. За 5 лет с 2005 по 2010 гг. также обнаружено около 1000 комет [5]. В итоге получается, что кометы падают на Солнце с частотой примерно 200 комет за 1 год. Один из показательных эпизодов столкновения кометы с Солнцем продемонстрирован по данным SOHO/LASCO-C2 за 11.05.2011, где наглядно видно касательное прохождение кометы около солнечного диска, за которым последовал обширный выброс вещества вдоль направления движения кометы.

При наличии мониторинга солнечного диска с помощью фильтров в линиях  $D_2$  Na и Na такие события можно отслеживать гораздо надежнее, поскольку мини-кометы, во множестве падающие на Солнце, можно отследить по продуктам распада, занимающим гораздо более обширные области пространства. Цель будет достигнута, если в линиях  $D_2$  Na вспышка проявилась, а в Na она отсутствует.

В атмосфере Земли также наблюдается интенсивное свечение в линиях некоторых элементов. Известно, что линии Na в спектре ночного неба являются одними из наиболее мощных, но, к сожалению, в этом случае очень сильна составляющая земного происхождения. Во время наблюдения солнечного затмения 11 августа 1999 года с помощью интерферометра Фабри-Перо, настроенного на линию K CaII 3933 Å, Гуляев Р.А. и Щеглов П.В. исследовали околосолнечную область с целью выявления продуктов распада комет, а именно ионов кальция. Оказалось, что кроме нескольких небольших фрагментов свечения с большими радиальными скоростями, свидетельствующими о межпланетном происхождении этих фрагментов, обнаружена мощная составляющая с нулевой доплеровской скоростью, покрывающая все поле зрения [6]. Очевидно, что свечение локализовано в земной атмосфере, и по времени это явление совпало с максимумом метеорного потока Персеид. Ничего подобного этими же авторами и с тем же прибором при проведении аналогичного эксперимента во время затмения 28.02.1998 не наблюдалось [7]. Таким образом, было обнаружено, что во время прохождения метеорного потока Персеид атмосфера Земли светится в линиях иона кальция, метеорное происхождение которого установлено.

Для отслеживания притока метеорного вещества можно предложить эксперимент, который уже не кажется экзотическим при современном уровне развития технологий: мониторинг Земли в



резонансных линиях MgI  $\lambda 2852.96\text{\AA}$  и MgII  $\lambda 2803.53\text{\AA}$  и  $\lambda 2796.35\text{\AA}$  с лунной базы, поскольку космическое обилие этого элемента на порядок превосходит Na и Ca. С поверхности Земли такие наблюдения невозможны, поскольку наблюдаемые длины волн относятся к области ближнего ультрафиолета.

**Время движения кометы по орбите.** Практически все метеорные потоки связаны с орбитами распавшихся комет. Челябинский метеорит, взорвавшийся в атмосфере, и выпавший метеоритным дождем, появился утром с востока, то есть со стороны Солнца. Источником подобных метеоритов кроме семейств астероидов типа Аполлона, проникающих внутрь орбиты Земли, могут быть кометы – сангрейзеры.

Траекторию родительского тела представим классическим уравнением эллиптического движения:

$$R = \frac{p}{1 + e \cos \phi}, \quad (1)$$

где  $p = q(1+e)$  - параметр орбиты,  $q$  и  $e$  – перигелийное расстояние и эксцентриситет орбиты,  $\phi$  - истинная аномалия или наблюдаемый из Солнца угол между направлением на перигелий и текущую точку орбиты. Для параболических орбит  $e = 1$ . Если угол  $\phi = 90^\circ$ , то  $R = p = 2q$ .

В общем случае для параболических орбит, время прохождения от перигелия  $q$  до расстояния  $R$  имеет вид:

$$\tau(R) = \sqrt{\frac{2}{GM_\odot}} \left[ \frac{(R-q)^{3/2}}{3} + q(R-q)^{1/2} \right], \quad (2)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная,  $M_\odot$  – масса Солнца,  $q$  – расстояние перигелия орбиты,  $R_\odot = 6.96 \cdot 10^8 \text{ м}$  – радиус Солнца,  $GM_\odot = 1.32712 \cdot 10^{20} \text{ м}^3/\text{с}^2$ . После некоторых преобразований расчетная формула будет иметь вид:

$$\tau(R) = A(R+2q)(R-q)^{1/2} = A(215+2q)(215-q)^{1/2}, \quad (3)$$

где  $R = 215$  – расстояние Земли от Солнца в единицах солнечного радиуса  $R_\odot$ ,  $A = (2R_\odot / GM_\odot)^{1/2} R_\odot / 3 = 0.208713$  часов,  $q$  - также выражается в единицах солнечного радиуса. Результаты расчетов  $\tau(R)$  приведены в таблице 1.

Из простой геометрии (рис.1) можно определить один из орбитальных параметров потенциально опасных солнцескребущих комет. Пусть родительская комета двигалась по параболической орбите по направлению к Солнцу и после прохождения перигелия  $q$  вновь пересекла орбиту Земли  $t_1 t_2$  в точке  $t_2$ .

Если в момент наблюдения с Земли или с помощью коронографа SOHO/C2 или C3 перигелий находится за Солнцем, то положение самой кометы на такой орбите должно быть где-то вблизи картинной плоскости, то есть в точке, где параметр  $\phi = \pm 90^\circ$  и из (1) следует, что расстояние до Солнца  $R = 2q$ . С Земли из точки  $t_1$  или с орбитального аппарата SOHO/C2-C3 такую комету можно наблюдать либо вблизи положения  $O_1$  – до прохождения перигелия либо вблизи точки  $O_2$  – после прохождения перигелия. Пусть  $\Delta\tau$  – время движения кометы от  $R = 2q$  до  $q$ , тогда реальное время прохождения кометы до возможного столкновения с Землей будет либо  $\tau - \Delta\tau$  либо  $\tau + \Delta\tau$ . Расчетная формула для добавочного времени  $\Delta\tau$ , полученная из (2) имеет вид:  $\Delta\tau(R) = A(R+2q)(R-q)^{1/2} = Aq^{3/2}$ , где  $A = 0.208713$  часов, а  $q$  выражено в единицах солнечного радиуса.

**Время движения Земли по орбите.** На рисунке 1 точка S – положение Солнца; кривая  $t_0 q t_2$  – орбита кометы;  $\alpha = MSt_2$  – угол, соответствующий дуге орбиты Земли  $t_1 t_2$ ;  $O_1$  и  $O_2$  – возможные положения кометы в момент наблюдения из точки  $t_1$ .  $SO_1 = SO_2 = 2q$  – расстояния кометы от Солнца в момент наблюдения. Выберем оси координат: пусть направление  $SO_1$  совпадает с

направлением оси «Х» и направление  $St_1$  с направлением оси ординат «Y». Тогда уравнение параболы будет иметь вид:  $Y = -q + x^2/4q$ . Из треугольника  $MSt_2$  найдем угол

$$\alpha = \arcsin \left( \frac{2}{R} \sqrt{q(R-q)} \right)$$

Расстояние, которое пройдет Земля по орбите от точки  $t_1$  до  $t_2$ , будет равно:

$L = 2\pi R_0 \cdot \alpha/360$ , а время прохождения в грубом приближении  $t = L/V_{\oplus}$ , где  $V_{\oplus} = 30$  км/сек – скорость движения Земли по орбите.

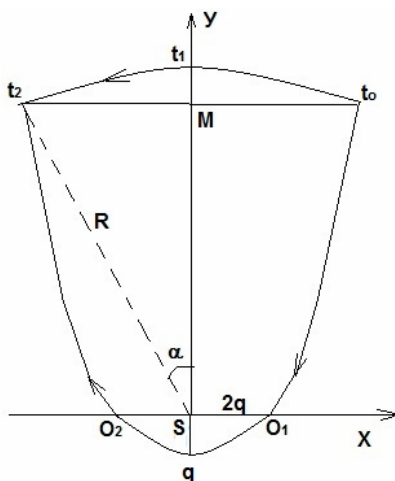


Рисунок.1 – Геометрия движения кометы ( $t_1t_2$ ) и Земли ( $t_1t_2$ )

Таблица 1 –

q	$\tau (R=215)$	$\Delta\tau (R=2q)$	$\tau - \Delta\tau$	$\tau + \Delta\tau$	$\alpha$	t
$R_{\oplus}$	сутки	сутки	сутки	сутки	градус	сутки
0	27,41	0	27,41	27,41	0	0
5	28,35	0,39	27,96	28,74	17,54	17,67
10	29,26	1,10	28,16	30,36	24,91	25,09
15	30,13	2,02	28,11	32,15	30,63	30,85
20	30,97	3,11	27,86	34,08	35,52	35,78

В таблице 1 приводится  $\tau$  – время прохождения кометы от перигелия до орбиты Земли,  $\Delta\tau$  – время прохождения с расстояния  $R=2q$  до перигелия q,  $\tau - \Delta\tau$  и  $\tau + \Delta\tau$  – предполагаемые реальные времена движения кометы по орбите от момента наблюдения в околосолнечной области до встречи с орбитой Земли.  $\alpha$  – угол  $t_1St_2$ , t – время прохождения Земли по дуге  $t_1t_2$ .

Точки пересечения жирной линии рисунка 2 с двумя другими дают нам интервал возможных перигелиев орбит для потенциально опасных прохождений солнцескребущих комет:  $q = (15 \pm 2.5) R_{\oplus}$ , время прохождения которых от точки наблюдения до орбиты Земли составляет от 28 до 33 суток.

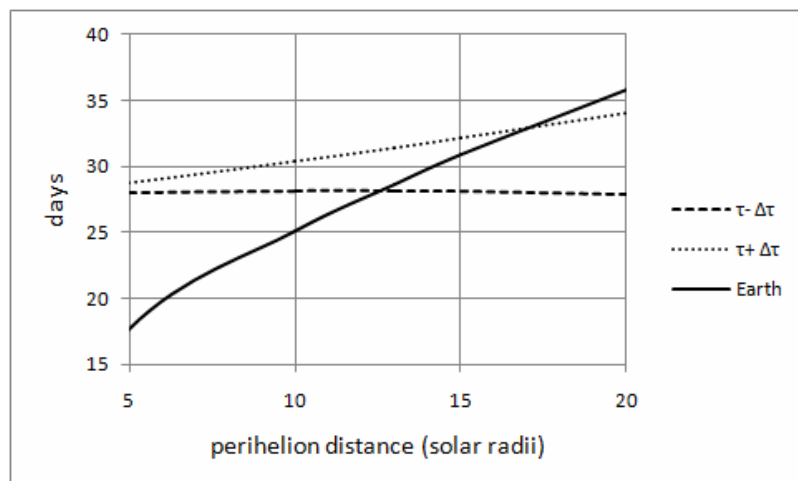


Рисунок 2. Жирная линия – время прохождения Земли по орбите от точки наблюдения  $t_1$  до точки встречи с кометой  $t_2$  (рис.1). Точечная линия – время прохождения кометы до орбиты Земли ( $\tau+\Delta\tau$ ) из положения «до перигелия» ( $O_1$  на рис.1). Штриховая линия – время прохождения кометы ( $\tau-\Delta\tau$ ) из положения «после перигелия» ( $O_2$  на рис.1) до встречи с Землей. Все времена рассчитаны в зависимости от перигелийного расстояния кометной орбиты

Такие кометы можно отслеживать на сайте <http://sungrazer.nrl.navy.mil/>, под рубрикой «SOHO and STEREO Sungrazing Comets» и «SOHO-LASCO Comet Report Archive» по данным с коронографа SOHO/LASCO-C3 или C2. Среди известных групп (Kreutz, Meyer, Marsden, Kracht, Kracht II) наиболее подходящими могут быть кометы группы Марсдена и Крахта, орбиты которых обладают небольшими наклонами к плоскости эклиптики, а также кометы, которые не относятся ни к одной из групп. В работе [8] получено достаточно уверенное заключение о генетической связи метеоров, принадлежащих к рою Ариетид, и кометной группы Марсдена. С этой группой связывают метеорный поток дневные Ариетиды, идущий с 22 мая по 2 июля с максимумом 7 июня. Родительские кометы этого потока можно отслеживать по снимкам SOHO/LASCO-C3 или C2 примерно за месяц до их появления около Земли.

Работа выполнена по проекту «Разработать методы астрофизических исследований в ультрафиолетовом диапазоне по данным орбитальных телескопов» РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Gurtovenko E.A. A peculiar sodium “flare” on the Sun // *Solar Phys.* – 1967. – V.1. – P.389-396.
- 2 Gurtovenko E.A. On the problem of the Flare-Like emission in the sodium lines // *Solar Phys.* – 1971. – V.16. – P.413-416.
- 3 Морозженко Н.Н. Солнечные данные. – 1965. – № 10. – С.45.
- 4 Curtis G.W. Daylight observations of the 1965 F comet at the Sacramento Peak Observatory // *Astron.J.*, 1966. – V.71. – P.194-196.
- 5 <http://sungrazer.nrl.navy.mil/>
- 6 Гуляев Р.А., Щеглов П.В. Наблюдения резонансного свечения атомов в областях сублимации твердого вещества в ближнем окосолнечном пространстве // *Успехи физических наук.* 2001. Т.171. № 2. С.217-219.
- 7 Гуляев Р.А., Щеглов П.В. Эмиссионные образования в F-короне // *Докл. РАН* 1999а. – Т. 366. – № 2. – С.199-201.
- 8 Горбанев Ю.М., Князькова Е.Ф. Молодые метеорные рои вблизи Солнца. Статистическая связь метеоров с кометами семейства Крейца // *Астрон. вестник.* – 2003. Т.37. – № 6. – С.506-518.

#### REFERENCES

- 1 Gurtovenko E.A. *Solar Phys.*, **1967**, 1, 389-396.
- 2 Gurtovenko E.A. *Solar Phys.*, **1971**, 16, 413-416.
- 3 Morozhenko N.N. *Solnechnie Dannie*, **1965**, N 10, 45 (in Russ.).
- 4 Curtis G.W. *Astron.J.*, **1966**, 71, 194-196.
- 5 <http://sungrazer.nrl.navy.mil/>
- 6 Gulyaev R.A., Shcheglov P.V. *Uspehi fizicheskikh nauk*, **2001**, 171, 217-219 (in Russ.).
- 7 Gulyaev R.A., Shcheglov P.V. *Dokl. Acad. Nauk RAN*, **1999a**, 366, 199-201 (in Russ.).
- 8 Gorbanev Yu. M., Knyaz'kova E. F. *Solar System Research*, **2003**, 37, 506-518.

Резюме

Л. И. ШЕСТАКОВА

(«В.Г.Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматы қ)

САНГРЕЙЗЕРЛЕР МЕТЕОРИТТЕРДІҢ ЫҚТИМАЛДЫ КӨЗДЕРІ

*Мақсаты.* Күнқыратын кометалар – сангрейзерлерге, Жерге жақындап келе жатқан метеориттердің ықти-малды көздері ретінде назар аудару ұсынылады. Әлеуетті қауіпті комета – сангрейзерлердің орбиталық параметрлерін іздестіру.

*Зеттеу әдістері.* Күн маңынан өткеннен кейін Жерге қауіпті жақындауда өтуі мүмкін, орбита кометаларының перигелийді қашықтығын анықтау. Жер орбитасына мүмкін кездесуіне дейін SOHO/LASCO C2-C3 коронограф көмегімен кометаларды бақылау сәтінен Жердің өз орбитасы бойынша қозғалуы уақытымен есептелген өту уақыты дәл келетін бұндай кометалар қауіпті болып саналады.

*Қолданылу аймағы.* Астероид – кометалық қауіп мәселелері.

*Нәтижелері.* Біздің есептеуіміз бойынша, SOHO/LASCO C2-C3 коронограф көмегімен Күн маңында кометаларды бақылау уақыты шамамен  $30 \pm 2$  тәулік Жер орбитасы маңында фрагменттердің пайда болуы алдында болады. Күн радиустерінің  $q = (15 \pm 2.5)$  перигелийді қашықтығымен тура, және сондай-ақ, кері орбиталды қозғалыс фрагменттері айтарлықтай қауіпті болуы мүмкін. Бұндай перигелийді қашықтықта параболалық орбита бойынша фрагменттің қозғалыс уақыты перигелийден 1 а.е қашықтыққа дейін шамамен Жердің өз орбитасы бойынша өту уақытымен тең, бұл олардың «кездесу» мүмкіндігін ескертеді. *Қорытындылары.* Сангрейзерлер ішінде  $i = 13^\circ - 26^\circ$  эклиптика орбитаның аздап еңіс Марсден және Крахт топтарына ерекше назар аудару қажет. Марсден тобымен күндізгі Ариетидтер (4 мамыр – 20 шілде) метеор ағымдар байланыстырады. Күн арқылы өтетін метеор ағымдардың ата-аналық кометалары олардың Жер маңында пайда болуынан бір ай бұрын SOHO/LASCO C2-C3 коронограф көмегімен бақылануы мүмкін.

Жинақталған фактілер метеорит қауіпінің көздерін бақылау жобасында бірқатар жаңа мәселелерді қоюға мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** Күнқыратын кометалар – сангрейзерлер, метеор ағымдары.

Summary

L. I. Shestakova

(Fessenkov Astrophysical Institute, Almaty)

SUNGRAZING COMETS AS A POTENTIAL SOURCE OF METEORITES

*Aims.* It is proposed to pay attention to sungrazing comets – sungrazer, as a possible source of meteorites approaching the Earth. Search the orbital parameters of potentially dangerous comets - sungrazers.

*Methods.* The definition of the perihelion distances of the comet's orbit, which, after passing near the Sun, they can pass dangerously close to the Earth. Dangerous comets will be considered such comets, for which estimated time of passage will coincide with the time of motion of the Earth in its orbit from the moment of observation of the comet using coronagraph SOHO/LASCO C2-C3 till probable meeting at the Earth's orbit.

*Field of application.* The problems of asteroid – comet hazard.

*Results.* According to our calculations, the time of observation of the comet around the Sun through coronagraph SOHO/LASCO/C3 precedes the appearance of the fragments of comets near the Earth's orbit by about  $30 \pm 2$  days. The most dangerous can be fragments, both the direct and reverse orbital motion with perihelion distance  $q = (15 \pm 2.5)$  solar radii. When such perihelion distances, the motion of the fragment in a parabolic orbit from perihelion distance of 1 AU is approximately equal to the time of passage of Earth in its orbit, and it determines the possibility of the meeting.

*The conclusions.* Among sungrazers special attention should be paid to groups Marsden and Kracht with a small inclination orbit to the Ecliptic plane  $i = 130 - 260$ . Some observers attribute the day meteor shower Aristide (4-may-July) with a group Marsden. Parent comets of meteor showers coming from the Sun, in principle, can be monitored by the coronagraph SOHO/LASCO/C3 month prior to their appearance near the Earth.

The accumulated facts allow to put a few new challenges in terms of tracking sources meteorite danger.

**Key words:** sungrazing comets, meteor shower.

Поступила 2014 г.

В. Д. ВДОВИЧЕНКО<sup>1</sup>, Г. А. КИРИЕНКО<sup>2</sup>, П. Г. ЛЫСЕНКО<sup>3</sup>, В. Г. ТЕЙФЕЛЬ<sup>4</sup>

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова «НЦКИТ» НКА РК, г. Алматы)

## ОСОБЕННОСТИ БОЛЬШОГО КРАСНОГО ПЯТНА НА ЮПИТЕРЕ В ПОЛОСАХ ПОГЛОЩЕНИЯ МЕТАНА

**Аннотация.** Выполнены спектрофотометрические наблюдения Юпитера, приуроченные к периодам прохождения Большого Красного Пятна (БКП) по видимой стороне диска планеты. Исследованы особенности его отражательных свойств в полосе поглощения метана 887 нм. Интерпретация выполнена в рамках двухслойной модели атмосферы, которая представляет собой рассеивающе-поглощающий облачный слой, с расположенной над ним чисто газовой атмосферой. В итоге определены основные оптические особенности облачных слоев и толщины надоблачной атмосферы, а также различия высот верхней границы аэрозоля. Получено, что Большое Красное Пятно является самым высоким облачным образованием. Его высота по данным спектральных исследований расположена выше окружающей его Южной тропической зоны на 10 км.

**Ключевые слова:** *Юпитер, Большое Красное Пятно, атмосфера, спектрофотометрия, метан, молекулярное поглощение.*

**Тірек сөздер:** Юпитер, Үлкен Қызыл Дақ, атмосфера, спектрофотометрия, метан, молекулалық жұтылу.

**Keywords:** *Jupiter, Great Red Spot, atmosphere, spectrophotometry, methane, molecular absorption.*

**Введение.** Большое Красное Пятно на Юпитере – это гигантский антициклональный вихрь в его южном полушарии, обладающий необычными свойствами по сравнению с другими формированиями в атмосфере и облачном покрове планеты. Основные исследования БКП были направлены на изучение динамических особенностей – его циркуляции и долготного дрейфа, отличающегося от других зональных течений со сложным широтным распределением скоростей. Особый цвет БКП давно привлекал внимание наблюдателей, но специальных оптических исследований в этом отношении почти не проводилось, за исключением визуальных оценок его цвета и видимости. Первые попытки инструментальной фотометрии БКП были предприняты в Астрофизическом институте в 50-60-е годы прошлого столетия [1-2]. Позднее на основе спектрофотометрии БКП при перемещении его от центрального меридиана к краю диска было показано [3-5], что по своим отражательным свойствам оно не отличается от других облачных образований и не может быть неким твердым плавающим островом, как еще предполагали в то время некоторые исследователи. В дальнейшем теоретические исследования в области динамики планетных атмосфер привели к наиболее вероятному выводу, что Большое Красное Пятно представляет собой долгоживущий вихрь в свободной атмосфере [6]. Однако и в динамических и оптических особенностях БКП остается еще много нерешенных вопросов. В отношении оптических особенностей БКП, по-видимому, наиболее интригующей представляется аномально высокая яркость его на снимках, получаемых через узкополосные светофильтры, вырезающие участок спектра внутри сильной полосы поглощения метана  $\text{CH}_4$  887 нм. Снимки такого рода регулярно публикуются, в частности, на сайте японской ассоциации наблюдателей Луны и планет (ALPO Japan [7]).

**Постановка задачи.** Формирование молекулярных полос поглощения в спектрах планет-гигантов происходит в результате довольно сложного процесса многократного рассеяния и поглощения в облачном покрове и поглощения в чисто газовой надоблачной части атмосферы. Благодаря этому наблюдения вариаций отражательных свойств разных областей планеты в

полосах поглощения позволяют исследовать пространственные и временные вариации структуры и положения облачных слоев и отдельных облачных образований, к каким относится и Большое Красное Пятно. Остаточная интенсивность в центральной части полосы поглощения  $\text{CH}_4$  887 нм равна приблизительно 0.1 от интенсивности в непрерывном спектре. Поэтому именно в ней поглощение в надоблачной атмосфере достаточно велико по сравнению с более слабыми полосами. Внутри же облачного покрова, как следует из теории, роль многократного рассеяния в формировании поглощения ослаблена. В этом плане определенную информацию можно получить, исследуя, как ведет себя яркость Пятна при изменении геометрии его освещения и наблюдения. Таким образом, практически задача состоит в получении серии спектрограмм при ориентации щели вдоль Южной тропической зоны (STrZ) при разных положениях Красного Пятна на видимой стороне планеты между центральным меридианом и лимбом.

**Методика наблюдений и их обработки.** В период с ноября 2013 г. по февраль 2014 г. были проведены спектральные наблюдения Юпитера с помощью дифракционного спектрографа SGS с ПЗС-камерой ST-7XE, установленного на 0.6-м телескопе РЦ-600. Значительная часть наблюдений была приурочена к заранее рассчитанному времени прохождения БКП по диску Юпитера. Спектральная съемка осуществлялась двумя способами. Когда БКП проходило через центральный меридиан, записывались спектры при ориентации щели спектрографа вдоль центрального меридиана. Для получения спектрограмм с БКП при его удалении от центрального меридиана щель была ориентирована вдоль STrZ. Для последующего отбора спектрограмм с БКП измерялись яркостные профили на спектрограммах поперек дисперсии в длине волны 887 нм, где, как было отмечено выше, Красное Пятно выделяется своей яркостью.

Всего за сезон наблюдения было получено свыше 500 спектрограмм с Красным Пятном и окружающими его зонами. Для выявления особенностей самого Красного Пятна все спектрограммы проходили предварительный отбор по качеству изображения. Для начала выбирался профиль БКП с наибольшей яркостью в полосе поглощения  $\text{CH}_4$  889 в моменты его прохождения через центральный меридиан. Затем он сравнивался с двумя последующими по времени профилями. Если средний профиль Пятна давал яркость ниже чем предыдущий и последующий, то он отбраковывался как не соответствующий хорошему качеству изображения. Всего за две даты вблизи противостояния были промерены 180 спектрограмм STrZ с Красным Пятном. Из них были отобраны 24 спектрограммы, соответствующие наилучшему качеству изображения с охватом диапазона углов освещения и наблюдения  $\mu$  от максимального для данной широты ( $\mu=0.91$ ) до предельно регистрируемого ( $\mu=0.3$ ), когда присутствие БКП еще заметно на регистрограммах. Дополнительно были отобраны качественные спектрограммы центрального меридиана с БКП на нем и без него, а также спектрограммы STrZ без БКП и спектрограмма Экваториальной зоны в качестве эталона.

На рисунке 1 представлены спектральные особенности БКП по отношению к экваториальной светлой зоне (EZ) и по отношению к Южной Тропической Зоне (STrZ), а также фотометрические профили центрального меридиана в отсутствие БКП и в момент прохождения БКП через центральный меридиан, полученные по спектрограммам за 6 января 2014 г.

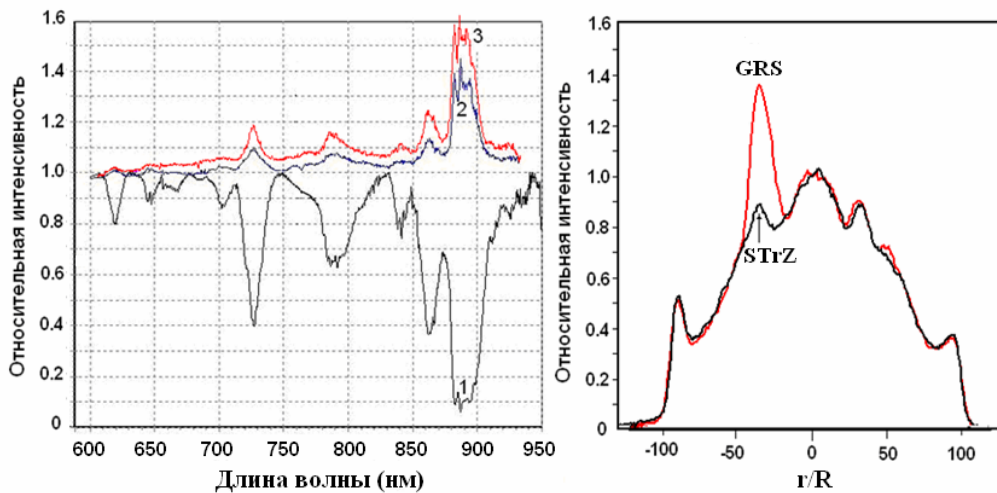


Рисунок 1 – На графике слева: 1 – профили полос поглощения метана и аммиака центра диска Юпитера (светлая область) и 2 - отношение спектра БКП к спектру центра диска, 3 – отношение спектра БКП к STrZ. Справа: разрезы центрального меридиана в полосе поглощения  $\text{CH}_4$  887 нм в момент прохождения БКП через центральный меридиан и полчаса спустя

По предварительным оценкам БКП в центре полосы поглощения ярче центра диска Юпитера в 1.35 раза и в 1.55 раза ярче STrZ. Для сравнительных оценок записывались также серии спектрограмм STrZ в моменты отсутствия БКП на видимой стороне Юпитера. Кроме того, были сняты спектрограммы светлой экваториальной области EZ, которая использовалась в дальнейшем в качестве опорной области. Относительные яркости всех облачных структур определялись по отношению к центру диска по меридиональным разрезам. Результаты измерений спектральных профилей качественно сравнивались с результатами фотометрии лучших снимков Юпитера [7] в длине волны 889 нм (в полосе поглощения метана) и в соседних с ней участках непрерывного спектра.

При измерении спектрограмм и получении профилей зоны и Красного Пятна, естественно, нужно учитывать то обстоятельство, что атмосферная турбулентция создает некоторое размытие изображения планеты. Поэтому была разработана специальная программа анализа профилей STrZ и Красного Пятна с учетом замытия. Для этого исследуемый наблюдаемый профиль Зоны с Красным Пятном сравнивался с теоретическим профилем Зоны, рассчитанным для варьируемых значений коэффициента потемнения и с добавленным к нему профилем Красного Пятна переменной яркости. Суммарный профиль мог замытаться гауссианой с переменным параметром сигма до наилучшего совпадения теоретического и наблюдаемого профилей (рисунок 2).

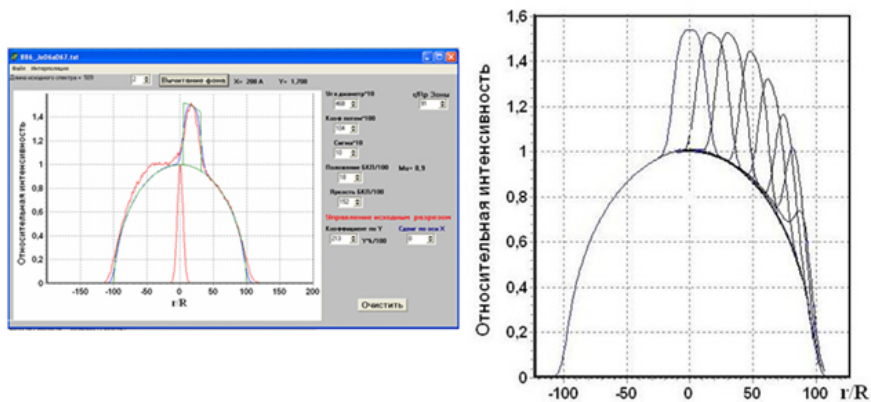


Рисунок 2 – Слева – скриншот программы анализа и исправления профилей за атмосферную турбулентцию. Справа - теоретические профили Зоны с Красным Пятном, соответствующие наилучшему совпадению с наблюдаемыми профилями при разном удалении от центрального меридиана

Другая сложность в обработке и анализе фотометрических профилей состояла в том, что яркость зоны на широте БКП не однородна по долготе. На снимках хорошо заметно, что примыкающие к Пятну участки зоны с западной стороны и с восточной не идентичны по яркости.

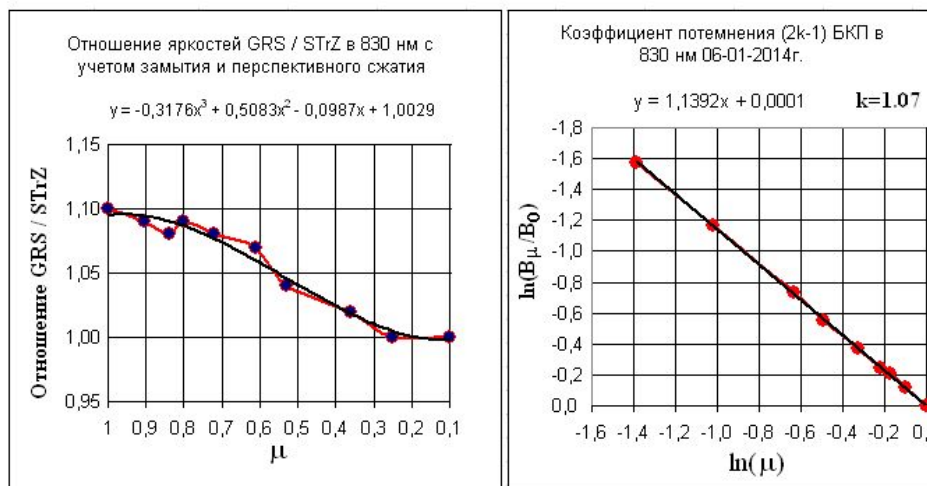


Рисунок 3 – Отношение GRS/STrZ и коэффициент потемнения БКП в непрерывном спектре 830 нм

Поэтому результирующие профили относительной яркости БКП не свободны от некоторой идеализации, но, тем не менее, позволили определить, так сказать, в первом приближении, ход ее изменения с приближением к краю диска Юпитера и оценить коэффициент потемнения в сравнении с потемнением в невозмущенной части зоны формирования Красного Пятна (рисунок 3).

**Изображения Юпитера в 889 нм.** Результаты наших спектральных профилей сравнивались с результатами фотометрии лучших снимков Юпитера в ИК-непрерывном спектре и в полосе поглощения метана 889 нм, размещенных на сайте [7]. В последние годы публикуется немало таких изображений, представляющих интерес для исследований распределения поглощения метана по диску Юпитера, а в том числе и в Большом Красном Пятне. Получение высококачественных изображений Юпитера в полосе поглощения  $\text{CH}_4$  887 нм сопряжено с определенными трудностями, так как яркость планеты в этой длине волны на порядок ниже, чем в непрерывном спектре. К тому же строгий критерий отбора снимков по качеству и моментам их получения вблизи противостояния планеты оставляет долю неуверенности в полученных результатах. Дополнительно надо было ответить на вопрос, на сколько такие снимки несут адекватную информацию о распределении яркости по диску планеты. Для этого мы сравнили профили STrZ с Красным Пятном вблизи центрального меридиана по фильтровым снимкам с результатами аналогичных разрезов, полученных по нашим спектрограммам в центре полосы поглощения  $\text{CH}_4$  889 нм и в непрерывном спектре 830 нм. Довольно хорошее согласие профилей Зоны и центрального меридиана в целом, послужило для нас основанием измерить по фильтровым снимкам вблизи оппозиции планеты характеристики еще пяти зон и поясов на разных широтах. В итоге по спектрограммам определялись характеристики EZ, STrZ, GRS (БКП) и центрального меридиана. По фильтровым снимкам определялись характеристики EZ, NEB, SEB, STrZ, GRS (БКП), NTrZ, STV, NTV и центральный меридиан. Для анализа изображений была разработана специальная программа, дающая возможность измерения хода яркости вдоль любой зоны диска и вывода для нее оценок коэффициентов потемнения. С помощью программы "Определение коэффициентов потемнения" были получены разрезы STrZ в непрерывном спектре и в полосе поглощения  $\text{CH}_4$  889 нм в момент видимости БКП при разных его удалениях от центрального меридиана. По результатам измерения яркости БКП от углов освещения и наблюдения  $\mu$  определялись коэффициенты потемнения БКП в непрерывном спектре и в полосе поглощения. Результат приведен на рисунке 4.



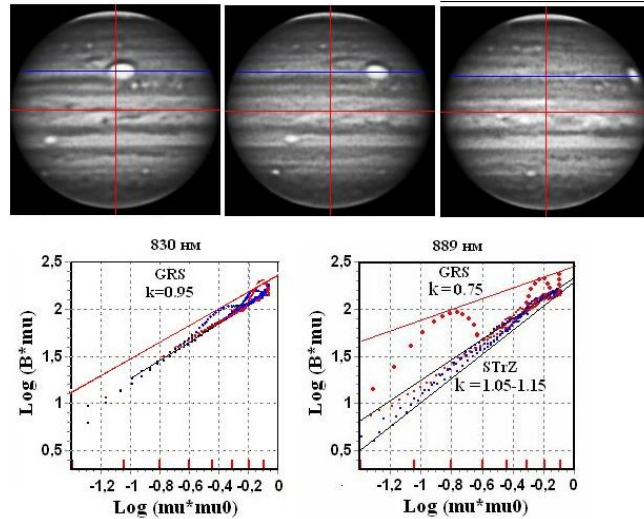


Рисунок 4 – Фрагмент скриншота программы по определению коэффициентов потемнения для разных положений Красного Пятна на диске Юпитера

**Предварительная интерпретация данных наблюдений.** Ввиду ограниченного объема статьи мы опускаем подробности интерпретации полученных данных об изменении относительной яркости БКП, которые достаточно подробно изложены в наших более ранних работах [9-11]. Отметим лишь ее основные принципы.

По нескольким отобраным спектрограммам STrZ без Красного Пятна, экваториальной светлой зоны (EZ) и центрального меридиана для двух длин волн 830 и 889 нм были определены такие параметры как распределение яркости вдоль зоны в зависимости от  $\mu$ , миннаертковский коэффициент потемнения к краю  $k$  и редуцированный на  $\mu = 1$  коэффициент яркости по отношению к яркости центра диска.

Для оценки параметров, характеризующих оптические свойства облачных поясов, зон и Большого Красного Пятна, полученные данные распределения яркости необходимо сравнить с теми или иными модельными расчетами. В качестве исходной модели атмосферы принята двухслойная модель с однородным по высоте рассеивающе-поглощающим облачным слоем и расположенной над ним чисто газовой атмосферой. Теоретическое распределение интенсивности излучения, диффузно отраженного от облачного слоя  $\rho_\mu$ , в зависимости от вероятности выживания кванта  $\omega$ , может быть рассчитано для ряда простейших представлений индикатрисы рассеяния аэрозолем. Можно воспользоваться расчетами Длугач и Яновицкого для индикатрисы Хенни–Гринштейна

$$\chi(\gamma) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \gamma)^{3/2}},$$

в которой параметр  $g$  однозначно описывает степень асимметрии индикатрисы такого типа. Такие расчеты в виде таблиц для разных значений параметра  $g$ , выражающих зависимость коэффициента яркости диффузно отраженного излучения  $\rho_\mu$  в зависимости от угла наблюдения  $\mu$  при широком наборе значений параметра выживания кванта  $\omega$ , представлены в работе [8].

Для удобства сравнения с данными наблюдений необходимо для разных значений параметра  $g$  представить соответствующие теоретические семейства кривых, в новых координатах.

На рисунке 5 представлены для сравнения ход яркости  $\ln(\rho_\mu)$  от  $\ln(\mu)$  в непрерывном спектре 830 нм вдоль семи характерных облачных поясов и зон Юпитера, а также Красного Пятна, и зависимость  $\mu \ln(\rho_\mu)$  от  $\mu$  в полосе поглощения 889 нм. В качестве коэффициента яркости центра диска в непрерывном спектре выбрано значение 0.75, как наиболее соответствующее существующим оценкам спектральной отражательной способности Юпитера в длинноволновой области видимого спектра.

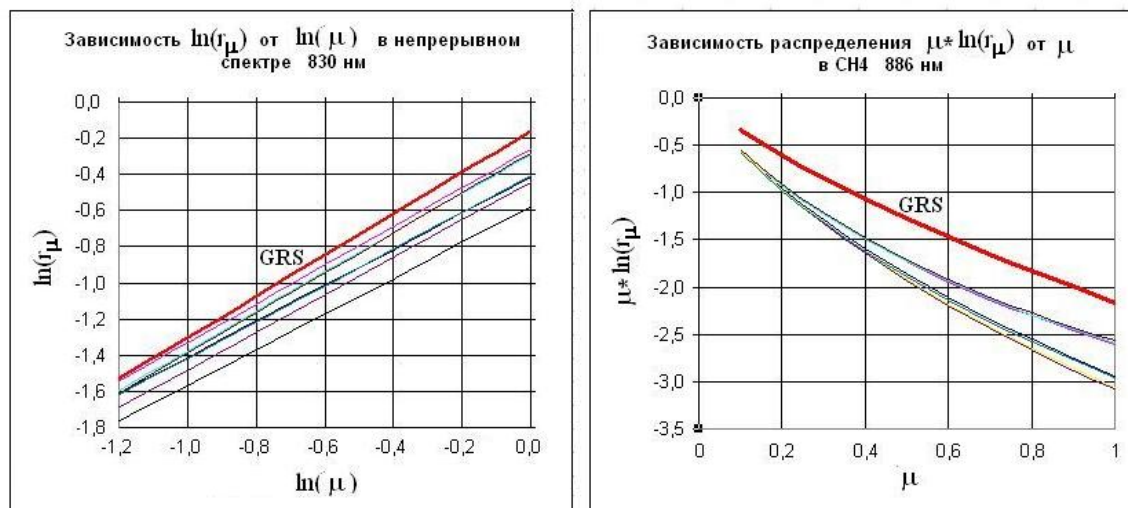


Рисунок 5 – Ход яркости различных зон и поясов, а также Красного Пятна от  $\mu$

Из сравнения наблюдений  $r_0$  – коэффициента яркости при  $\mu = 1$  и коэффициента потемнения к краю  $k$  в непрерывном спектре с результатами теоретических расчетов для различных индикатрис могут быть найдены параметры  $g$  и вероятности выживания кванта  $\omega_c$ , наилучшим образом соответствующие видимым оптическим свойствам данного облачного пояса Юпитера в длине волны, в которой проводились наблюдения. А из сравнения наблюдений в полосе поглощения и теоретических расчетов для уже определенного параметра  $g$  могут быть найдены параметры вероятности выживания кванта  $\omega_v$  и  $\tau_v$  – толщина надоблачной атмосферы.

Ориентировочно разницу в высотах можно оценить, предполагая, что

$$\tau_v(\varphi)/\tau_v(0) = P(\varphi)/P(0),$$

где  $P$  – давление на поверхности облачного слоя. Если верхняя граница аэрозоля находится в зоне с почти изотермическим режимом, для которого выполняется условие

$$P(z) = P_0 \exp(-g\mu z / (RT_0)) = P_0 \exp(-z/H_0)$$

то

$$\Delta Z = H_0 \ln(P_\varphi / P_0) = H_0 \ln(\tau_{v\varphi} / \tau_{v0})$$

где  $H_0 = 20$  км – шкала высот для Юпитера.

Основываясь на лабораторных значениях коэффициентов поглощения метана  $s_v$  на единицу эквивалентной толщи газа [12], и на оценках таких параметров атмосферы как  $\tau_v$ ,  $\sigma_a$  и  $\kappa_v/\sigma_a$ , полученных по разным полосам поглощения  $\text{CH}_4$ , можно найти:

$C_a = \tau_v/s_v$  содержание поглощающего газа в надоблачной атмосфере,

$C_L = \kappa_v/\sigma_a s_v$  количество поглощающего газа, приходящееся на среднюю длину свободного пробега фотонов между двумя актами рассеяния в облачном слое,

$C_s = \kappa_v/s_v$  плотность (давление) поглощающего газа у основания надоблачной атмосферы, относящуюся к нормальным условиям.

$\kappa_{ov}$  и  $\sigma_{oa}$  – коэффициенты поглощения и рассеяния у основания надоблачной атмосферы.

Согласно лабораторным данным [12], коэффициент поглощения в 889 нм равен  $s_v = 20$  (км\*амага)<sup>-1</sup>.

**Основные результаты.** В приводимой ниже таблице представлены полученные в результате обработки и анализа спектральных наблюдений Юпитера оценки некоторых параметров, характеризующих особенности и различия в разных широтных поясах Юпитера и в Большом Красном Пятне.

Таблица 1 – Некоторые характеристики широтных поясов и Большого Красного Пятна на Юпитере по данным спектрофотометрии и по фильтровым снимкам

Основные характеристики зон и GRS в 2014 году в непрерывном спектре 830 нм									
Параметр\Зона	STrB	STrZ	SEB	EZ	NEB	NTrZ	NTrB	GRS	
$r_0$	0,662	0,770	0,559	0,750	0,640	0,755	0,665	0,850	0,850
$k$	0,998	1,034	0,996	1,046	1,018	1,054	1,004	1,070	1,070
$g$	0,400	0,350	0,500	0,500	0,500	0,500	0,400	0,400	0,400
$\omega_c$	0,988	0,993	0,980	0,994	0,987	0,994	0,988	0,997	0,997
Основные характеристики зон и GRS в 2014 году в CH <sub>4</sub> 886 нм									
Параметр\Зона	STrB	STrZ	SEB	EZ	NEB	NTrZ	NTrB	GRS фото	GRS спектры
$r_0$	0,053	0,074	0,047	0,075	0,046	0,077	0,052	0,115	0,105
$k$	1,072	1,126	1,056	1,118	1,066	1,118	1,102	0,770	
$g$	0,400	0,350	0,500	0,500	0,500	0,500	0,400	0,400	0,400
$\omega_{nu}$	0,640	0,710	0,640	0,730	0,640	0,740	0,620	0,730	0,760
$\tau$	0,250	0,200	0,240	0,140	0,240	0,140	0,250	0,025	0,120
Разность высот от экватора	-11,60	-7,13	-10,78	0,00	-10,78	0,00	-11,60	<b>34,46</b>	<b>3,08</b>
Разность высот от STrZ	-4,46	0,00	-3,65	7,13	-3,65	7,13	-4,46	<b>41,59</b>	<b>10,22</b>
$K_{Ov} (10^{-8} \text{ cm}^{-1})$	12,5	10	12	7	12	7	12,5	1,25	6
$K_{Ov}/\sigma_0$	0,55	0,40	0,54	0,36	0,55	0,35	0,60	0,37	0,31
$\sigma_0 (10^{-7} \text{ cm}^{-1})$	2,27	2,49	2,21	1,92	2,18	2,03	2,08	0,34	1,92
Ca ( $m^* \text{ amaga}$ )	12,5	10	12	7	12	7	12,5	1,25	6
Cl ( $m^* \text{ amaga}$ )	27,52	20,07	27,10	18,19	27,47	17,27	30,04	18,34	15,64
Cs ( $10^{-4} \text{ amaga}$ )	6,25	5	6	3,5	6	3,5	6,25	0,625	3

Согласно приведенным оценкам толщины надоблачной атмосферы, верхняя граница аэрозоля в Большом Красном Пятне превышает высоту верхней границы облачности на экваторе на 3 км и выше облачности окружающей его STrZ на 10 км, т.е. является самым высоким облачным образованием.

Анализ хода яркости БКП по снимкам при перемещении от центрального меридиана к краю диска, дает более высокие, чем спектрофотометрия, значения разности высот -34 и 42 км, соответственно. Но пока мы считаем их скорее полезными для тестирования программы, поскольку для точных измерений предпочтительны оригиналы изображений, а не их копии.

Приведенные в таблицах наблюдаемые распределения яркости неплохо описываются и комбинированной индикатрисой Хенни-Гринштейна, достаточно хорошо аппроксимирующей индикатрисы Ми, которые по форме гораздо ближе к реальным:

$$\chi(\gamma) = \frac{b(1-g_1^2)}{(1+g_1^2-2g_1\cos\gamma)^{3/2}} + \frac{(1-b)(1-g_2^2)}{(1+g_2^2-2g_2\cos\gamma)^{3/2}}$$

где  $0 \leq g_1 \leq 1$  и  $-1 \leq g_2 \leq 0$ . Изменение параметра  $b$  от 1 до 0 существенным образом влияет на форму индикатрисы и на вклад обратного рассеяния в формирование отраженной радиации. В нашем случае при анализе распределения яркости вдоль экватора Юпитера [13] довольно хорошего согласия удалось получить с индикатрисой, описываемой параметрами:  $g_1 = 0.69$ ,  $g_2 = -0.56$  и  $b = 0.97$ .

Для Красного Пятна переход от простой индикатрисы Хенни-Гринштейна к комбинированной в основном сказался на незначительном снижении уровня верхней границы аэрозоля с 3 до 0.7 км по отношению к экватору и с 10 до 8 км по отношению к STrZ.

**Заключение.** Данная публикация, как было отмечено выше, не является исчерпывающей, и описанные результаты следует рассматривать как начальный эксперимент по исследованию оптических особенностей Большого Красного Пятна в полосах поглощения, в том числе и менее интенсивных, чем CH<sub>4</sub> 887 нм. Формирование слабых и умеренных полос поглощения происходит на разных эффективных оптических глубинах, что позволяет осуществлять зондирование атмосферы и облачных слоев Юпитера, как и других планет с плотным облачным покровом. Необходимо также при более тщательном теоретическом анализе оптических особенностей БКП принять во внимание данные тепловых инфракрасных измерений [14] в области «окна прозрач-

ности» метана на длине волны около 4.8 мкм. Красное Пятно в этой длине волны имеет пониженную яркостную температуру, что может указывать на увеличенную плотность и непрозрачность облаков внутри вихря БКП. Уже имеющийся наблюдательный материал и дальнейшие наблюдения будут обрабатываться и анализироваться для получения дополнительной информации о свойствах БКП и других облачных деталей гигантской планеты.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Никольский Г.М. К вопросу о природе Красного пятна // Изв. Астрофиз. ин-та АН КазССР. – 1958. –Т. 7. – С. 58-64.
- 2 Тейфель В.Г. К вопросу о фотометрических свойствах Красного Пятна на Юпитере // Астрон. журнал. – 1964. – Т.41. – № 3. – С.531-538.
- 3 Тейфель В.Г. Об интенсивности поглощения метана и аммиака в Красном Пятне на Юпитере // Астрон. циркуляр АН СССР. – № 446. – 1967. – С.3-5.
- 4 Тейфель В.Г. Спектрофотометрия Красного Пятна на Юпитере // Труды Астрофиз. Инст. АН Каз.ССР. – Т.9. – 1967. – С. 52-58.
- 5 Вдовиченко В.Д.. Результаты спектрофотометрии Красного Пятна в  $\lambda$  0.6-1.1 мкм. 1981. Астрон. Журнал. – Т. 58. – № 1. – С. 174-180.
- 6 Голицын Г.С. Введение в динамику планетных атмосфер. Л. Гидрометеиздат. – 1973. – 104 с.
- 7 ALPO Japan Jupiter images - <http://alpo-j.asahikawa-med.ac.jp/indexE.htm>.
- 8 Dlugach J.M., Yanovitskij E.G., The optical properties of Venus and Jovian planets. Methods and results of calculations of the intensity of radiation diffusely reflected from semi-infinite homogeneous atmospheres. Icarus. – 1974. – V.22. – P. 66-81.
- 9 Вдовиченко В. Д. Спектрофотометрия Юпитера в  $\lambda$  0.6-1.1 мкм. Распределение яркости и оптические параметры атмосферы в экваториальном поясе Юпитера // Астрон. журнал. – 1978. – Т. 55. – № 6. – С. 1277-1286.
- 10 Вдовиченко В. Д. Спектрофотометрия Юпитера в области  $\lambda$  0.6-1.1 мкм. Широтные вариации оптических параметров атмосферы Юпитера. // Астрон. Журнал. – 1979. – Т. 56. – № 3. – С. 606-612.
- 11 Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А. Исследование Юпитера, Марса, Титана и Весты. ISBN:978-3-659-51391-6. LAP LAMBERT Academic Publishing 2013. – 386 с.
- 12 Fink U., Benner D.Ch., Dick K.A. Band model analysis of laboratory methane absorption spectra from 4500 to 10500 A. // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1977. – 18. – P. 447- 457.
- 13 Аксенов А.Н., Вдовиченко В.Д., Ибрагимов К.Ю., Оптические параметры атмосферы в районе экваториального пояса Юпитера по результатам наблюдений в 1980г. // Астрон. Журнал. – 1984. – Т. 61. – № 4. – С. 755-763.
- 14 Fletcher L. N., Orton G.S., Mousis O., Yanamandra-Fisher P., Parrish P.D., J. Irwin P.G., Fisher B.M. , Vanzi L., Fujiyoshi T. , Fuse T., Simon-Miller A.A. , Edkins E. , Hayward T.L., De Buizer J. Thermal structure and composition of Jupiter's Great Red Spot from high-resolution thermal imaging // Icarus . – 2010. – 208. – N 1.– P. 306-328.

#### REFERENCES

- 1 Nikol'skij G.M. *Izv. Astrofiz. in-ta AN KazSSR*. **1958**. T. 7. S. 58-64. (in Russ.).
- 2 Tejfel' V.G. *Astron. zhurnal*. - **1964**.-T.41. №3. S.531-538 (in Russ.).
- 3 Tejfel' V.G. *Astron. cirkuljar AN SSSR*. №446. **1967** S.3-5 (in Russ.).
- 4 Tejfel' V.G. *Trudy Astrofiz. Inst. AN Kaz.SSR*. T.9. **1967**. S. 52-58 (in Russ.).
- 5 Vdovichenko V.D. *Astron. Zhurnal*. **1981**. T. 58. № 1. S. 174-180. (in Russ.).
- 6 Golicyn G.S. *Vvedenie v dinamiku planetnyh atmosfer*. L. Gidrometeoizdat. 1973. 104 s. (in Russ.).
- 7 ALPO Japan Jupiter images - <http://alpo-j.asahikawa-med.ac.jp/indexE.htm>
- 8 Dlugach J.M., Yanovitskij E.G., *The optical properties of Venus and Jovian planets. Methods and results of calculations of the intensity of radiation diffusely reflected from semi-infinite homogeneous atmospheres*. Icarus. **1974**. – V.22. – P. 66-81.
- 9 Vdovichenko V. D. *Astron.zhurnal*. **1978**. – Т. 55. – № 6. – S. 1277-1286. (in Russ.).
- 10 Vdovichenko V. D. *Astron. Zhurnal*. **1979**. T. 56. № 3. S. 606-612. (in Russ.).
- 11 Vdovichenko V.D., Kirienko G.A. *Issledovanie Jupitera, Marsa, Titana i Vesty*. ISBN:978-3-659-51391-6. LAP LAMBERT Academic Publishing **2013**. – 386 s. (in Russ.).
- 12 Fink U., Benner D.Ch., Dick K.A. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*. **1977**. – 18. – P. 447- 457.
- 13 Aksenov A.N., Vdovichenko V.D., Ibragimov K.Ju. *Astron. Zhurnal*. **1984**. T. 61. № 4. S.755-763. (in Russ.).
- 14 Fletcher L. N., Orton G.S., Mousis O., Yanamandra-Fisher P., Parrish P.D., J. Irwin P.G., Fisher B.M. , Vanzi L., Fujiyoshi T. , Fuse T., Simon-Miller A.A. , Edkins E. , Hayward T.L., De Buizer J. *Icarus* . – **2010**. – 208. – N 1. – P. 306-328.

Резюме

*В. Д. Вдовченко<sup>1</sup>, Г. А. Кириенко<sup>2</sup>, П. Г. Лысенко<sup>3</sup>, В. Г. Тейфель<sup>4</sup>*

(В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты «ҰҒЗТО» ҚР ҰҒА, Алматы қ.)

ЮПИТЕРДЕГІ МЕТАННЫҢ ЖҰТЫЛУ ЖОЛАҚТАРЫНДАҒЫ  
ҮЛКЕН ҚЫЗЫЛ ДАҚТЫҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Аспан денесі табақшасының көрінетін жағынан Үлкен Қызыл Дақтың (ҮҚД) өту кезеңіне орайлас-тырылған Юпитердің спектрофотометрлік бақылаулары орындалды. 887 нм метанның жұтылу жола-ғындағы оның шағылу қасиеттері зерттелді. Бұл құбылыс таза газ атмосферасы үстінде орналасқан бұлт қабатын ыдыратып-жұтуға қабылетті атмосфераның қос қабатты моделі аясында түсіндіріліп орындалды. Қорытын-дысында бұлт қабатының негізгі оптикалық ерекшеліктері және атмосфераның бұлт үстіндегі қалыңдығы, сондай-ақ аэрозолдың жоғары шекарасындағы биіктік айырма-шылығы анықталған. Үлкен Қызыл Дақ ең жоғарғы бұлт құрылымы екені анықталды. Оның биіктігі спектральдық мәліметтер зерттеулері бойынша, оны қоршап тұрған Оңтүстік тропикалық зонадан 10 шақырым биіктікте орналасқан.

**Тірек сөздер:** Юпитер, Үлкен Қызыл Дақ, атмосфера, спектрофотометрия, метан, молекулалық жұтылу.

Summary

*V. D. Vdovichenko, G. A. Kirienko, P. G. Lysenko, V.G. Tejfel*

(Fessenkov Astrophysical Institute, Almaty)

JUPITER'S GREAT RED SPOT PECULIARITIES  
IN THE METHAN ABSORPTION BANDS

Spectrophotometric observations of Jupiter timed to the period of the Great Red Spot (GRS) passing on the visible side of the planet's disk, were carried out. The features of its reflective properties at the 887 nm methane absorption band were investigated. The interpretation is fulfilled within the limits of the two-layer atmospheric model, which is a scattering-absorbing cloud and a pure gaseous atmosphere above it. As a result, the main optical properties of the cloud layers and the thickness of the atmosphere above them are determined, as well as differences in heights of the upper boundaries of the aerosol. It is found that the Great Red Spot is the highest cloud formation. Its height according to the spectral studies is located higher than the South Tropical Zone surrounding it, by 10 km.

**Keywords:** Jupiter, Great Red Spot, atmosphere, spectrophotometry, methane, molecular absorption.

*Поступила 2014 г*

УДК 523.46

*А. М. КАРИМОВ, П. Г. ЛЫСЕНКО, В. Г. ТЕЙФЕЛЬ, Г. А. ХАРИТОНОВА*

(Астрофизический институт им.В.Г.Фесенкова)

**САТУРН – ЗОНАЛЬНАЯ СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ В 2013 г.**

**Аннотация.** В апреле-июне 2013 г. выполнен большой цикл спектрофотометрических наблюдений Сатурна как продолжение многолетних исследований планеты с целью изучения сезонных изменений в ее атмосфере. Получено более 2500 ПЗС-спектрограмм, в том числе – зональных, на основе которых выведены широтные вариации поглощения в ряде абсорбционных полос метана. Данный период наблюдений является переходным от равноденствия 2009 г к максимуму наклона экватора Сатурна в 2017 г. Показано, что в северном полушарии Сатурна, наклоненном к Солнцу, на умеренных и высоких широтах поглощение сохраняется практически неизменным и не зависящим от широты.



**Ключевые слова:** Сатурн, спектрофотометрия, атмосфера, метан, молекулярное поглощение, сезонные вариации.

**Тірек сөздер:** Сатурн, спектрофотометрия, атмосфера, метан, молекулалық жұтылу, кезеңдік вариациялар.

**Keywords:** Saturn, spectropotometry, atmosphere, methane, molecular absorption, seasonal variations.

**Введение.** Несмотря на исключительно успешные исследования планеты Сатурн, ведущиеся уже более десятилетия с находящегося на околопланетной орбите космического зонда «Cassini», роль наземных астрофизических наблюдений этой планеты-гиганта остается по-прежнему значимой, поскольку ряд задач, связанных с изучением нестабильности процессов, происходящих в ее атмосфере, не теряет своей актуальности. Применение современных приемников изображения – ПЗС-матриц существенным образом изменило и расширило возможности астрофизических наблюдений, в том числе и исследований планет по их спектрам (например, [1]) и по фильтровым изображениям в узких спектральных диапазонах [2].

В течение многих лет ежегодно в сезоны видимости Сатурна на обсерватории АФИФ выполняются спектрофотометрические наблюдения планеты так же с применением ПЗС-камер, матрицы которых обеспечивают достаточно широкий спектральный диапазон чувствительности и линейность светопередачи (например, [3]). Основная задача этих наблюдений состоит в поиске и изучении сезонных изменений в ее атмосфере. Такие изменения обусловлены, прежде всего, меняющимся в течение планетного года наклоном экватора к направлению на Солнце (рисунк1а) а также и переменностью расстояния Сатурна от Солнца (рисунк 1б).

В конце 2008 – начале 2009 гг. плоскость экватора и колец Сатурна была ориентирована ребром к Солнцу и Земле. Такая конфигурация предоставляет редкую, повторяющуюся лишь раз в 15 лет возможность наблюдать оба полушария планеты в одинаковых условиях освещения Солнцем и видимости. В настоящее же время планета наклоняется к Солнцу своим Северным полушарием, причем продолжает удаляться от Солнца. Соответственно меняется уровень инсоляции полушарий, причем южное еще и экранируется кольцами. Максимального наклона Северного полушария и наибольшего удаления от Солнца Сатурн достигнет в 2016–2018 годы.

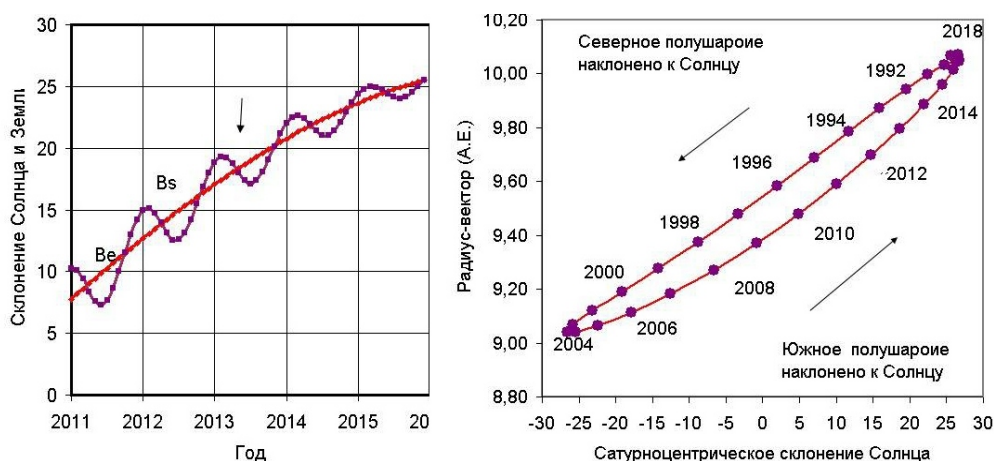


Рисунок 1 – а- Изменение сатурноцентрического склонения Солнца (Bs) и Земли (Be), б – Изменение наклона экватора Сатурна к направлению на Солнце и гелиоцентрическоно расстояния в течение одного орбитального периода

**Наблюдения 2013 года – методика и аппаратура.** В апреле-июне 2013 г. был проведен большой цикл спектральных наблюдений Сатурна с помощью дифракционного спектрографа с ПЗС-камерой ST-7XE на 0.6-м телескопе. В этот период было получено более 2500 спектрограмм, в том числе спектров отдельных зон планеты при сканировании диска Сатурна от южного лимба до северного. Щель спектрографа при этом была ориентирована параллельно большой оси кольца.

По измерениям этих спектрограмм построены атласы профилей молекулярных полос поглощения метана, и оценены значения их центральных глубин и эквивалентных ширин для разных широт.

Таблица 1 - Данные о спектрофотометрических наблюдениях Сатурна в 2013 г.

N	Дата	Время Tw = Tзимн	Эксп, сек	De''	Dp''	Be	Phase Angle	Число файлов
1	07.04.2013	17.09 - 2.24	20	18.8	16.8	18.6	-2.148	204
2	10.04.2013	0.44 - 2.44	20	18.8	16.8	18.6	-1.94	148
3	11.04.2013	0.27 - 2.12	20	18.8	16.8	18.6	-1.847	132
4	12.04.2013	0.0 - 1.22	20	18.8	16.8	18.5	-1.747	126
5	21.04.2013	23.30 - 1.01	20	18.9	16.9	18.3	-0.832	127
6	22.04.2013	23.49 - 1.23	20	18.9	16.9	18.3	-0.732	129
7	04.05.2013	23.17 - 0.12	20	18.9	16.9	18.0	0.665	72
8	05.05.2013	22.15 - 22.41	20	18.9	16.9	18.0	0.764	26
9	06.05.2013	22.05 - 0.16	20	18.9	16.9	18.0	0.864	208
10	14.05.2013	23.22 - 0.55	20	18.8	16.8	17.8	1.678	136
11	15.05.2013	22.16 - 23.48	20	18.8	16.8	17.8	1.779	145
12	17.05.2013	23.23 - 23.59	20	18.8	16.8	17.7	1.979	60
13	22.05.2013	21.31 - 23.09	20	18.7	16.8	17.6	2.468	142
14	27.05.2013	23.07 - 23.59	20	18.6	16.7	17.5	2.937	77
15	28.05.2013	21.20 - 23.01	20	18.6	16.7	17.5	3.028	179
16	29.05.2013	21.31 - 23.00	20	18.6	16.7	17.5	3.118	142
17	30.05.2013	21.34 - 23.00	20	18.6	16.6	17.5	3.206	136
18	31.05.2013	21.21 - 23.10	20	18.6	16.6	17.5	3.294	153
19	07.06.2013	21.19 - 20.50	20	18.4	16.5	17.3	3.876	158
20	08.06.2013	21.26 - 22.50	20	18.4	16.5	17.3	3.954	129
21	09.06.2013	21.15 - 23.09	20	18.4	16.5	17.3	4.031	163

Каждый скан состоял из приблизительно из 80-90 спектрограмм, о положении которых на диске можно судить по относительной интенсивности в построенном по величинам максимальной яркости в длине волны 670 нм профиле центрального меридиана Сатурна.

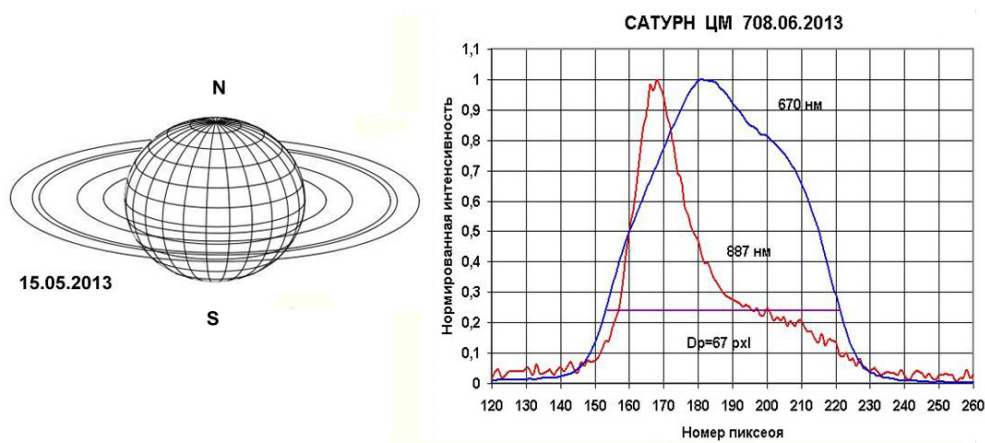


Рисунок 2 – а - Конфигурация диска и колец Сатурна в мае 2013 г. б – Профили яркости центрального меридиана Сатурна в 2013 г. в непрерывном спектре нВ 670 нм и в полосе поглощения СН<sub>4</sub> 887 нм

На рисунке 2 показан вид Сатурна и ориентация его кольца в период наблюдений. на правом графике представлено сравнение профилей центрального меридиана Сатурна в непрерывном спектре (670 нм) и в центре сильной полосы поглощения метана 887 нм. По нему можно видеть, насколько ослаблена яркость диска планеты по сравнению с кольцом.

**Обработка спектрограмм и предварительные результаты.** Спектрограммы измерялись вдоль дисперсии во всем интервале длин волн 580-900 нм. Объектом сравнения и привязки для исключения теллурических поглощений служило кольцо на спектрах, где щель пересекала его по большой оси. По измерениям зональных спектрограмм строились профили полос поглощения в виде атласов профилей и вычислялись эквивалентные ширины и центральные глубины полос поглощения метана после их нормирования к непрерывному спектру, интерполированному в области полосы поглощения.

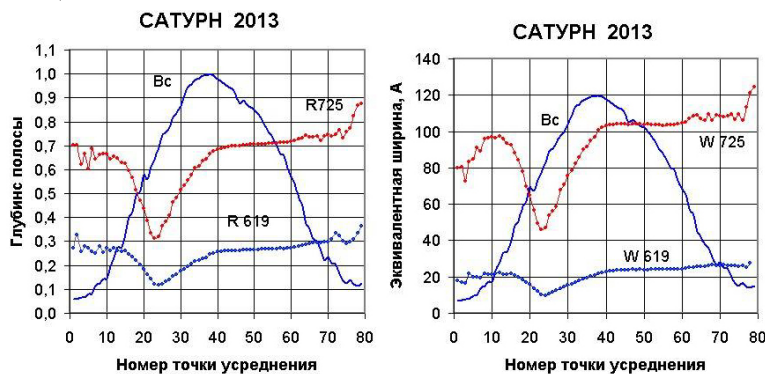


Рисунок 3 – Меридиональный ход (S – N) центральных глубин и эквивалентных ширин полос поглощения CH<sub>4</sub> 619 и 725 нм на Сатурне в 2013 г. по спектральным сканам

На рисунке 4 сравнивается построенный в логарифмическом масштабе широтный ход эквивалентных ширин двух полос поглощения CH<sub>4</sub> 619 и 725 нм, полученный по индивидуальному скану (левый график) и усредненный по всем сканам за сезон наблюдений. Можно видеть, что различия не велики, что подтверждается и величинами стандартных отклонений (среднеквадратические погрешности), показанными на правом графике. Южное полушарие Сатурна в значительной степени экранируется кольцом, поэтому сейчас сравнение полушарий оказывается невозможным – резкий спад поглощения создается именно за счет этого экранирования, хотя в экваториальном поясе Сатурна все годы наблюдается пониженное поглощение метана, обусловленное повышенной плотностью облачного слоя или повышением его верхней границы. Интересно, что в северном полушарии не наблюдается значительных изменений поглощения с широтой, несмотря на меняющиеся с широтой значения углов падения и отражения. Это, скорее всего, должно быть связано с особенностями формирования полос поглощения метана в рассеивающей облачной среде и в надоблачном чисто газовом слое.

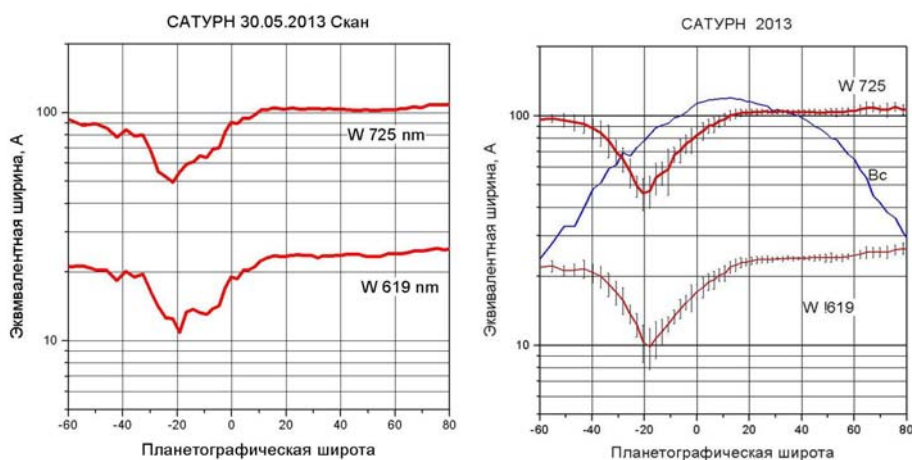


Рисунок 4 – Сравнение широтных вариаций эквивалентных ширин полос поглощения CH<sub>4</sub> 619 и 725 нм по индивидуальному сканированию 30–31 мая 2013 г. и по сканам за весь сезон наблюдений 2013 г.



Основное внимание привлекает сейчас северное полушарие Сатурна, обращенное к Солнцу. Полярные области Сатурна обнаруживают необычные свойства в динамике атмосферной циркуляции: на обоих полюсах наблюдаются мощные вихри, причем в южном полушарии вихрь имеет обычную круговую форму, в Северном же полушарии очертания вихря имеют форму шестиугольника [4]. С другой стороны, наблюдения вблизи равноденствия на Сатурне в 1995 г., когда оба полушария были одинаково освещены, наблюдалась хорошо выраженная асимметрия в величинах интенсивности полос поглощения метана – значительными различиями между Южным и Северным полушариями [5]. В равноденствие 2009 г. такие различия отсутствовали, но отношение эквивалентных ширин относительно слабой полосы CH4 619 нм умеренной полосы CH4 725 нм было меньше в Южном полушарии, чем в Северном ([6] и рисунок 5а). Сейчас же Южное полушарие почти недоступно наблюдению, так что об этом же отношении можно судить только для Северного полушария (рисунок 5б).

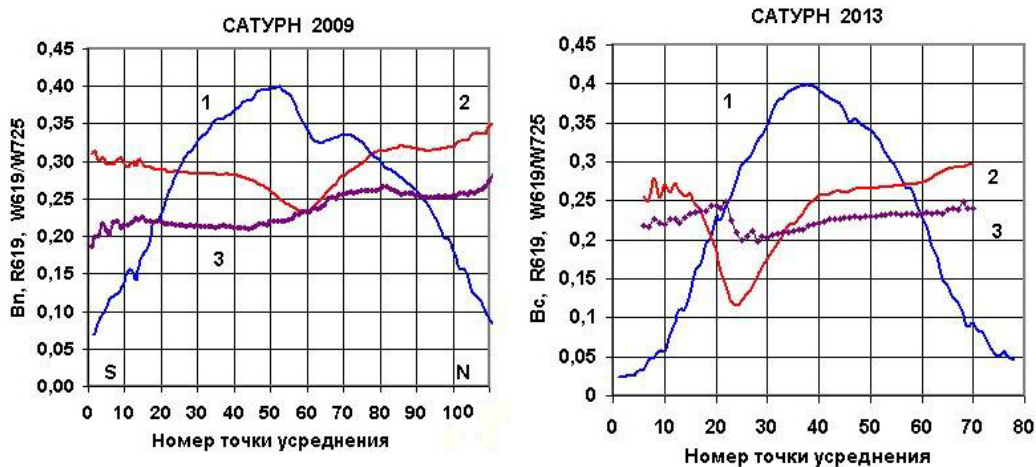


Рисунок 5 – Изменение отношения эквивалентных ширин полос поглощения CH4 619 и 725 нм вдоль центрального меридиана Сатурна в 2009 г и в 2013 г.  
1 – ход яркости в непрерывном спектре, 2 – ход глубины полосы CH4 619 нм, 3 – ход отношения W619/W725

**Заключение.** В предыдущие годы, когда угол склонения Солнца был меньше в области умеренных широт северного полушария наблюдалась заметная депрессия поглощения. Наблюдаемые изменения в широтном ходе поглощения могут быть связаны с увеличением притока солнечной радиации к северному полушарию, которое, однако, в определенной степени компенсируется увеличением гелиоцентрического расстояния. Предстоящие сезоны видимости Сатурна в 2014–2017 гг. представляют особый интерес для дальнейших исследований, поскольку придется на максимум наклона экватора планеты, достигающего 27 градусов. Это достаточно редкое событие, – для каждого полушария оно повторяется лишь раз в 30 лет.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Moreno F., Molina A., Ortiz J. L. CCD spectroscopic Observations of Saturn, Uranus, Titan during the 1990 apparitions // Icarus. – 1991. – V.93. – P.88-95.
- 2 Karkoschka, E., Tomasko, M., Saturn's vertical and latitudinal cloud structure 1991–2004 from HST imaging in 30 filters.// Icarus. – 2005. – V.179. – P.195–221.
- 3 Teifel V.G., Karimov A.M., Kharitonova G.A., Kirienko G.A. Spectrophotometric study of Saturn's atmosphere during a 16-year period (1995–2010) // Astronomical and Astrophysical Transactions – 2013. – V. 28. – P.121-134.
- 4 Godfrey A. [A hexagonal feature around Saturn's north pole](#) // Icarus. – 1988. – V. 76. – P. 335-356.

5 Tejfel' V.G. Распределение молекулярного поглощения по диску Сатурна по наблюдениям в 1995 г. на основе зональной спектрофотометрии с ПЗС-камерой. Результаты наблюдений // *Астроном. вестник РАН* – 1997. – Т.31. – N 3. – С.222-231, *Solar System Res.* – 1997. – V.31. – N 3. – P.198-206.

6. Tejfel' V.G. , Vdovichenko V.D., Karimov A.M., Kharitonova G.A., Kirienko G.A Saturn CCD-spectrophotometry in 2009 and 2010 – a comparison of near and post-equinox latitudinal distribution of molecular absorption // *European Planetary Science Congress-2010.* – Abstr. # EPSC. – 2010. – 322. – P.34-35.

#### REFERENCES

- 1 Moreno F., Molina A., Ortiz J. L. *Icarus* , **1991.** – 93, 88-95.
- 2 Karkoschka, E., Tomasko, M., *Icaru*, **2005.** – 179, 195–221.
- 3 Tejfel V.G., Karimov A.M., Kharitonova G.A., Kirienko G.A...*Astronomical and Astrophysical Transactions* , **2013.** – 28, 121-134.
- 4 Godfrey A. *Icarus*, **1988.** – 76, 335-356.
- 5 Tejfel' V.G. *Astron. Vestnik RAN*, **1997.** – 31, N3, 222-231 (in Russian), *Solar System Res.*, **1997.** – 31. – N 3. –198-206.
- 6 Tejfel V.G. , Vdovichenko V.D., Karimov A.M., Kharitonova G.A., Kirienko G.A Saturn CCD-. *European Planetary Science Congress*, **2010.** – Abstr. # EPSC 2010. – 322, 34-35.

#### Резюме

*А. М. Каримов, П. Г. Лысенко, В. Г. Тейфель, Г. А. Харитонова*

(«В.Г.Фесенков Астрофизический институт» ЕЖШС, Алматы)

#### САТУРН – ЗОННАЛЬНАЯ СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ В 2013 г.

В апреле-июне 2013 г. выполнен большой цикл спектрофотометрических наблюдений Сатурна как продолжение многолетних исследований планеты с целью изучения сезонных изменений в ее атмосфере. Получено более 2500 ПЗС-спектрограмм, в том числе – зональных, на основе которых выведены широтные вариации поглощения в ряде абсорбционных полос метана. Данный период наблюдений является переходным от равноденствия 2009 г к максимуму наклона экватора Сатурна в 2017 г. Показано, что в Северном полушарии Сатурна, наклоненном к Солнцу, на умеренных и высоких широтах поглощение сохраняется практически неизменным и не зависящим от широты.

#### Резюме

*А. М. Каримов, П. Г. Лысенко, В. Г. Тейфель, Г. А. Харитонова*

(«В.Г.Фесенков атындағы Астрофизика институты» ЕЖШС, Алматы қ.)

#### 2013 ж. – САТУРН АЙМАҚТЫҚ СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯСЫ

2013 ж – сәуір – маусым айларында Сатурнға спектрофотометрлік бақылау жүргізудің үлкен бір кезеңі орындалды, бұл оның атмосферадағы мерзімдік өзгерістерін зерттеу мақсатындағы көпжылдық зерттеулердің жалғасы болып табылады. 2500-ден аса ПЗС-спектрограмма алынды, оның ішінде метан жолағын сіңіру қатарындағы ендік жұтылу вариациясы негізінде шығарылған зоналық спектрограмма да бар. Бұл бақылған кезең 2009 ж. Күн мен түннің теңесуінен 2017 ж. Сатурн экваторы көлбеу максимумы арасындағы өтпелі кезең болып табылады. Күнге қарай көлбеуленген Сатурнның солтүстік жартышарында біркелкі және жоғарғы ендікте жұтылу өзгеріссіз және ендікке тәуелсіз сақталатыны көрсетілген.

**Тірек сөздер:** Сатурн, спектрофотометрия, атмосфера, метан, молекулалық жұтылу, кезеңдік вариациялар.

## Summary

A. M. Karimov P. G. Lyssenko, V. G. Tejfel, G. A. Kharitonova

## SATURN – ZONAL SPECTROPHOTOMETRY IN 2013

In April-June 2013 a large series of spectrophotometric observations of Saturn were carried out as a continuation of long-term researches of the planet in order to study the seasonal changes in its atmosphere. There were recorded more than 2500 CCD- spectrograms, including zonal spectra, which are derived on the study of latitudinal variations in the intensity of some methane absorption bands. This observation period is a transition from the equinox of 2009 to a maximum inclination of Saturn's equator in 2017 and it shows that Saturn's northern hemisphere tilted toward the Sun. The latitudinal variations of the methane absorption in the northern hemisphere were insignificant during this period.

Поступила 2014 г.

УДК 523.4-

А. В. ДИДЕНКО, Л. А. УСОЛЬЦЕВА

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова «НЦКИТ» НКА РК, г. Алматы)

## ОПТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ «ЭКРАН»

**Аннотация.** Проанализированы результаты астрометрических и фотоэлектрических, наблюдений выполненных наземными станциями РК 1988–2013 гг. для 22 ГСС серии «Экран». Определены их интегральные оптические характеристики, подтверждены факты разрушения двух ГСС из этой серии (77092А и 79087А), показана эффективность совместного анализа координатной и фотометрической информации при оценке состояния КА на орбите.

**Ключевые слова:** геостационарная орбита, космический мусор, наземные наблюдения ГСС.

**Тірек сөздер:** геостационарлық, орбита, ғарыш қоқысы, ГСС жерден бақылау.

**Keywords:** geostationary orbit, space debris, ground observations of GSS.

Данная работа является составной частью наших исследований, связанных с проблемой отождествления геостационарных спутников (ГСС) и фрагментов «космического мусора» на основе наземных оптических наблюдений. Методика получения и интерпретации координатной и фотометрической информации достаточно детально описаны в наших работах (напр. [1-3] и др.). Здесь мы приводим результаты анализа информации, имеющейся в нашей БД, по спутникам серии «Экран», наблюдения 1988-2013г.г.

ГСС «Экран» и «Экран М» широко представлены в советской группировке спутников связи. Они были смонтированы на базе универсальной спутниковой платформы КАUR – 3 с трехосной стабилизацией и солнечными панелями площадью 25 м<sup>2</sup>, которые обеспечивали 1280 W. В дальнейшем эта платформа послужила основой для следующих поколений КА: «Горизонт», «Радуга», «Космос (Prognoz)», «Космос (Luch–Geizer)», «Экспресс». Характерная особенность «Экранов» – наличие фазированной решетчатой антенны площадью 12 м<sup>2</sup>, работающей на 702-726 MHz, [4]. Практика наших наблюдений показывает, что каждый из перечисленных типов ГСС имеет свои индивидуальные оптические и динамические характеристики, которые позволяют отличить один тип от другого.

В таблице 1 приведен список из 22 космических аппаратов (КА) серии «Экран», наблюдавшихся наземными пунктами РК, для 17 из них вместе с координатной была получена и фотометрическая информация. В таблице указаны их международные номера, дата начала орбитальных наблюдений, интервал фотометрических наблюдений. В последнем столбце:

– тип КА на момент наблюдений: в активном (С) и в пассивном состоянии (L – либрационный, D – дрейфующий) и следующие величины, определенные на последнюю дату наблюдений:

- $Dm$  – максимальный дрейф (град/сут), т.е. дрейф при прохождении долготы  $75^\circ$ , для либрационных – без знака, для дрейфующих со своим знаком;
- $P$  – период изменения долготы (в сутках), (для либрационных – период либрации);
- $A$  – амплитуда либрации (в градусах) .

Таблица 1 Список наблюдавшихся ГСС серии «Экран»

№	Международный номер	Дата начала орбитальных наблюдений	Интервал фотометрических наблюдений	Тип; $Dm$ (град/сут); $P$ - (сут); $A$ - (град)
1	2	3	4	5
1	76107A	1992-11-23	1999.10.10 – 2012.01.28	L; 0.184; 782.9; 22.6
2	77092A	1992-11-22	2003.10.28 – 2012.08.17	L; 0.195; 788.0; 24.1
3	79015A	1999-07-10	2004.11.20 – 2012.10.11	L; 0.194; 787.8; 24.0
4	79087A	2000-10-03	2012.08.16	L; 0.172; 777.4; 21.0
5	80060A	1994-03-14	2006.09.21 – 2012.08.11	L; 0.425; 1274.1; 70.1
6	80104A	1992-05-28	2003.10.03 – 2006.08.28	L; 0.190; 785.8; 23.5
Окончание таблицы 1 –				
1	2	3	4	5
7	81061A	1997-03-16	2006.08.23 – 2013.05.14	L; 0.209; 795.4; 25.9
8	82009A	1994-09-29	2013.11.05	D; -1.248; 299.1
9	82093A	1999-08-04	2006.07.25	L; 0.226; 805.6; 28.3
10	83016A	1993-10-12	–	D; -18.876; 19.1
12	83100A	1992-11-20	1999.08.09 – 2012.07.20	L; 0.214; 798.7; 26.7
13	84028A	2005-04-11	–	D; -15.174; 23.7
14	84090A	1999-07-10	29.05.87	D; -15.298; 23.5
15	85024A	1997-09-27	–	D; -19.721; 18.3
16	86038A	1994-04-18	2013.03.09	D; -13.424; 26.8
17	87073A	1999-07-10	2013.03.09 - 2	D; -13.647; 26.4
18	87109A	1988-01-11	1988.02.16 - 1989.10.20 2013.02.14 - 2	C D; -15.802; 22.8
19	88036A	2000-11-26	–	D; -18.452; 20.0
20	88108A	1991-04-09	1989.05.12 - 1989.10.20 2013.03.09	C D; -13.045; 27.6
21	92074A	1992-11-17	2006.09.25	L; 0.200; 790.9; 24.8
22	01014A	2001-11-16	–	D; -2.471; 147.0

В качестве примера на рисунке 2 показаны фазовые кривые для ГСС «Экран 19» (88108A), наблюдения 26.09.1989 г.: объект стабилизирован, точка стояния  $\lambda = 99^\circ 10'$ , наклон плоскости орбиты к плоскости экватора  $i = 0^\circ 10'$ , склонение Солнца  $\delta_c = 1^\circ$ . При фазовых углах  $\varphi = -70^\circ \div 70^\circ$  фазовые коэффициенты в трех спектральных диапазонах примерно одинаковы и имеют достаточно большое значение:  $\beta = 0.045^{m/гр}$ , что свидетельствует о высокой степени затенения деталей поверхности друг другом.

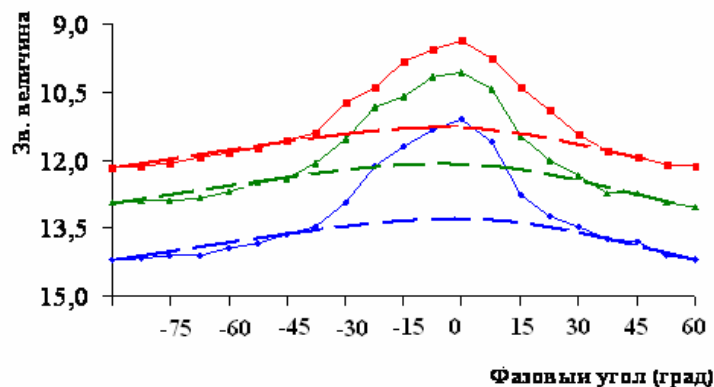


Рис. 2. – Фазовые кривые для ГСС «Экран 19» (88108A) в фильтрах В - ●, V-▲ и R- ■, наблюдения 26.09.1989 г. Штриховые линии – аппроксимация пластиной

Аппроксимация фазовой кривой функциями простых геометрических тел не дает удовлетворительного результата. Некоторое согласие с уравнением, описывающим отражение от пластины, удастся получить, если использовать значения блеска при больших фазовых углах ( $\varphi > 30^\circ$ ), что также подтверждает наличие плоских элементов, приводящих к существенному затенению. На рисунке 2 данная аппроксимация обозначена штриховыми линиями.

На рисунке 3 приведена кривая блеска этого же КА, свернутая за период 209,8 сек, полученная после перехода его в нерабочее состояние, [5]. Единичный вектор нормали к поверхности, формирующей данные вспышки, на момент наблюдений имел координаты:  $X_n = 0.8960$ ;  $Y_n = -0.4315$ ;  $Z_n = -0.1049$ , т. е. объект был ориентирован по отношению к наблюдателю под углом  $25^\circ$ . Здесь  $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$  – компоненты единичного нормального вектора в экваториальной системе координат (начало – в центре масс объекта, ось  $X$  параллельна небесному экватору в направлении точки весеннего равноденствия, ось  $Y$  направлена в центр Земли, а ось  $Z$  – в полюс мира параллельно оси вращения Земли). Показатели цвета боковых вспышек:  $(B-V) \sim 0^m,16$ ;  $(V-R) \sim 0^m,78$  соответствуют зеркальным вспышкам от солнечных батарей, [6]. Центральный пик имеет  $(B-V) \sim 0^m,60$ ;  $(V-R) \sim 0^m,50$ , что соответствует отражению от фазированной решетки.

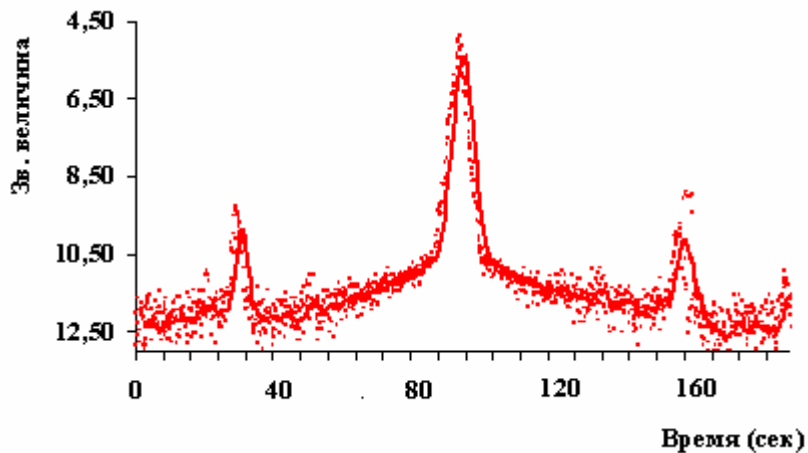


Рисунок 3 – Кривая блеска ГСС «Экран 19» (88108А), свернутая за период 209,8 сек. Наблюдения 09.03.2013 г., фильтр R, фазовый угол  $\varphi = 21^\circ 05'$ .

Следует отметить, что на фазовых кривых ГСС «Экран», как стабилизированных, так и пассивных, нет вспышек, которые можно было бы интерпретировать отражением от вогнутых антенн. Рисунок 4 демонстрирует зависимость блеска ГСС «Экран 11» (83100А) от угла поворота КА относительно центра масс, ноль соответствует направлению оси рыскания на наблюдателя. Наблюдения проводились 23.09.2006 г. в трех фильтрах, шаг по времени  $\Delta t = 0,5$  сек, кривые «свернуты» за период  $P = 19,4$  сек.

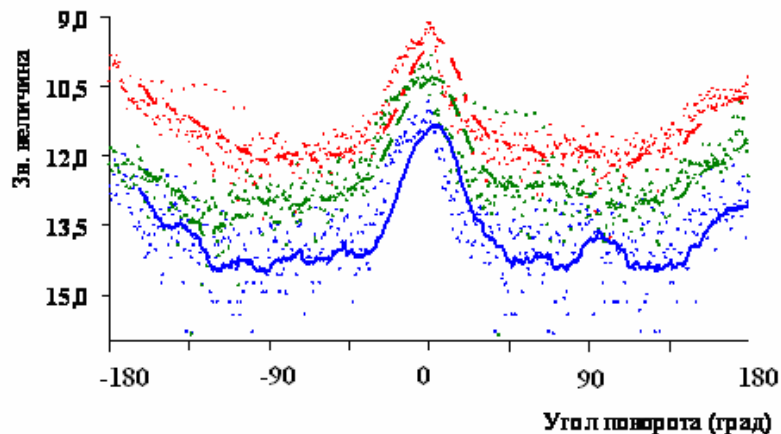


Рисунок 4 – Кривые блеска КА «Экран 11», наблюдения 23.09.2006г. фильтры В - —, V- — — и R- - - -

На основе фазовых кривых для каждого из сопровождаемых объектов был построен фазовый портрет, определена ориентация КА на фиксированные моменты и вычислены эффективные площади отражения в полосах В, V и R с учетом эффекта старения покрытий [7]. В диапазоне  $\varphi = -70^\circ \div 70^\circ$  как для стабилизированных так и для нестабилизированных ГСС «Экран» (за исключением КА 77092А и 79087А) эффективные площади отражения оказались близки и составили:  $S_{\gamma_B} = 1,56 \pm 0,03\text{м}^2$ ,  $S_{\gamma_V} = 2,62 \pm 0,03\text{м}^2$ ,  $S_{\gamma_R} = 3,19 \pm 0,03\text{м}^2$ .

Особое внимание было уделено анализу имеющейся у нас информации для ГСС 77092А и 79087А. Согласно Киладзе Р.И. и Сочилиной А.С. [8], они входят в список объектов с непрогнозируемыми изменениями параметров орбитального движения. Нестандартное поведение этих КА может свидетельствовать об их фрагментации. Результаты наших расчетов показывают, что для всех наблюдаемых «Экранов» (кроме КА 77092А) углы наклонов и узлов по отношению к плоскости Лапласа на момент их запуска имеют близкие значения:  $i \sim 7^\circ 36'$  и  $\Omega \sim 270^\circ$ . Для объекта 79087А величины  $i$  и  $\Omega$  практически не отличаются от этих значений. Для КА 77092А  $i \sim 8^\circ 25'$  и  $\Omega \sim 200^\circ$ , что указывает на нестандартную эволюцию орбитальных параметров и может быть следствием его разрушения.

Из анализа фотометрической информации следует, что величины эффективных площадей отражения для КА 77092А:  $S_{\gamma_B} = 0,51 \pm 0,05\text{м}^2$ ,  $S_{\gamma_V} = 0,54 \pm 0,05\text{м}^2$ ,  $S_{\gamma_R} = 0,68 \pm 0,05\text{м}^2$ . Для ГСС 79087А:  $S_{\gamma_B} = 1,21 \pm 0,05\text{м}^2$ ,  $S_{\gamma_V} = 2,12 \pm 0,05\text{м}^2$ ,  $S_{\gamma_R} = 2,79 \pm 0,05\text{м}^2$ . Очевидно, что эффективные площади отражения этих двух объектов отличаются от аналогичных величин для обычных «Экранов», причем эта разница существенно больше для КА 77092А чем для 79087А. Естественный вывод, который может объяснить уменьшение эффективной площади отражения объекта – его разрушение. По-видимому, фрагментация 79087А не настолько велика, чтобы это сказалось на величинах  $i$  и  $\Omega$ .

Таким образом, полученные результаты подтверждают факты разрушения двух ГСС из серии «Экран» и доказывают эффективность совместного анализа координатной и фотометрической информации при оценке состояния ГСС на орбите.

Работа выполнена в рамках бюджетной программы 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности», шифр О.0577.

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Диденко А.В., Демченко Б.И., Усольцева Л.А., Афонин А.Н. и др. Зональный каталог геостационарных спутников. Выпуск 2. – 2000. – Алматы. – Гылым. – 108 с.

2 Didenko A.V., Usoltseva L.A. Methods of geostationary satellites' identification by the photometric information // Transaction of the KAU. – 2001. – № 2. – P. 83-91.

3 Диденко А.В. Идентификация геостационарных спутников DSP по их орбитальным и фотометрическим характеристикам // Вестник КазНПУ им. Абая. Сер. «Физ-мат. науки». № 1(12). – 2005. – С. 76-80.

4 Gunter's Space Page <http://www.skyrocket.de/space>

5 Диденко А.В., Усольцева Л.А. Об определении периодов вращения геостационарного спутника (ГСС) вокруг центра масс // Известия НАН РК. Сер. «Физ-мат.». – №4. – 2007. – С.90-93.

6 Муртазов А.К. Оптические свойства поверхностей ИКО и техногенных отходов в космосе // Околосолнечная астрономия и проблемы изучения малых тел солнечной системы. М. – 2000. – С. 262-268

7 Диденко А.В. О влиянии старения покрытий космического аппарата на его фотометрические характеристики // Вестник КазНПУ им. Абая. Сер. «Физ-мат. науки». 2005. – № 1(12). – С. 81-84.

8 Киладзе Р.И., Сочилина А.С. Теория движения геостационарных спутников. С.Петербург: – 2008. – С.132.

#### REFERENCES

1 Didenko A.V., Demchenko B.I., Usoltseva L.A., Afonin A.N. etc. *Zonalnyj katalog geostatsionarnyx sputnikov*. Vypusk 2. 2000. Almaty. Gylim. 108 s. (in Russ).

2 Didenko A.V., Usoltseva L.A. *Metody identifikatsii geostatsionarnyx sputnikov po photometricheskoy informatsii*. Transaction of the KAU. – 2001. – № 2. – P. 83-91. (in Russ).

3 Didenko A.V. *Identifikatsia geostatsionarnyx sputnikov DSP po ix orbitalnym i photometricheskim xarakteristikam.* Vestnik KanNPU im. Abaja. Ser. phis.-mat. nauki ». – № 1(12). – 2005. – С. 76-80. (in Russ).

4 <http://www.skyrocket.de/space>.

5 Didenko A.V., Usoltseva L.A. *Ob opredelenii periodov vrasheniia geostatsionarnogo sputnika (GSS) vokrug tsentra mass .* Izvestia NAN RK. Ser.. «fiz-mat.». – № 4. – 2007. – С.90-93. (in Russ).

6 Murtazov A.K. *Opticheskie svojstva poverxnostej IKO I texnogennyx otxodov v kosmose. Okolozemnaja astronomia i problemy izucheniya malyx tel solnechnoj sistemy M.* – 2000. – С. 262-268. (in Russ).

7 Didenko A.V. *O vlijanii starenia pokrytiya kosmicheskogo apparata na ego fotometricheskie xaeakteristiki.* Vestnik Vestnik KanNPU im. Abaja. Ser. phis.-mat. nauki ». – № 1(12). – 2005. – С. 81-84. (in Russ).

8 Kiladze R.I, Sochilina A.S. *Teoria dvizheniya geostatsionarnyx sputnikov.* S. Peterburg: – 2008. – С.132. (in Russ).

### Резюме

*А. В. Диденко, Л. А. Усольцева*

(Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова «НЦКИТ» НКА РК, г. Алматы)

### ОПТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ «ЭКРАН»

Проанализированы результаты астрометрических и фотоэлектрических, наблюдений выполненных наземными станциями РК 1988–2013 гг. для 22 ГСС серии «Экран». Определены их интегральные оптические характеристики, подтверждены факты разрушения двух ГСС из этой серии (77092А и 79087А), показана эффективность совместного анализа координатной и фотометрической информации при оценке состояния КА на орбите.

### Резюме

*А. В. Диденко, Л. А. Усольцева*

(В.Г.Фесенков атындағы Астрофизикалық институты, Алматы)

### «ЭКРАН» ГЕОСТАЦИОНАР ЖЕР СЕРІКТЕРДІҢ ОПТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫ

1988–2013 жж. 22 ГСС үшін «Экран» серияларымен КР жерүсті станцияларымен орындалған астрометрикалық және фотоэлектрлік бақылаулардың нәтижелері талданған. Олардың интегралдық оптикалық сипаттамалары анықталды, бұл серияның ішіне екі ГСС (77092А және 79087А) сериясының қирау фактысы дәлелденді ҒА (ғарыштық аппарат) жай-күйін бағалаушы үйлестіруші және фотометрлік бірлескен талдаулардың тиімділігі көрсетілді.

**Тірек сөздер:** геостационарлық орбита, ғарыш қоқысы, ГСС жерден бақылау.

### Summary

*A. V. Didenko, L. A. Usoltseva*

(V.G.Fessenkov Astrophysical institute «NCSRT» NSA RK, Almaty)

### THE OPTICAL AND DYNAMICAL CHARACTERISTICS OF GEOSTATIONARY SATELLITES «EKARAN»

We have analyzed the results of the coordinate and photometric (in BVR) information for 22 GSS series "Ekran" obtained by ground-based observation stations of Kazakhstan in 1988–2013. There were determined their integral optical characteristics, confirmed the facts of fragmentation of two GSS from this series (77092A and 79087A). It was shown that the joint analysis of the photometric and coordinate information is efficient for evaluation of the spacecraft status in the orbit.

Поступила « » 04.2014 г.



А. В. ДИДЕНКО, А. А. КОМАРОВ, М. В. НИФОНТОВА, Л. А. УСОЛЬЦЕВА

(ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова», АО НЦ КИТ, г. Алматы)

## ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗГОННЫХ БЛОКОВ «TRANSTAGE»

**Аннотация.** Проведен анализ результатов астрометрических и фотоэлектрических, наблюдений выполненных наземными станциями РК 1992–2012 гг. для разгонных блоков «Transtage». На примерах конкретных ГСС показано, что интегральные оптические характеристики разрушившихся объектов отличаются от аналогичных величин неразрушенных аппаратов данного типа. Выполненные исследования доказывают эффективность использования наземной информации при оценке состояния КА на орбите.

**Ключевые слова:** геостационарная орбита, космический мусор, наземные наблюдения ГСС.

**Тірек сөздер:** геостационарлық орбита, ғарыш қоқысы, ГСС жерден бақтау.

**Keywords:** geostationary orbit, space debris, ground observations of GSS.

Известно, что существенным источником засорения околоземных орбит, в том числе и геостационарных (ГСО), являются взрывы находящихся там космических аппаратов, [1–3]. В настоящее время достаточно надежно установлено существование 14 взорвавшихся геостационарных, из них 2 аппарата типа «Экран» и 12 американских разгонных блоков (РБ) типа «Transtage» [4,5]. Из 31 «Transtage», использовавшихся для запуска, 16 считаются потерянными, поэтому возможно, что число взрывов этих РБ больше 14.

Анализ оптической информации для аппаратов типа «Экран», полученной наземными пунктами наблюдений РК, проведен в нашей работе, публикуемой в данном сборнике. Здесь мы остановимся на результатах аналогичных исследований по РБ «Transtage». Сопровождению этих объектов было уделено особое внимание, т.к. их оптические характеристики существенно отличаются от ГСС других типов, эволюция элементов орбит также имеет свои особенности. «Transtage» использовались в основном для вывода ГСС типа DSP и DSCS до конца 80-х годов. Внешний вид РБ показан на рисунке 1, [6].

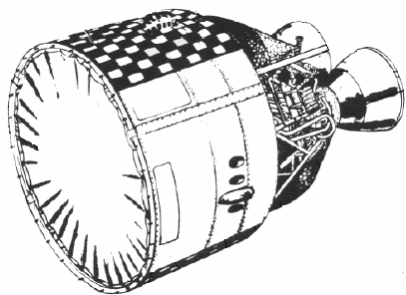


Рис.1 – Внешний вид разгонного блока «Transtage», [6]

В таблице 1 приведен список наблюдавшихся у нас РБ «Transtage», указаны их международные номера, дата начала орбитальных наблюдений, интервал фотометрических наблюдений. В последнем столбце:

– тип объекта на момент наблюдений: (L – либрационный, D – дрейфующий) и следующие величины, определенные на последнюю дату наблюдений:

– Dm – максимальный дрейф (град/сут), т.е. дрейф при прохождении долготы 75°, для либрационных – без знака, для дрейфующих – со своим знаком;

– P – период изменения долготы (в сутках), (для либрационных – период либрации);

– D – вероятная дата разрушения согласно [2].



Таблица 1 – Список разгонных блоков «Transtage», наблюдавшихся наземными пунктами наблюдений РК

№	Международный номер	Дата начала орбитальных наблюдений	Интервал фотометрических наблюдений	Тип; Dm (град/сут); P- (сут); D(гггг.мм.дд)
1	66053J	1999.07.09	–	D; 23.738; 15.2; 1983.10.03
2	68050J	1999.07.12	–	D; 19.171; 18.8 ;
3	68081E	1999.10.06	2012.01.22 – 2013.08.04	D; 4.484; 80.5; 1992.02.21
4	69013B	1995.10.21	1999.11.05	D; 0.640; 669.0;
5	71039B	2003.11.25	2003.11.25–2013.04.09	D; 0.647; 658.3;
6	71095C	2000.02.06	–	D; 11.111; 32.0; 1980.06.07
7	72010B	1992.05.27	2004.01.30 – 2004.10.20	D; 1.455; 254.0;
8	73040B	1999.08.19	1999.04.11– 2012.04.23	D; -2.596; 139.8; 1981.03.08
9	73100D	1995.12.20	–	D;-18.980; 19.0; 1992.04.06
10	74039C	2000.10.04	–	D ; 1.447; 255.0;
11	75118C	1998.11.15	2002.12.03 – 2014.03.02	D; 0.984; 388.7; 1987.03.13
12	76023F	1999.07.10	–	D; -7.246; 50.0; 1976.10.09
13	76059C	1996.03.21	2003.12.18 – 2011.10.19	D; 1.057; 358.8;
14	77007C	2000.10.04	–	L; 0.303; 873.0; 40.1;
15	77034C	1993.10.11	–	D ; -16.967; 21.2;
16	78058B	1999.07.10	2006.08.25	D; -2.352; 154.6;
17	78113D	1997.09.24	2000.09.04	D; -23.464; 15.3; 1997.10.17
18	79053C	2000.09.27	2012.01.02 – 2012.04.24	D; -3.018; 120.0; 1982.11.05
19	79086C	1998.09.05	–	D; -2.153; 169.2;
20	79098C	1999.09.07	–	D; -17.840; 20.0; 1980.02.24
21	81025C	1994.02.08	–	D ; 3.832 ; 94.3;
22	81107C	2000.02.02	2006.09.25	D ; -2.459; 147.7;
23	82019B	1994.10.12	2004.11.17 – 2013.04.05	D; 3.562; 101.0; 1984.09.17
24	84009C	1999.10.07	2006.04.22 – 2006.08.31	D; -3.006; 120.5;
25	84037B	2000.10.04	2008.12.02 – 1	D; 3.221; 112.3;
26	84129B	1996.03.20	2003.12.18 – 2003.12.19	D; 3.190; 113.4;
27	87097B	1999.12.07	–	D; 3.485; 104.0;
28	89035C	1999.01.14	2006.09.28	D; -3.051; 118.7;
29	89069D	2000.10.03	2004.01.23	D; 3.506; 103.1;

Наземные координатные и фотометрические (в системе BVR) наблюдения проводились на телескопах АЗТ-8 (Каменское плато, г. Алматы), Цейс–1000 (вблизи г. Алматы) и на АЗТ-28 (г. Приозерск, полигон Сары–Шаган). Методика получения и интерпретации координатной и фотометрической информации достаточно детально описаны в наших предшествующих работах, см. напр. [7,8]. Для каждого из наблюдавшихся РБ были определены эффективные площади отражения, ориентация, периоды вращения вокруг центра масс и прецессия оси вращения. Эти величины вычислялись на основе фазовых кривых, приведенных к стандартным условиям, т.е. с учетом зависимости от фазового угла  $\varphi$  и склонения Солнца  $\delta_s$ . Показатели цвета для всех КА отнесены к  $\varphi = 25^\circ$ . При построении фазовой кривой объектов переменной яркости использовалась величина блеска, средняя за период вращения вокруг центра масс.

В качестве примера приведем результаты определения оптических характеристик неразрушенного РБ Transtage 71039B. Следует подчеркнуть, что у всех неразрушенных объектов данного типа параметры оказались близкими. На рисунке 2 приведена кривая блеска Transtage 71039B, полученная из наблюдений 09.04.2013 г. в фильтре R за период 62,8 сек.

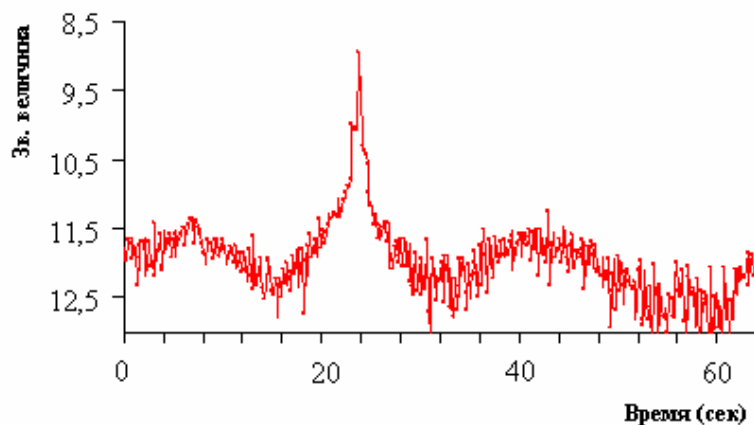


Рисунок 2 – Кривая блеска неразрушенного Transtage-20 (71039B), «свернутая» за период 62,8 сек. Наблюдения 09.04.2013 года, фильтр R,  $\varphi = 14\ 50$

Данную кривую блеска можно интерпретировать последовательным отражением света от боковой грани и торца вращающегося цилиндра. Расчеты показывают, что в диапазоне фазовых углов  $-60^\circ \div +60^\circ$  фазовые коэффициенты  $\beta_B = 0,009\ \text{м/гр}$ ,  $\beta_V = 0,008\ \text{м/гр}$ ,  $\beta_R = 0,007\ \text{м/гр}$ . Отсюда следует, что для  $\varphi = 0^\circ$  звездные величины  $B = 13^{\text{m}},10$ ;  $V = 12^{\text{m}},38$ ;  $R = 11^{\text{m}},43$ . При этом показатели цвета для боковой поверхности цилиндра:  $(B - V) = 0^{\text{m}},72$  и  $(V - R) = 0^{\text{m}},95$ , а для торца  $(B - V) = 0^{\text{m}},80$ ;  $(V - R) = 0^{\text{m}},75$ . Эффективная площадь отражения для боковой поверхности:  $S_{\gamma_B} = 0,156 \pm 0,03\ \text{м}^2$ ;  $S_{\gamma_V} = 0,164 \pm 0,03\ \text{м}^2$ ;  $S_{\gamma_R} = 0,182 \pm 0,02\ \text{м}^2$ , для торца:  $S_{\gamma_B} = 0,123 \pm 0,03\ \text{м}^2$ ;  $S_{\gamma_V} = 0,210 \pm 0,03\ \text{м}^2$ ;  $S_{\gamma_R} = 0,226 \pm 0,02\ \text{м}^2$ .

Оптические характеристики разрушенных Transtage индивидуальны, поскольку они связаны со структурой поверхности объектов. В качестве примера приведем результаты анализа координатной и фотометрической информации по Transtage 5 (68081E). ГСС был запущен в 1968 году, в 1992 году произошло его разрушение на орбите.

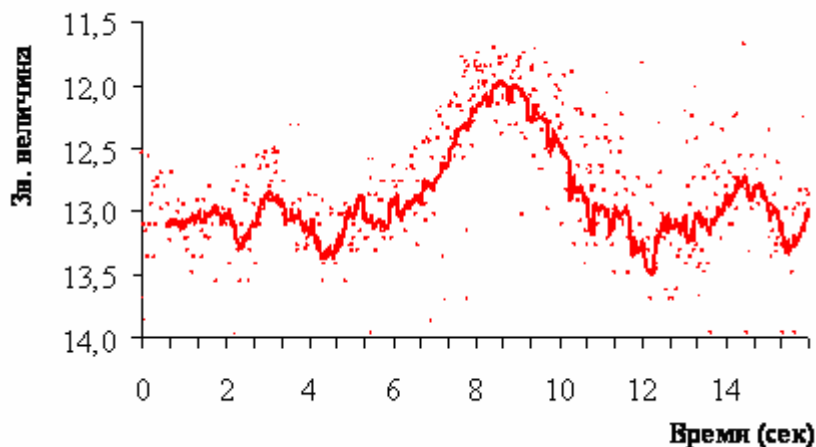


Рисунок 3 – Кривая блеска разрушенного Transtage-5 (68081E), «свернутая» за период 16,4 сек. Наблюдения 22.01.2012 года, фильтр R,  $\varphi = 54\ 20$

В течение периода наблюдений, указанного в Таблице 1, у объекта регистрировались периодические изменения блеска с амплитудой  $2^{\text{m}} - 3^{\text{m}}$ , максимальная звездная величина составила  $11^{\text{m}},2$ , минимальная –  $16^{\text{m}},0$  (в R- фильтре). В течение двух последовательных ночей были получены ряды наблюдений длительностью от 12 минут до 3 часов. На кривых блеска присутствуют три характерные компоненты, аналогичные тем, что есть у ГСС 71039B: плавное изменение яркости с минимумами и 3 максимумами. Кроме них фиксируются нерегулярные всплески, амплитуда и положение которых внутри периода сильно изменяются с изменением фазового

угла. Такую кривую блеска также можно интерпретировать последовательным отражением солнечного света от боковых граней и торца вращающегося цилиндра. Расчеты показывают, что в диапазоне фазовых углов  $-60^\circ \div +60^\circ$  фазовые коэффициенты фактически не меняют своих значений. Это, в свою очередь, позволяет определить звездную величину объекта для  $\varphi = 0^\circ$ :  $B = 13^m,90$ ;  $V = 12^m,98$ ;  $R = 11^m,11$ . Но показатели цвета для боковой поверхности цилиндра разрушенного РБ отличаются от аналогичных величин неразрушенного объекта. Для Transtage-5 68081E показатели цвета боковой поверхности:  $(B - V) = 1^m,22$  и  $(V - R) = 0^m,93$ , а для торца  $(B - V) = 0^m,76$ ;  $(V - R) = 0^m,75$ . Для боковой поверхности  $S_{\gamma_B} = 0,186 \pm 0,03 \text{ м}^2$ ;  $S_{\gamma_V} = 0,194 \pm 0,03 \text{ м}^2$ ;  $S_{\gamma_R} = 0,112 \pm 0,02 \text{ м}^2$ , для торца  $-S_{\gamma_B} = 0,129 \pm 0,03 \text{ м}^2$ ;  $S_{\gamma_V} = 0,201 \pm 0,03 \text{ м}^2$ ;  $S_{\gamma_R} = 0,229 \pm 0,02 \text{ м}^2$ .

При вычислении эффективной площади отражения учитывалась ориентация оси вращения объекта относительно центра масс, [7]. Единичный вектор нормали к поверхности, формирующей данные вспышки, на момент наблюдений (22.01.2012 г.), имел координаты:  $X_n = -0.4911$ ;  $Y_n = 0.8281$ ;  $Z_n = -0.2705$ , что соответствует углам ориентации  $X = 119.4^\circ$ ,  $Y = 34.1^\circ$ ,  $Z = 105.7^\circ$ , т. е. объект был «повернут» к наблюдателю своей боковой поверхностью, а угол между боковой поверхностью и осью вращения составил  $16^\circ$ . Здесь  $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$  – компоненты единичного нормального вектора в экваториальной системе координат (начало – в центре масс объекта, ось X параллельна небесному экватору в направлении точки весеннего равноденствия, ось Y направлена в центр Земли, а ось Z – в полюс мира, параллельно оси вращения Земли). Расчет аналогичных координат на 23.01.2012 г. показал, что положение объекта изменилось:  $X = 32.1^\circ$ ,  $Y = 121.6^\circ$ ,  $Z = 94.8^\circ$ , что указывает на его кувыркание.

Судя по полученным результатам, взорвавшийся РБ Transtage-5 имеет форму вытянутого тела с отверстием на боковой поверхности. Ось вращения и ось симметрии совпадают и фактически параллельна оси вращения Земли с углом прецессии, близким к  $5^\circ$ . Анализ фотометрических результатов других разрушившихся объектов показывает, что, как правило, в той или иной степени разрушения связаны с повреждением боковых поверхностей РБ.

Проведенные исследования доказывают эффективность использования наземной информации при оценке состояния КА на орбите.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Gunter's Space Page <http://www.skyrocket.de/space>.
- 2 Pensa A.F., Powell G.E., Pork E.W., Sridharan R. Debris in Geosynchronous orbits // Space Forum/ – 1996. – V. 1/ – No 1-4. – ISSN 1024-803X. – P. 23-37.
- 3 Johnson N.L. Evidence for historical satellite fragmentations in and near the geosynchronous regime // Proc. Third European Conf. on Space Debris, ESOC, Darmstadt, Germany, 19-21 March 2001 / Ed. H. Sawaya-Lacoste. – 2001. – V. 1. – P.355-359.
- 4 Киладзе Р.И., Социлина А.С. Теория движения геостационарных спутников // С.Петербург. – 2008. – С.132.
- 5 Вершков А.Н., Григорьев К.В., Киладзе Р.И., Социлина А.С. Модель засорения окрестности геостационарной орбиты фрагментами взорвавшихся спутников // Ракетотехника и астронавтика. – 2000. – № 18. – С.50-62.
- 6 Cowardin H., Seitzer P., Abercromby K. etc. Observations of Titan III C Transtage fragmentation debris. Paper ID 4112612. Abstract Export Control #: 28546.
- 7 Диденко А.В. О стандартизации блеска искусственных небесных тел // Труды АФИ АН КазССР. – 1984. – Т. 44. – С. 77-83.
- 8 Диденко А.В., Усольцева Л.А. Об определении периодов вращения геостационарного спутника (ГСС) вокруг центра масс // Известия НАН РК. Сер. «физ-мат.». – 2007. – № 4. – С.90-93.

#### REFERENCES

- 1 Gunter's Space Page <http://www.skyrocket.de/space>.
- 2 Pensa A.F., Powell G.E., Pork E.W., Sridharan R. Debris in Geosynchronous orbits // Space Forum. – 1996. – V. 1/ – No 1-4. – ISSN 1024-803X. – P.23-37.
- 3 Johnson N.L. Evidence for historical satellite fragmentations in and near the geosynchronous regime // Proc. Third European Conf. on Space Debris, ESOC, Darmstadt, Germany, 19-21 March 2001 / Ed. H. Sawaya-Lacoste. – 2001. – V. 1. – P.355-359.
- 4 Kiladze R.I., Sochilina A.S. Teoria dvizheniya geostatsionarnyx sputnikov. S. Peterburg: – 2008. – С.132. (in Russ).
- 5 Vershkov A.N., Grigorjev K.V., Kiladze R.I., Sochilina A.S. Model zasorenija okrestnosti geostatsionarnoj orbiti fragmentami vzorvavshihhsja sputnikov // Raketotehnika i astronavtika. – 2000. – № 18. – С.50-62. (in Russ).
- 6 Cowardin H., Seitzer P., Abercromby K. etc. Observations of Titan III C Transtage fragmentation debris. Paper ID 4112612. Abstract Export Control #: 28546.

7 Didenko A.V. *O standartizatsii bleska iskusstvennyh nebesnyh tel* // Trudy AFI AN KazSSR. – 1984. – Т. 44. – С. 77-83. (in Russ).

8 Didenko A.V., Usoltseva L.A. *Ob opredelenii periodov vrasheniia geostatsionarnogo sputnika (GSS) vokrug tsentra mass.* Izvestia NAN RK. Ser.. «fiz-mat.». – № 4. 2007. – С.90-93. (in Russ).

#### **Резюме**

*А. В. Диденко, А. А. Комаров, М. В. Нифонтова, Л. А. Усольцева*

(ДТОО «Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова», АО НЦ КИТ, г. Алматы)

#### **ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗГОННЫХ БЛОКОВ «TRANSTAGE»**

Проведен анализ результатов астрометрических и фотоэлектрических, наблюдений выполненных наземными станциями РК 1992–2012 гг. для разгонных блоков «Transtage». На примерах конкретных ГСС показано, что интегральные оптические характеристики разрушившихся объектов отличаются от аналогичных величин неразрушенных аппаратов данного типа. Выполненные исследования доказывают эффективность использования наземной информации при оценке состояния КА на орбите.

#### **Резюме**

*А. В. Диденко, А. А. Комаров, М. В. Нифонтова, Л. А. Усольцева*

(В.Г.Фесенков атындағы Астрофизикалық институты, Алматы)

#### **«TRANSTAGE» ЖЕЛІСТІ БЛОГЫНЫҢ ОПТИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫ**

1992–2012 жж. ҚР жерүсті станцияларымен «Transtage» желісті блогы үшін орындалған астрометрикалық және фотоэлектрлік бақылауларға талдау жүргізілген. Қираған нысандардың интегралды оптикалық сипаттамалары аталмыш аппараттың бұзылмаған түрінің ұқсас шамасынан айырмашылығы бар екені нақты ГСС мысалында көрсетілген. Жүргізілген зерттеулер орбитадағы ҒА жай-күйін бағалауда жерүсті ақпараттарын қолданудың тиімділігін дәлелдейді.

**Тірек сөздер:** геостационарлық орбита, ғарыш қоқысы, ГСС жерден бақылау.

#### **Summary**

*A.V. Didenko, A. A. Komarov, M. V. Nifontova, L. A. Usoltseva*

(V.G. Fessenkov Astrophysical institute «NCSRT» NSA RK, Almaty)

#### **OPTICAL CHARACTERISTICS OF «TRANSTAGE» [UPPER STAGES](#)**

We have analyzed the results of the coordinate and photometric observations made by ground stations of Kazakhstan for upper stages of boosters «Trastage» in 1992–2012. For the examples of specific GSS it was shown that the integral optical characteristics of break-up objects differ from similar for intact objects of that type. That investigations demonstrate the effectiveness of ground information for evaluation of the spacecraft status in the orbits.

*Поступила 2014 г.*

УДК 523.985

А. Ф. ЯКОВЕЦ<sup>1</sup>, В. В. ВОДЯННИКОВ<sup>1</sup>,  
Г. И. ГОРДИЕНКО<sup>1</sup>, Н. АБДРАХМАНОВ<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>ДТОО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр космических исследований и технологий», г. Алматы, <sup>2</sup>Кызылординский государственный университет им. Коркыт ата)

## ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЗОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ОШИБОК МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИЕМНИКА СИГНАЛОВ GPS

**Аннотация.** Изучены сезонные зависимости ошибок местоопределения стационарных пунктов глобальной сети GPS приемников на высоких, средних и низких широтах для максимумов солнечной активности 23-го цикла (2002 г.) и текущего 24-го цикла (2012 г.), характеризующихся высокой и умеренной солнечной активностью. Сравнение поведения ошибок на различных широтах показало, что на всех широтах совершенно отчетливо отмечается зависимость величины ошибок от уровня солнечной активности – при увеличении активности вдвое примерно вдвое возрастает величина ошибок. На приэкваториальных широтах максимумы ошибок наблюдаются в равноденственные сезоны и минимум в летний сезон. На средних и полярных широтах при умеренной активности величина ошибок не зависит от сезона, а при высокой активности максимум наблюдается в весеннее равноденствие.

**Ключевые слова:** сети GPS приемников, ошибки местоопределения.

**Тірек сөздер:** GPS қабылдағыштар желісі, орнын анықтау қателері.

**Keywords:** network of GPS receivers, positioning errors.

**Введение.** Функционирование современных спутниковых систем навигации (GPS/GLONASS) в значительной мере зависит от состояния ионосферы, определяемой сезоном и уровнем солнечной активности. Ухудшение качества функционирования навигационных систем происходит из-за возникновения ионосферных сцинтилляций (мерцаний) спутниковых сигналов, обусловленных мелкомасштабными ионосферными неоднородностями. Если бы ионосфера была изотропна, радиосигнал, излучаемый GPS спутниками не испытывал бы замирания и не возникали бы ошибки местоопределения, связанные с ионосферными неоднородностями различных масштабов, природа которых различна на разных широтах. В зависимости от размеров неоднородностей спутниковый сигнал испытывает дифракцию или рефракцию. Дифракция происходит на неоднородностях, сравнимых с размерами первой зоны Френеля ( $\approx 1$  км), тогда как неоднородности больших размеров вызывают рефракцию спутникового сигнала. Текущие определения местоположения приемников, представленных в глобальной сети станций GPS, рассчитывались нами с использованием пакета программ, разработанных в Лаборатории Космоса и Геофизики Техасского Университета, США, представленного для свободного пользования в Интернете [1, 2].

В работах, посвященных оценкам точности одночастотного и двухчастотного GPS позиционирования, используются различные статистические параметры, поскольку последовательные измерения координат имеют большой разброс своих численных значений. Погрешности определения координат GPS приемника являются случайными величинами, поэтому невозможно привести определенное значение погрешности, которое никогда не будет превышено. Всякое численное значение погрешности позиционирования должно сопровождаться указанием вероятности, с которой оно не будет превышено. Чтобы исключить необходимость расчета формы вероятностного закона распределения погрешностей, для каждого сеанса измерений, мы использовали оценки, называемые процентилями, который представляет значения, выделяющие 100-е части распределения, выстроенные в ряд по их величине. Например, 95-й百分иль горизонтальной ошибки GPS позиционирования, равный 5.0 м, представляет собой такую точность

измерения, при которой только в пяти процентах измерений радиальная погрешность в горизонтальной плоскости превышает 5.0 м. В дальнейшем, приводя величины ошибок, рассчитанные по данным суточных наблюдений для оценки их сезонного хода, мы будем иметь ввиду 95 - процентную статистику (95-й процентиль), рассчитанную для 24 часов наблюдений, выполняемых каждые 30 сек. Итого, за сутки проводится 2880 наблюдений, от которых 5% наблюдений, погрешность которых превышает 95-й процентиль, составляют 144 наблюдения. Для оценки радиальной погрешности ( $\Delta R$ ) используем эту величину, для оценки же вертикальной погрешности ( $\Delta H$ ) используем 72 наблюдения, так как его распределение симметрично относительно нуля.

Рассмотрим порядок получения оценок погрешности местоопределения в различные сезоны для различных широт. Различные сезоны будут представлены следующими месяцами: март – весеннее равноденствие, июнь – летнее солнцестояние, сентябрь – осеннее равноденствие и декабрь – зимнее солнцестояние. Для анализа были выбраны два уровня солнечной активности: высокая (2002 г.) и умеренная (2012 г.). 2002 г. относится к максимуму предыдущего 23 цикла солнечной активности, а 2012 – к текущему 24 циклу, активность которого, характеризуемая числом солнечных пятен, оказалась примерно в два раза ниже предыдущего цикла. Для того, чтобы устранить влияние магнитной активности на получаемые результаты, для анализа выбирались дни с очень низким  $D_{st}$  индексом.

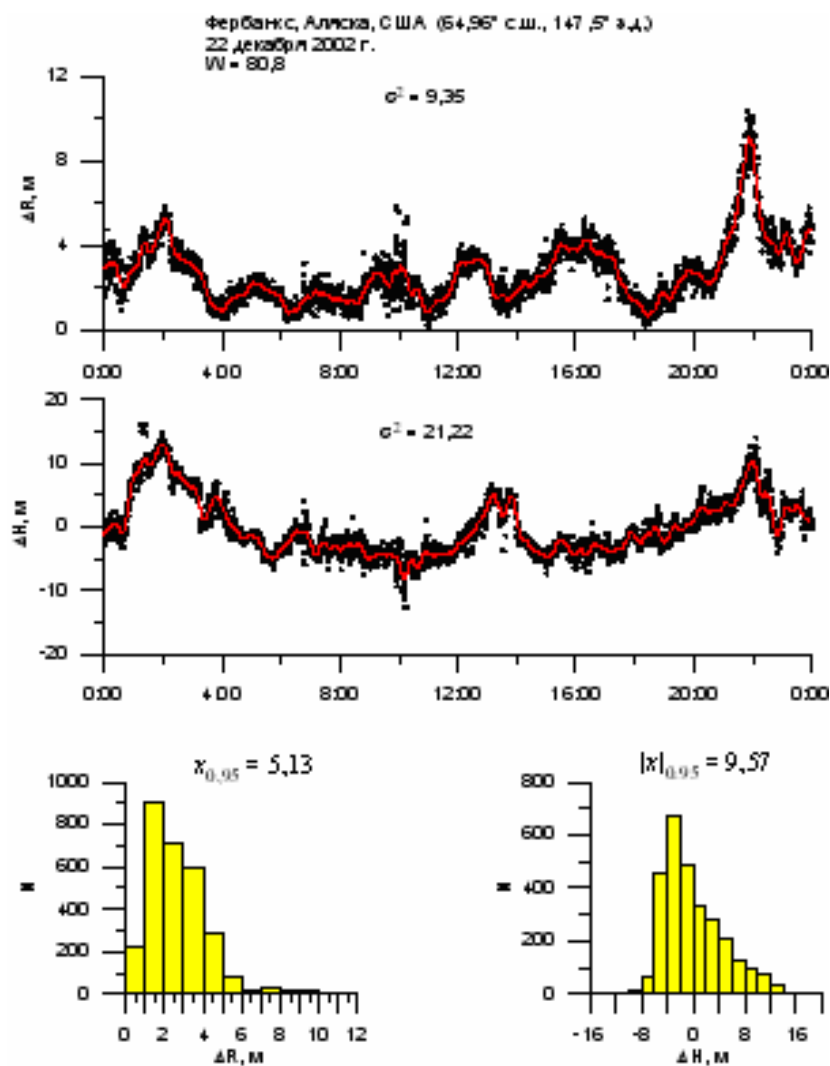


Рисунок 1 – временные зависимости оценок горизонтальных ( $\Delta R$ ) (верхняя панель) и вертикальных ( $\Delta H$ ) (вторая сверху панель) координат для высокоширотной станции Фейрбанк, и гистограммы распределений горизонтальной (левая нижняя панель) и вертикальной (правая нижняя панель) ошибок местоопределения

На рисунке 1 показан пример исходных данных, представляющих оценки горизонтальных ( $\Delta R$ ) (верхняя панель) и вертикальных ( $\Delta h$ ) (вторая сверху панель) координат, являющихся основой при расчете усредненных за сутки статистических оценок погрешности местоопределения. Суточный ход измеряемых координат дан для высокоширотной станции Фейрбанкс за 22 декабря 2002 г. Сплошной линией изображено поведение низкочастотной компоненты ряда, полученное усреднением скользящим окном шириной 30 мин. Далее для рядов наблюдений проводился расчет гистограмм распределений горизонтальной ( $\Delta R$ ) (левая нижняя панель) и вертикальной ( $\Delta h$ ) (правая нижняя панель) ошибок местоопределения. Из этих гистограмм рассчитывался 95-й процентиль или величины горизонтальной  $\chi_{0.95}$  и вертикальной  $|\chi|_{0.95}$  ошибок измерения координат.

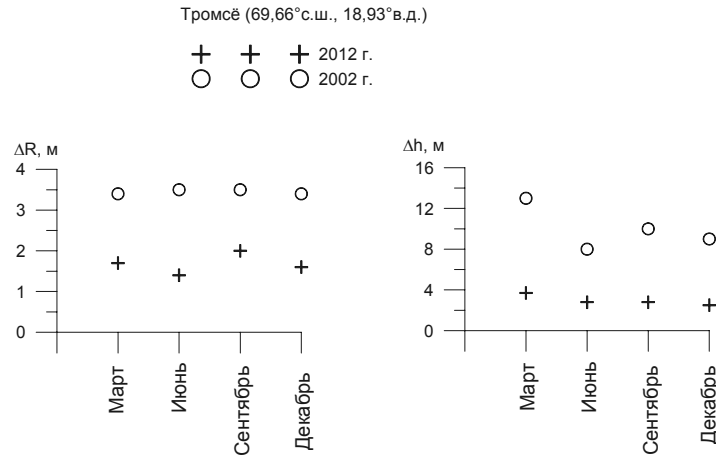


Рисунок 2 – Сезонный ход горизонтальных (левая панель) и вертикальных (правая панель) ошибок местоопределения для высокоширотной станции Тромсе, Норвегия при высокой (2002 г.) и умеренной солнечной активности (2012 г.)

На рисунке 2 представлен сезонный ход горизонтальных (левая панель) и вертикальных (правая панель) ошибок местоопределения для высокоширотной станции Тромсе, Норвегия при высокой (2002 г.) и умеренной солнечной активности (2012 г.). Из рисунка следует, что для умеренной солнечной активности (2012 г.) отличие ошибок для разных сезонов не превышают статистического разброса – горизонтальная ошибка измерения в течение года составляет  $\sim 2$  м, а вертикальная -  $\sim 3-3.5$  м. При высокой активности (2002 г.) горизонтальные и вертикальные ошибки ведут себя поразному. Горизонтальная ошибка практически не меняется с сезоном и составляет  $\sim 3.5$  м. Вертикальная ошибка максимальна весной и минимальна летом. Величина вертикальных ошибок заметно превосходит величину горизонтальных ошибок. Существует прямая связь между величиной ошибок и уровнем солнечной активности.

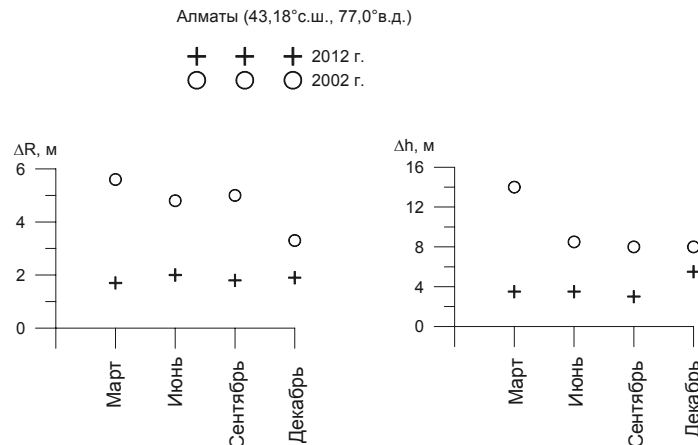


Рисунок 3 – Сезонный ход горизонтальных (левая панель) и вертикальных (правая панель) ошибок местоопределения для среднеширотной станции Селе, Алматы при высокой (2002 г.) и умеренной солнечной активности (2012 г.)

На рисунке 3 представлен сезонный ход горизонтальных (левая панель) и вертикальных (правая панель) ошибок местоопределения для среднеширотной станции Селе, Алматы при высокой (2002 г.) и умеренной солнечной активности (2012 г.). Из рисунка следует, что для умеренной солнечной активности (2012 г.) не наблюдается выраженной сезонной зависимости – горизонтальная ошибка измерения в течение года составляет ~ 2 м, а вертикальная - ~ 4 м. При высокой активности (2002 г.) максимальные ошибки наблюдаются в весеннее равноденствие. Величина вертикальных ошибок в 1.5–2 раза превосходит величину горизонтальных ошибок. Так же, как и для высоких широт существует прямая связь между величиной ошибок и уровнем солнечной активности. Величина ошибок при высокой солнечной активности в 2–3 раза превышает величину, наблюдающуюся при умеренной активности.

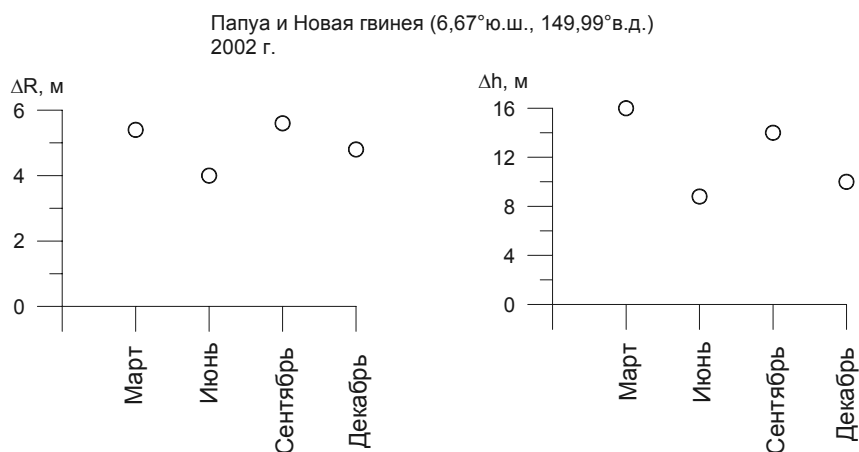


Рисунок 4 – Сезонный ход горизонтальных (левая панель) и вертикальных (правая панель) ошибок местоопределения для приэкваториальной станции Папуа и Новая Гвинея при высокой солнечной активности (2002 г.)

На рисунке 4 представлен сезонный ход горизонтальных (левая панель) и вертикальных (правая панель) ошибок местоопределения для приэкваториальной станции Папуа и Новая Гвинея при высокой солнечной активности (2002 г.). Сравнение его с другими приэкваториальными станциями (Богота 4.6° с.ш., 74.1° з.д., Адис-Абеба 9.03° с.ш., 38.760° в.д.) показало, что на этих широтах, не смотря на определенный разброс полученных данных, вызванный значительным разнесением станций по долготе, можно выделить характерные особенности, присутствующие на всех графиках. К этим особенностям относится очевидная сезонная зависимость ошибок, при которой максимальные ошибки наблюдаются в равноденственные месяцы (март, сентябрь) и минимальные – в летний период. Величина вертикальных ошибок в 2-3 раза превосходит величину горизонтальных ошибок. Кроме того, величина ошибок пропорциональна уровню солнечной активности.

В заключение проведем сравнение сезонного поведения ошибок на различных широтах. На всех широтах совершенно отчетливо отмечается зависимость величины ошибок от уровня солнечной активности – при увеличении активности вдвое примерно вдвое возрастает величина ошибок. На приэкваториальных широтах максимумы ошибок наблюдаются в равноденственные сезоны и минимум в летний сезон. На средних и полярных широтах при умеренной активности величина ошибок не зависит от сезона, а при высокой активности максимум наблюдается в весеннее равноденствие.

*Работа выполнена по РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности» в рамках темы «Исследование особенностей структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей».*



ЛИТЕРАТУРА

1 ARL (2010) The GPS Toolkit, GPSTk [Online; accessed November 20th, 2010]. <http://www.gpstk.org/>

2 Dagoberto Salazar, Manuel Hernandez-Pajares, Jose M. Juan and Jaume Sanz. GNSS data management and processing with the GPSTk. GPS Solutions Volume 14, Number 3, 293-299, DOI: 10.1007/s10291-009-0149-9.

REFERENCES

1 ARL (2010) The GPS Toolkit, GPSTk [Online; accessed November 20th, 2010]. <http://www.gpstk.org/>

2 Dagoberto Salazar, Manuel Hernandez-Pajares, Jose M. Juan and Jaume Sanz. GNSS data management and processing with the GPSTk. GPS Solutions Volume 14, Number 3, 293-299, DOI: 10.1007/s10291-009-0149-9.

Резюме

А. Ф. Яковец<sup>1</sup>, В. В. Водяников<sup>1</sup>, Г. И. Гордиенко<sup>1</sup>, Н. Абдрахманов<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>«Ионосфера институты» ЕЖШС «Ұлтық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АО, Алматы қ-сы,

(<sup>2</sup>Қорқыт ата Қызылорда мемлекеттік университеті, Қызылорда қ.)

GPS СИГНАЛДАРЫНЫҢ ҚАБЫЛДАҒЫШТЫҢ ОРНЫН АНЫҚТАУ ҚАТЕЛЕРІНІҢ МЕРЗІМДІ ТӘУЕЛДІЛІГІН ЗЕРТТЕУ

Биік және орташа күн белсенділігімен мінезделетін 23-ші циклдің (2002 ж.) және ағымдағы 24-ші циклдің (2012 ж.) күн белсенділігінің максимумдары үшін биік, орташа және төмен ендіктерінде GPS қабылдағыштар жаһандық желісі стационарлық тармақтарының орнын анықтау қателерінің мерзімді тәуелділіктері зерттелген. Барлық кендіктеріне күн белсенділігінің деңгейден қателіктер мәнінің тәуелділігі анық айқын көрінеді – белсенділік екі есе үлкеюінде қателіктің мәні екі есе өскенін әртүрлі ендіктерге қателердің мінез-құлықтың салыстыруы көрсетті. Қателердің максимумдары экватор маңы ендіктерде күн мен түн тенелуі маусымдарында және кемінде жазғы маусымда байқалады. Ортаңғы және полярлық ендіктерде орташа белсенділікте қателіктер мәні маусымына бағынышты емес, ал максимум жоғары белсенділікте көктемдегі күн мен түн тенелуінде байқалады.

**Тірек сөздер:** GPS қабылдағыштар желісі, орнын анықтау қателері.

Summary

A. F. Yakovets<sup>1</sup>, V. V. Vodyannikov<sup>1</sup>, G. I. Gordienko<sup>1</sup>, N. Abdrakhmanov<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Institute of Ionosphere, National Center for Space Research and Technology, Almaty,

<sup>2</sup>Кызылординский state university the name of Корқыт of ата)

SEASONAL DEPENDENCE OF ERRORS OF GPS RECEIVER POSITIONING

It is studied the seasonal dependence of the errors of positioning of a global network of GPS receivers at high, middle and low latitudes for the maxima of solar activity cycle 23th (2002) and the current 24th cycle (2012), characterizing the high and moderate solar activity. Compare the behavior of errors at different latitudes showed that at all latitudes quite clearly marked dependence of the error on the level of solar activity – by increasing activity doubled approximately twice the value of the error increases. At equatorial latitudes high errors observed in the equinoctial seasons and minimum in summer. In the middle and polar latitudes during moderate activity magnitude error does not depend on the season, and with high activity maximum is observed at the vernal equinox.

**Keywords:** network of GPS receivers, positioning errors

Поступила « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

А. Ф. ЯКОВЕЦ, О. Г. ГОНТАРЕВ, Ю. Н. ЛЕВИН

(ДТОО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр космических исследований и технологий», Алматы)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ КОРОНАЛЬНЫХ ВЫБРОСОВ МАСС ПО ПАРАМЕТРАМ ВСПЛЕСКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ II ТИПА

**Аннотация.** Описан метод измерения скорости корональных выбросов масс (СМЕ), основанный на спектрографических наблюдениях всплесков солнечного радиоизлучения II типа (с основной частотой медленно дрейфующей в сторону низких частот), образующихся ударной волной, генерируемой СМЕ. Для двух всплесков, зарегистрированных в 24 цикле солнечной активности на радиоспектрографе CALLISTO, установленном на радиополигоне «Орбита» Института ионосферы, проведена оценка скорости корональных выбросов масс с использованием стандартной модели высотной зависимости плотности корональной плазмы. Результаты работы могут иметь приложение для прогноза времени прихода к Земле геоэффективных корональных выбросов масс, приводящих к генерации геомагнитных бурь и суббурь, а также ускорению элементарных частиц в магнитосфере, способных повредить электронику на борту космических аппаратов.

**Ключевые слова:** корональные выбросы масс, всплески радиоизлучения Солнца.

**Тірек сөздер:** массалардың короналдық атқулары, Күн радиосәулеленуі шолптары.

**Keywords:** coronal mass ejection, bursts of solar radio emission.

**Введение.** Для прогноза времени прихода к Земле геоэффективных корональных выбросов масс (СМЕ) необходимо знать время их образования, а также их скорость и ускорение. Задача измерения скорости и ускорения осложняется тем, что направленные к Земле СМЕ имеют форму гало или частичное гало, представляющее квази-симметричное образование вокруг солнечного диска, видимое на изображениях в белом свете [1]. Их скорости в среднем вдвое превышают средние скорости СМЕ [2]. Многие СМЕ типа гало являются геоэффективными [3], поэтому измерение скоростей с использованием альтернативных методов, свободных от ограничений оптического метода, представляет значительный интерес. В настоящем разделе приводится метод измерения средней скорости СМЕ, основанный на спектрографических наблюдениях Солнца в радиодиапазоне [4, 5]. Всплески солнечного радиоизлучения II типа (с основной частотой медленно дрейфующей в сторону низких частот) генерируются ударными волнами, распространяющимися в солнечной короне. Существует два механизма образования ударных волн: а) поршневой механизм, когда корональные массы распространяются со сверхмагнитозвуковой скоростью и б) взрывной механизм, при котором быстрая магнито-гидродинамическая ударная волна генерируется благодаря внезапному нагреванию и импульсу давления во время вспышки [6]. Первый механизм работает, когда в короне распространяются с большой скоростью выбросы корональных масс, действующие как поршень, генерирующий впереди себя ударную волну. Второй механизм связан быстро расширяющимися структурами на границе вспышки.

Механизмы образования всплесков II типа включают образование плазменных Лэнгмюровских волн ускоренными электронами на фронте ударной волны и трансформирование Лэнгмюровских волн в убегающие радиоволны [7] на плазменной частоте  $f_p$  и ее второй гармонике. Плазменная частота связана с плотностью плазмы ( $n$ ), выражаемой количеством электронов в кубическом сантиметре, соотношением  $f_p = 9 \times 10^{-3} n^{0.5}$  MHz, поэтому дрейф частоты в сторону низких частот показывает падение электронной плотности плазмы при распространении СМЕ на большие высоты. Поэтому регистрация всплесков второго типа является ценным инструментом для измерения скорости ударной волны, равной скорости СМЕ. Следует упомянуть о некоторых

особенностях метода, которые надо иметь в виду при анализе данных наблюдений [8]. Во-первых, в частотную полосу спектрографа может не попасть основная или вторая гармоника всплеска. Во-вторых, наблюдения показывают преобладание основной или второй гармоники всплеска [6]. И, в третьих, как основная частота, так и вторая гармоника могут испытывать частотное расщепление [6, 9, 10]. После вычисления электронной плотности из основной плазменной частоты следует найти высоту над поверхностью Солнца, соответствующую источнику эмиссии. Это осуществляется на основе существующих моделей высотного распределения плотности плазмы [8]. Наиболее широко при нахождении скоростей СМЕ радиометодом используется гибридная модель [10], составленная с использованием других моделей.

Для удобства расчетов скоростей СМЕ из спектров всплесков II типа в работе [4] приведена таблица, в которой даны высотные распределения электронной плотности для различных моделей. Различные модели дают высотное распределение плотности корональной массы, начиная с различных высот над поверхностью Солнца. Заметим, что гибридная модель начинается с высоты, соответствующей плазменной частоте 300 МГц, являющейся предельной для большей части спектров всплесков II типа.

Чтобы получить оценки скорости СМЕ из наблюдений радиовсплесков, следует иметь в виду, что всплески II типа представляют радиоизлучение, сгенерированное ускоренными электронами ударной волны, расположенной перед передним фронтом СМЕ. На дециметровых волнах обще-принятый метод для определения скорости СМЕ основан на измерении скорости частотного дрейфа и использовании модели высотного распределения плотности плазмы в короне. Если мы продифференцируем выражение для плазменной частоты, связанной с плотностью плазмы ( $n$ ) выражением

$$f_p = 9 \times 10^{-3} n^{0.5} \text{ MHz}, \quad (1)$$

мы получим выражение для определения скорости СМЕ ( $v$ ).

$$df/dt = (df/dh)(dh/dt) = (v/2) \cdot f \cdot n^{-1} (dn/dh) \quad (2)$$

$$H = ((1/n)dn/dh)^{-1} \quad (3)$$

$$v = 2H(1/f) df/dt \quad (4)$$

где  $H$  представляет шкалу высот солнечной атмосферы.

Шкала высот ( $H$ ) и скорость СМЕ ( $v$ ) выражаются в км и км/с соответственно, наблюдаемая радиочастота – в МГц и измеряемый частотный дрейф ( $df/dt$ ) – в МГц/с.

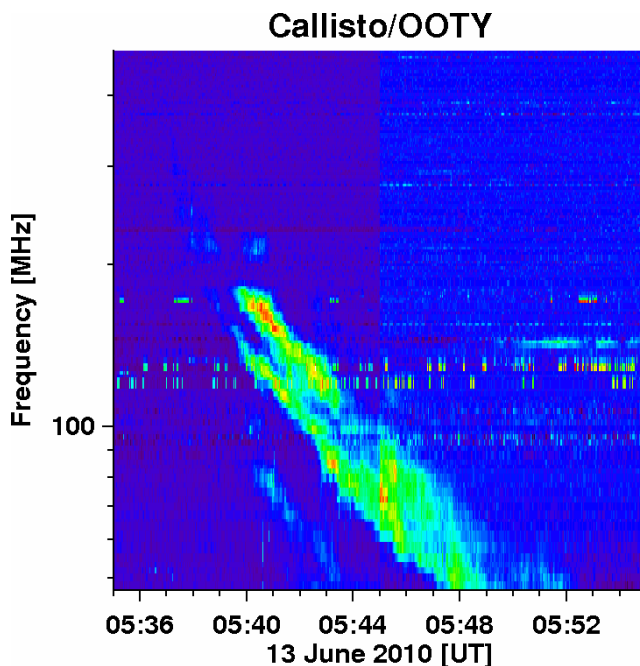


Рисунок 1 – Динамический спектр всплеска II типа, зарегистрированный 13 июня 2010 г. на радиоспектрографе CALLISTO

Рассчитаем скорость СМЕ, наблюдаемую 13 июня 2010г., используя записи радиовсплеска, полученного на радиоспектрографе CALLISTO (рис. 1). Из рисунка видно, что всплеск начался в 05:40 UT на основной частоте  $f \approx 80$  МГц и второй гармонике  $f \approx 160$  МГц. При этом интенсивность второй гармоники значительно превосходит интенсивность первой, и вторая гармоника испытывает расщепление.

Используя гибридную модель солнечной атмосферы и скорость дрейфа частоты всплеска, нами были оценены скорость СМЕ по следу на спектрограмме для основной частоты. Заметим, что след заканчивается в 05:44 UT, тогда как след второй гармоники оканчивается в 05:48 UT. Время окончания регистрации той и другой гармоники определено полосой частот, анализируемой спектрографом CALLISTO (его нижняя частота - 40 МГц) и, конечно, оно не означает время окончания радиовсплеска. Радиочастота всплеска может дрейфовать до очень низких частот (КГц), по мере распространения СМЕ в область низких плотностей короны. Производная основной частоты по времени составила  $df/dt \approx 0.17$  МГц/с и шкала высот, рассчитанная из выражения (3) для плазменной частоты 70 МГц, соответствующей  $h \approx 1.45 R_s$  согласно гибридной модели, составила  $H \approx 158000$  км. Далее, используя выражение (4), мы получили скорость СМЕ, равную 760 км/с, примерно в полтора раза превышающую скорость, полученную усреднением многих СМЕ.

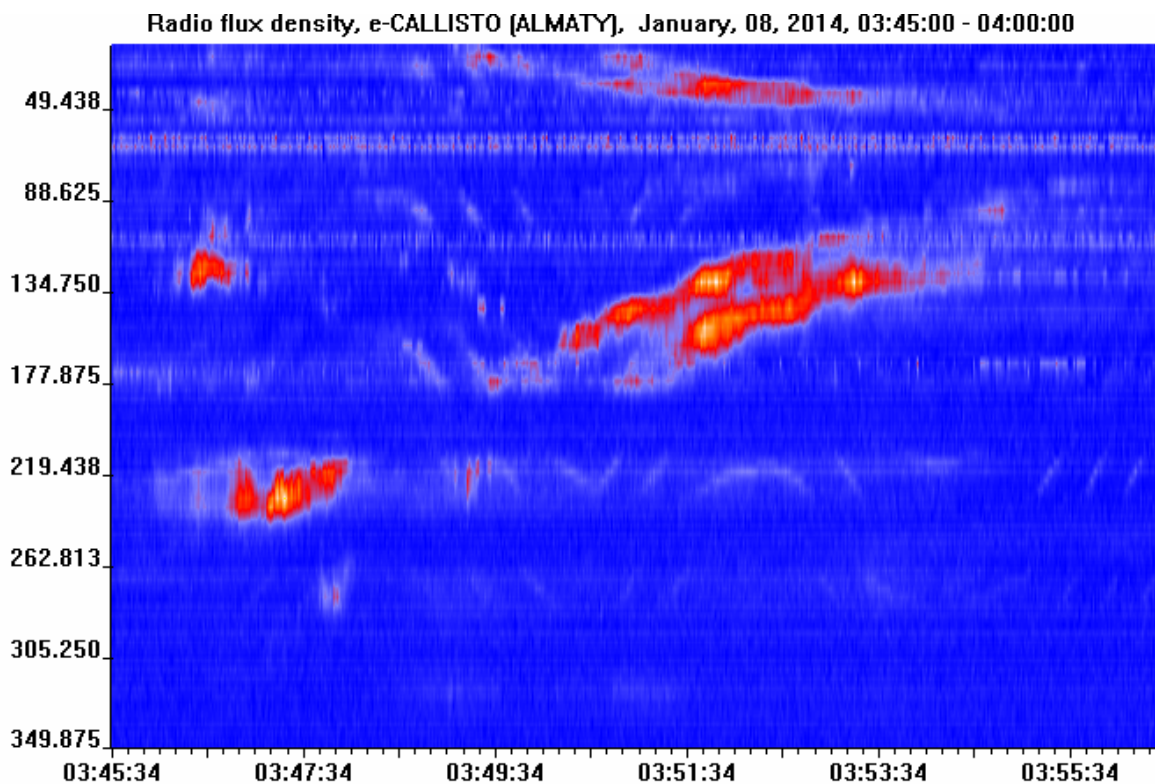


Рисунок 2 – Динамический спектр всплеска II типа, зарегистрированный 08 января 2014 г.

На рисунке 2 показан динамический спектр всплеска II типа, наблюдаемого 08 января 2014 г. Наблюдалось расщепление основной гармоники, которая началась в 03:47 UT на частоте  $f \approx 230$  МГц и закончилась в 03:52 UT на частоте  $\approx 110$  МГц. Производная основной частоты по времени составила  $df/dt \approx 0.40$  МГц/с и шкала высот, рассчитанная из выражения (3) для плазменной частоты 170 МГц, соответствующей  $h \approx 1.17 R_s$  согласно гибридной модели, составила  $H = 88000$  км. Среднее значение скорости, полученное согласно выражений (1-3), дает значение  $v \approx 415$  км/с.

Таким образом, в работе изложен метод измерения скорости корональных выбросов масс (СМЕ), основанный на спектрографических наблюдениях всплесков солнечного радиоизлучения II типа (с основной частотой медленно дрейфующей в сторону низких частот), образующихся ударной волной, генерируемой СМЕ. Для двух всплесков, зарегистрированных в 24 цикле солнечной активности на радиоспектрографе CALLISTO, проведена оценка скорости корональных выбросов масс с использованием стандартной модели высотной зависимости плотности корональной плазмы.

Работа выполнена по РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности» в рамках темы «Исследование особенностей структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Michalek, G., Gopalswamy, N., Yashiro, S.: **2003**, *Astrophys. J.*, 584, 472.
- 2 Yashiro, S., Gopalswamy, N., Michalek, G., St. Cyr, O.C., Plunkett, S.P., Rich, N.B., Howard, R.A.: **2004**, *J. Geophys. Res.*, 109, A07105.
- 3 Kim, R.-S., Cho, K.-S., Moon, Y.-J., Kim, Y.-H., Yi, Y., Dryer, M., Bong, S.-C., Park, Y.-D.: **2005**, *J. Geophys. Res.*, 110, A11104.
- 4 Pohjolainen S., van Driel-Gesztelyi L., Culhane J.L., Manoharan P.K., and Elliott H.A.: *CME propagation characteristics from radio observations. Solar Physics (Topical Issue)*, Vol. 244, **2007**. – P. 167-188.
- 5 Nat Gopalswamy. *Solar Radio Bursts and Space Weather. ISWI workshop, Quito, Ecuador, October 8, 2012*.
- 6 Vršnak, B., Aurass, H., Magdalenič, J., Gopalswamy, N.: **2001**, *Astron. Astrophys.*, 377, 321.
- 7 Cairns, I.H., Knock, S.A., Robinson, P.A., Kuncic, Z.: **2003**, *Space Sci Rev.* 107, 27.
- 8 Robinson, R.D.: **1985**, *Solar Phys.*, 95, 343.
- 9 Vršnak, B., Magdalenič, J., Aurass, H., Mann, G.: **2002**, *Astron. Astrophys.*, 396, 673.
- 10 Vršnak, B., Magdalenič, J., Zlobeč, P.: **2004**, *Astron. Astrophys.*, 413, 753.

#### REFERENCES

- 1 Michalek, G., Gopalswamy, N., Yashiro, S.: **2003**, *Astrophys. J.*, 584, 472.
- 2 Yashiro, S., Gopalswamy, N., Michalek, G., St. Cyr, O.C., Plunkett, S.P., Rich, N.B., Howard, R.A.: **2004**, *J. Geophys. Res.*, 109, A07105.
- 3 Kim, R.-S., Cho, K.-S., Moon, Y.-J., Kim, Y.-H., Yi, Y., Dryer, M., Bong, S.-C., Park, Y.-D.: **2005**, *J. Geophys. Res.*, 110, A11104.
- 4 Pohjolainen S., van Driel-Gesztelyi L., Culhane J.L., Manoharan P.K., and Elliott H.A.: *CME propagation characteristics from radio observations. Solar Physics (Topical Issue)*, Vol. 244, **2007**. – P. 167-188.
- 5 Nat Gopalswamy. *Solar Radio Bursts and Space Weather. ISWI workshop, Quito, Ecuador, October 8, 2012*.
- 6 Vršnak, B., Aurass, H., Magdalenič, J., Gopalswamy, N.: **2001**, *Astron. Astrophys.*, 377, 321.
- 7 Cairns, I.H., Knock, S.A., Robinson, P.A., Kuncic, Z.: **2003**, *Space Sci Rev.* 107, 27.
- 8 Robinson, R.D.: **1985**, *Solar Phys.*, 95, 343.
- 9 Vršnak, B., Magdalenič, J., Aurass, H., Mann, G.: **2002**, *Astron. Astrophys.*, 396, 673.
- 10 Vršnak, B., Magdalenič, J., Zlobeč, P.: **2004**, *Astron. Astrophys.*, 413, 753.

#### Резюме

А. Ф. Яковец, О. Г. Гонтарев, Ю. Н. Левин

(«Ионосфера институты» ЕЖШС «Ұлтық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АО, Алматы қ-сы)

II ТҮРДІҢ РАДИОСӘУЛЕЛЕНУ ШОЛПТАРЫНЫҢ ПАРАМЕТРЛЕРІ  
БОЙЫНША МАССАЛАРДЫҢ КОРОНАЛДЫҚ АТҚУЛАРЫНЫҢ

## ҚОЗҒАЛЫС ЖЫЛДАМДЫҒЫН АНЫҚТАУ

II түрдің күн радиосәулеленуі (негізгі жиілікпен төмен жиілік жаққа ақырын дрейф ететін) шолптарының спектрографиялық бақылауларына негізделген, CME өндіретін қиратушы толқынмен құралатын, массалардың короналдық шығаруларының (CME) жылдамдығын өлшеу әдісі сипатталған. Күн белсенділігі 24 циклде, Ионосфера институтының “Орбита” радиополигонында орнатылған CALLISTO радиоспектрографта тіркеулі екі шолптар үшін, короналдық плазманың тығыздығы биіктік тәуелділігінің стандартты моделін қолданумен массалардың короналдық шығаруларының жылдамдық бағалауы өткізілген. Геомагниттік дауылдар мен субдауылдар генерациясына, сонымен бірге ғарыштық аппараттардың бортында электрониканы зақымдауға қабілетті магнитосферадағы элементарлық бөлшектің жеделдетуіне келтіретін геоэффективті массалардың короналдық шығаруларының Жерге келуін болжау үшін жұмыстың нәтижелері қосымшаға ие болуы мүмкін.

**Тірек сөздер:** массалардың короналдық атқулары, Күн радиосәулеленуі шолптары.

### Summary

*A. F. Yakovets, O. G. Gontarev, Yu. N. Levin*

(Institute of Ionosphere, National Center for Space Research and Technology, Almaty)

### CORONAL MASS EJECTION SPEED DERIVED FROM PARAMETERS OF TYPE II SOLAR RADIO BURSTS

We disclose a method for measuring the speed of coronal mass ejections (CMEs), based on spectrographic observations of type II solar radio bursts (fundamental frequency slowly drifts towards lower frequencies) generated by the shock wave originated from the CME. Two bursts recorded in the 24-th cycle of solar activity on the radio spectrograph CALLISTO installed on radiopoligone "Orbit" are analyzed. An estimation of coronal mass ejection speed using the standard model of the altitude dependence of the coronal plasma density is carried out.

**Keywords:** coronal mass ejection, bursts of solar radio emission.

Поступила « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

УДК 530.1 (075.8)

*B. M. СОМСИКОВ, А. Б. АНДРЕЕВ*

(ДТОО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр космических исследований и технологий», г. Алматы)

## О ПРИБЛИЖЕНИИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

**Аннотация.** На примере задачи о движении системы потенциально взаимодействующих материальных точек в неоднородном поле сил изучается переход от дискретного описания систем к термодинамическому описанию. Рассмотрено изменение внутренней энергии системы при движении системы в неоднородном поле сил в зависимости от числа элементов системы. Показано, как меняется амплитуда флуктуаций энергетических параметров систем, выполнены оценки динамической энтропии. Получено два критических числа задачи. Первое число определяет переход системы к необратимой динамике, а второе число определяет переход к термодинамическому описанию. Показано соответствие результатов расчета теоретическим основам динамики систем.

**Ключевые слова:** нелинейность, классическая механика, энергия, термодинамика, формализмы Лагранжа, неголономные связи, необратимость.

**Тірек сөздер:** бейсызықтық, классикалық механика, энергия, термодинамика, Лагранж формализмдері, голономдық емес байланыстар, қайтымсыздық.

**Keywords:** nonlinearity, classical mechanics, energy, thermodynamics, Lagrange formalism, nonholonomic constraints, irreversibility.

**Введение.** В настоящее время нет достаточно ясных критериев применимости термодинамического описания, эргодических теорем, статистических методов для изучения неравновесных систем. Нет строгих критериев перехода к физике сплошных сред через полное механическое описание. Основная трудность на пути обоснования эмпирических законов термодинамики связана с тем, что до последнего времени в рамках законов классической механики не существовало объяснения необратимости [1-3].

Анализ огромного числа попыток найти объяснение второго закона термодинамики строго на основе законов классической механики наталкивает на мысль [4,5], что решение этой проблемы в рамках существующих формализмов классической механики отсутствует. Это означает, либо то, что в классической механике в принципе нет ему объяснения, либо то, что формализмы классической механики требуют снятия ограничений, при которых они строились. Оказалось, что если снять некоторые ограничения формализмов классической механики, то в рамках законов Ньютона появляется возможность предложить объяснение необратимости [4-6]. Оно было найдено в результате построения механики структурированных частиц (СЧ). Согласно уравнению движения СЧ, нарушение симметрии и времени должна наблюдаться при движении СЧ в неоднородном пространстве [7]. Величина изменения внутренней энергии СЧ пропорциональна величине градиентов сил внешнего поля. Внутренняя энергия СЧ не может трансформироваться в энергию ее движения. В этом суть природы детерминированной необратимости. Наличие детерминированной необратимости позволило предложить понятие детерминированной энтропии, определяемой отношением приращения внутренней энергии системы к ее величине [5].

Уравнение движения СЧ нелинейно. Поэтому его аналитические расчеты практически невозможны. В связи с этим на сегодня остается единственная возможность выполнить численные эксперименты по анализу этих теоретических результатов.

Цель работы: путем численного моделирования провести исследования уравнения движения систем потенциально взаимодействующих МТ в неоднородном поле внешних сил. Для этого будут проведены расчеты величины флуктуаций внутренней энергии системы в зависимости от начальных данных и параметров барьера, исследована область применения детерминированной энтропии, изучена зависимость изменения внутренней энергии от ширины барьера. Это поможет определить, как можно обосновать эмпирические разделы физики в рамках классической механики.

**Постановка задачи.** Для решения задачи бралась система потенциально взаимодействующих МТ. В качестве начальных значений задавалась ее внутренняя энергия, энергия движения центра масс (ЦМ). Распределение МТ в системе задавалось случайным образом. Рассчитывались изменения ее параметров при прохождении потенциального барьера. Задача решалась в дуальной системе координат. То есть в системе координат, в которой независимыми переменными являются микро и макропеременные [5]. Микропеременные определяют движение каждой МТ относительно ЦМ системы, а макропеременные определяют движение ЦМ относительно барьера. Рассчитывались изменения внутренней энергии системы, энергии движения, динамическая энтропия и другие параметры задачи в зависимости от количества МТ, высоты и ширины барьера, начальных условий. Полученные результаты численного моделирования сопоставлялись со статистическими законами и с выводами, полученными на основе уравнения движения СЧ [4-7]. За основу бралось следующее уравнение движения СЧ [4]:

$$M_N \vec{V}_N = -\vec{F}^{env} - (\Phi^{env} + \dot{E}_N^{ins}) \vec{V}_N / V_N^2, \quad (1)$$

Здесь  $\vec{V}_N = \vec{R}_N = (1/N) \sum_{i=1}^N \dot{\vec{r}}_i$  - скорость ЦМ  $i = 1, 2, 3 \dots N$  - номера МТ,  $M_N = N_M$  ;  
 $F^{env} = \sum F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i)$ ,  $\dot{E}_N^{ins} = \sum_{i=1}^N \tilde{v}_i (m \tilde{v}_i + F(\tilde{r}_i))$  - изменение внутренней энергии системы,

$\Phi^{env} = \sum \tilde{v}_i F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i)$ ,  $\vec{F}_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i)$  - сила, действующая на  $i$ -ую МТ, со стороны внешнего поля,  $r_i = R_N + \tilde{r}_i$ ,  $\tilde{r}_i$  – координаты МТ относительно ЦМ.

Силы взаимодействия МТ  $F_i(\tilde{r}_{ij})$  задавались законом Гука. Внешние силы задавались в виде одного периода косинусоиды:  $U(x_i) = U_b(\cos(2\pi(x_i - R_b)/a) + 1)$ , при условии.  $(R_b - a/2) < x_i < (R_b + a/2)$  Силы, действующие на каждую из МТ, определяются выражением:

$$F_i(x_i) = U_b \sin(2\pi(x_i - R_b) / a) \quad (2)$$

где  $U_b$  – высота барьера;  $R_b$  – положение экстремума барьера;  $a$  – ширина барьера;  $x_i$  – расстояние от  $i$  – номер соответствующей МТ. Согласно (2), сила пропорциональна высоте барьера и обратно пропорциональна его ширине.

Чтобы определить характер изменений энергии движения и внутренней энергии системы в зависимости от количества МТ и начальных значений энергий, расчеты прохождения барьера выполнялись для различных начальных распределений МТ.

**Изменения внутренней энергии в зависимости от начальных данных и числа МТ.** Для консервативных неравновесных систем, представленных совокупность СЧ, со временем должно наблюдаться увеличение внутренней энергии СЧ за счет их энергии относительного движения [3-5]. К этому выводу можно прийти также и из статистических законов [7]. Важным является вопрос, для какого количества МТ систему можно считать равновесной. В качестве критерия равновесности системы возьмем число МТ, при котором внутренняя энергия системы способна только увеличиваться. Очевидно, что этот критерий, помимо зависимости от числа МТ, будет зависеть от относительных величин внутренней энергии, энергии движения системы, высоты потенциального барьера. Чтобы изучить поведение этого критерия в зависимости от параметров задачи, нами, прежде всего, выполнялись расчеты изменения внутренней энергии системы для различных значений энергий и в зависимости от числа МТ.

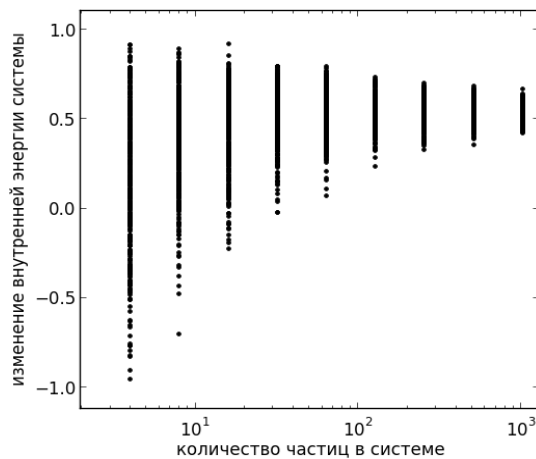


Рисунок 1 – Поведение величины флуктуации внутренней энергии системы в зависимости от числа МТ

На рисунке представлены результаты 400 экспериментов для каждого числа МТ в системе. Количество МТ соответствует степени двойки (4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024). Макропараметры начальных условий постоянные: Масса системы=1(кг), масса каждой МТ=1/N, кинетическая энергия ЦМ системы  $E_s=150$  (Дж), вектор скорости системы направлен вдоль координатной оси X, потенциальный барьер расположен с плоскости YZ и имеет ширину вдоль оси X равную  $a=0.2$  (м), высота барьера  $E_b=130$ (Дж), внутренняя энергия системы  $E_0^{ins}=100$  (Дж), коэффициент жёсткости связей  $U_0=300000$ (Н/м). Микропараметры начальных условий — координаты и скорости частиц задаются в каждом эксперименте случайным образом. Каждая точка



на рисунке соответствует отношению величины изменения внутренней энергии системы к начальной кинетической энергии системы ( $\Delta E^{ins} / E_0^{ins}$ ).

Из рис.1 видно, что при  $N = 64$  изменение внутренней энергии могут быть только положительными. Т.е. ни один из проведенных численных экспериментов не дал отрицательного значения изменения внутренней энергии. Это означает, что для данных параметров задачи при  $N \geq 64$  динамика системы необратима. Такой вывод следует из того, что критерием необратимости является невозможность трансформации внутренней энергии в ее энергию движения. Это число зависит от параметров задачи, например, от ширины барьера. Его назовем **первым** критическим числом.

**Область применимости детерминированной энтропии.** Внутренняя энергия равно-весной системы не может переходить в энергию движения из-за закона сохранения импульса. Это означает необратимость системы. Необратимость трансформации энергии движения во внутреннюю энергию свидетельствует о возможности перейти от уравнения движения СЧ к первому закону термодинамики [6]. Это позволило ввести в механику понятие детерминированной энтропии (она названа детерминированной, поскольку следует из законов Ньютона). По аналогии с энтропией Клаузиуса [8], такая энтропия определяется как отношение приращения внутренней энергии СЧ к ее величине. Тогда приращение энтропии неравновесной системы, которая в приближении локального термодинамического равновесия может быть представлена совокупностью СЧ, пропорционально энергии относительных движений СЧ, трансформирующейся в их внутреннюю энергию. В этом случае изменение энтропии определяется формулой [5]:

$$\Delta S^d = \sum_{L=1}^R \left\{ N_L \sum_{k=1}^{N_L} \left[ \int \sum_s F_{ks}^L v_k dt \right] / E_L \right\} \quad (5)$$

$E_L$  – внутренняя энергия  $L$  – СЧ;  $N_L$  – число частиц в  $L$ -СЧ;  $L=1,2,3 \dots R$  – количество СЧ;  $S$  – внешние МТ, взаимодействующие с  $k$ -й МТ  $L$  – СЧ;  $F_{ks}^L$  – сила, действующая на  $k$ -ю МТ СЧ со стороны  $S$ -ой МТ другой СЧ;  $v_k$  – скорость  $k$ -й МТ.

В нашем случае  $L = 1$ . Тогда формула (5) для изменения энтропии после прохождения барьера, определяемой формулой:  $\Delta S^d = \Delta E^{ins} / E_0^{ins}$ .

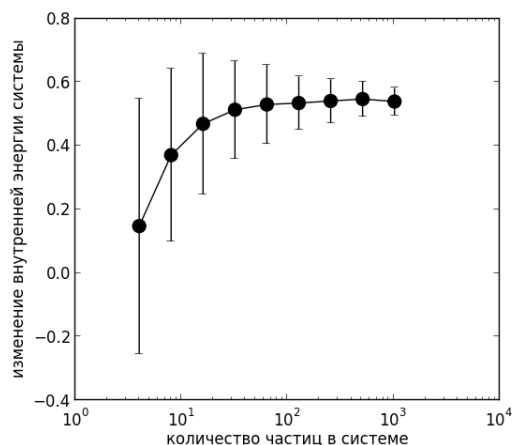


Рис. 2. Зависимость изменения относительной величины внутренней энергии от числа МТ

На рис. 2 представлены средние значения изменения внутренней энергии системы  $\Delta E^{ins}$ , поделённые на начальную кинетическую энергию ЦМ системы, равную 100 Дж. Показаны доверительные интервалы этой величины. Они рассчитаны как среднеквадратическое отклонение величины, умноженное на коэффициент Стьюдента = 2.6, соответствующий доверительному уровню 0.99, для данного числа экспериментов (400 экспериментов). Эти величины с точностью до

постоянного множителя представляют собой изменение энтропии  $\Delta S^d$ . Согласно расчетам, эта величины становится положительной с вероятностью 0,99 уже при значениях  $N \geq 8$ .

С ростом числа МТ флуктуация  $\Delta S^d$  стремится к нулю, и уже при  $N \geq 10^3$  она становится примерно равной 0.1 от абсолютного значения величины  $\Delta S^d$ . При  $N \geq 10^3$  дальнейшее увеличение числа МТ не приводит к увеличению внутренней энергии. Предельное значение равно  $\Delta S^d = \Delta E^{ins} / E_0^{ins} \sim 0,55$ . Дальнейшее увеличение числа МТ не влияет на изменение динамических параметров системы. Поэтому число МТ  $N = 10^3$  логично считать **вторым** числом перехода к термодинамическому описанию для данной задачи.

**Зависимость изменения внутренней энергии от ширины барьера.** Изменение внутренней энергии  $\Delta E^{ins}$  нелинейно зависит от микро и макропеременных [5]. Величина  $\Delta E^{ins}$  пропорциональна разности сил, действующих на различные области системы. Проверка этого вывода осуществлялась путем расчетов зависимости  $\Delta E^{ins}$  от ширины барьера. Согласно расчетам наблюдается степенное уменьшение эффективности трансформации энергии движения во внутреннюю энергию с ростом ширины барьера, т.е. с уменьшением градиента неоднородности силы. Этот вывод также следует из уравнения (1), если разложить по малому параметру внешнюю силу [5].

**Заключение.** Показано, что при прохождении потенциального барьера сохраняется сумма внутренней энергии и энергии движения. С ростом числа МТ наблюдается тенденция роста внутренней энергии, которая при  $N \geq 10^3$  выходит на асимптотику.

Установлено минимальное число МТ, выше которого уменьшение внутренней энергии при прохождении барьера невозможно. Для наших расчетов это число равно  $N \sim 10^2$ . То есть при  $N \geq 10^2$  динамика системы становится необратимой. Это число мы назвали первым критическим числом. Оно служит критерием возникновения необратимости и позволяет ввести понятие динамической энтропии  $S^d$ . Существует второе критическое число  $N = 10^3$ . При его увеличении рост  $\Delta E^{ins}$  прекращается. В нашем случае  $\Delta E^{ins} \sim 0,55$ . Так как дальнейшее увеличение числа МТ не изменяет коллективных параметров системы, то это число МТ названо вторым критическим числом перехода к термодинамическому описанию.

С уменьшением градиента внешних сил уменьшается увеличение внутренней энергии. Это подтверждает вывод о том, что изменение внутренней энергии пропорционально градиентам внешних сил [5].

Результаты свидетельствуют о необходимости описания динамики систем в соответствии с принципом дуализма энергии на основе уравнения движения СЧ.

*Работа выполнялась по программе 101 «Грантовое финансирование научных исследований» в рамках темы «Развитие методов исследований неравновесной атмосферы».*

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Гинзбург В.Л. *Специальное заседание ред. Коллегии журнала УФН, приуроченное к 90 летию со дня рождения В.Л. Гинзбурга. УФН.* – 2007. 177 (4). 345.
- 2 Пригожин И. *От существующего к возникающему. М. Наука. 1980.*
- 3 Пуанкаре А. *Современное состояние математической физики и ее перспективы. УФН.* –Т.113. Вып. 4. – 1974. – С. 663-677.
- 4 Somsikov V.M. *The restrictions of classical mechanics in the description of dynamics of nonequilibrium systems and the way to get rid of them. New Adv. in Physics.* – V 2. N 2. – September. – P. 125-140. – 2008.
- 5 Somsikov V.M. *Nonequilibrium systems and mechanics of the structured particles. Elsevier. Chaos and Complex system.* –

2013. – XV. – 581. – P. 31-40.

6 Somsikov V.M. *The equilibration of an hard-disks system. IJBC.* – 2004. November. – V 14. – N 11. – P. 4027-4033.

7 Somsikov V.M. *Thermodynamics and classical mechanics, Journal of physics: Conference series.* 23. – 2005. – P.7-16.

8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика.* – М. – 1976. – 583 с. – Lanczos C. *The variation principles of mechanics. University of Toronto press.* – 1962.

#### REFERENCES

1 Ginzburg V.L. *Spetsial'noe zasedanie red. Kollegii zhurnala UFN, priurochennoe k 90 letiiu so dnia rozhdeniia V.L. Ginzburga. UFN.* – 2007. 177 (4). 345 (in Russ.).

2 Prigozhin I. *Ot sushchestvuiushchego k voznikaiushchemu. M. Nauka.* – 1980 (in Russ.).

3 Puankare A. *UFN.* T.113, вып. 4 1974. s. 663-677 (in Russ.).

4 Somsikov V.M. *New Adv. in Physics.* – V. 2. – N 2. September. P. 125-140. – 2008.

5 Somsikov V. M. Elsever. *Chaos and Complex system.* – 2013. – XV, 581 – P. 31-40.

6 Somsikov V.M. *IJBC.* – 2004. November. – V 14. – N 11. – P. 4027-4033.

7 Somsikov V.M. *Journal of physics: Conference series.* – 23. – 2005. – P.7-16.

8 Landau L.D., Lifshits E.M. *Statisticheskaia fizika.* – М. – 1976. – 583 с. (in Russ.).

#### Резюме

*V. M. Somsikov, A. B. Andreev*

(«Ионосфера институты» ЕЖШС «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы қ-сы)

#### ЖАПШАЙ ОРТАНЫҢ ЖАҚЫНДАУЫ ТУРАЛЫ

Біртекті емес күштер өрісінде потенциалды әрекеттесетін материалдық нүктелер жүйесінің қозғалысы туралы міндеттің мысалында жүйенің дискретті сипаттамадан термодинамикалық сипаттамаға өтуі зерттеледі. Жүйе элементтерінің санына байланысты біртекті емес күштер өрісінде жүйенің қозғалысында жүйенің ішкі қуаттың өзгерісі қаралған. Жүйелердің энергетикалық параметрлері флуктуацияларының амплитудасы өзгертілгені, динамикалық энтропияны бағалауы атқарылғаны көрсетілген. Міндеттің екі критикалық саны алынған. Бірінші сан жүйенің қайтымсыз динамикаға өтуін анықтайды, ал екінші сан термодинамикалық сипаттамаға өтуін анықтайды. Жүйелер динамикасының теориялық негіздеріне есеп нәтижелерінің сәйкестігі көрсетілген.

**Тірек сөздер:** сызық бейсызықтық, классикалық механика, энергия, термодинамика, Лагранж формализмдері, голономдық емес байланыстар, қайтымсыздық.

#### Summary

*V. M. Somsikov, A. B. Andreev*

(Institute of Ionosphere, National Center for Space Research and Technology, Almaty)

#### ON THE CONTINUUM APPROACH

For the problem of motion of the system of potentially interacting material points in a nonuniform field of forces the transition from a discrete description of systems to the description in the continuum approach is studied. The change in the internal energy of the system when the system moves in nonuniform field of forces depending from the number of system elements is analyzed. How the amplitude of the fluctuations of the energy parameters of systems is shown. The estimates of the dynamic entropy are realized. The two critical numbers are obtained. The first number determines the transition to irreversible dynamics of the system, and the second number specifies the thermodynamic description.

**Keywords:** nonlinearity, classical mechanics, energy, thermodynamics, Lagrange formalism, nonholonomic constraints, irreversibility.

Поступила « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

УДК 550.388.2

Н. М. САЛИХОВ, В. М. СОМСИКОВ

(ДТОО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр  
космических исследований и технологий», г. Алматы)

## АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ДОПЛЕРОВСКОГО СДВИГА ЧАСТОТЫ ИОНОСФЕРНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ НАД ОЧАГАМИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

**Аннотация.** Создан аппаратно-программный комплекс, позволяющий регистрировать Доплеровский сдвиг частоты радиосигналов, отраженных от ионосферы, над предполагаемыми очагами землетрясений. Аппаратная часть комплекса основана на принципе синхронно-фазового детектора, в основе которого заложена работа петли фазовой автоподстройки частоты. Программная часть комплекса представляет собой специально написанные программы, предназначенные для автоматизации процессов измерения доплеровских сдвигов частот, хранения данных и их визуализации. С помощью созданного аппаратно-программного комплекса были зарегистрированы аномалии в записях доплеровских сдвигов частот накануне и во время землетрясения магнитудой  $M=4,3$ , произошедшего на территории Киргизии 11.09.2013 года в 350 км от точки отражения радиоволны в ионосфере.

**Ключевые слова:** ионосфера, доплеровский сдвиг частоты, землетрясение.

**Тірек сөздер:** ионосфера, жиіліктер доплерлік шетке жылжулары, жер сілкінісі.

**Keywords:** ionosphere, Doppler shift frequency, earthquake.

**Введение.** Одним из эффективных методов контроля состояния ионосферы над очагами землетрясений является метод регистрации доплеровского сдвига частоты (ДСЧ) коротковолновых радиосигналов с непрерывной квазимонохроматической несущей на слабонаклонных радиотрассах. Суть метода заключается в том, что при распространении радиоволн через ионосферу, благодаря изменчивости во времени электронной концентрации, происходит изменение частоты радиоволны, которое и называется эффектом Доплера. При возрастании скорости изменения электронной концентрации в ионосфере пропорционально увеличивается наблюдаемая величина ДСЧ [1].

Для регистрации динамических процессов в ионосфере, обусловленных процессами в литосфере Земли, программно-аппаратный комплекс ДСЧ должен обеспечить круглосуточный режим записи ДСЧ с высоким уровнем автоматизации измерений. Это требование определяется тем, что временные масштабы волновых процессов в ионосфере очень широки - от десятков секунд до нескольких дней и даже месяцев, ионосферные радиосигналы в большинстве случаев бывают многолучевыми, а землетрясения имеют случайный временной характер.

Вышеперечисленным критериям соответствует метод измерения ДСЧ  $fd(t)$ , в основе которого лежит принцип работы петли фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Основными достоинствами метода с применением петли ФАПЧ являются сравнительная простота его реализации, высокая чувствительность к малым возмущениям и разрешению по времени, возможность работы в условиях многолучевости, возникающей вследствие пространственно-временной неоднородности ионосферы и особенностей распространения радиоволн коротковолнового диапазона [2,3].

На рисунке 1 представлена функциональная схема приемной части аппаратно-программного комплекса для измерения ДСЧ радиосигнала, отраженного от ионосферы.

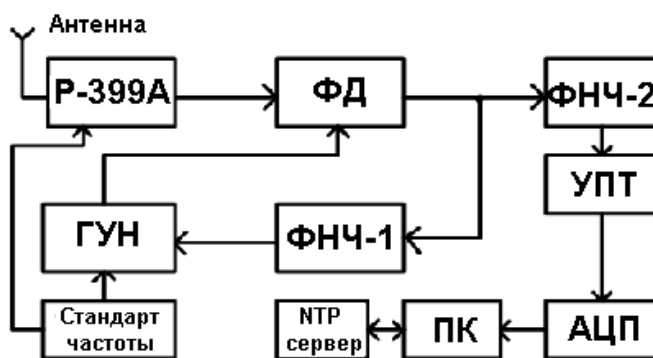


Рисунок 1 – Функциональная схема приемной части аппаратно-программного комплекса для измерения доплеровского сдвига частоты радиосигнала, отраженного от ионосферы

Сигнал от радиопередатчика со стабильностью не хуже  $\pm 10^{-9}f$ , отразившись от ионосферы, принимается антенной и поступает на радиоприемное устройство Р-399А и далее на фазовый детектор (ФД). На другой вход ФД подается сигнал от генератора управляемого напряжением (ГУН). Сигнал с выхода ФД в виде напряжения постоянного тока воздействует на ГУН и подстраивает его под частоту принимаемого сигнала, причем изменение напряжения с выхода ФД пропорционально ДСЧ. Сигнал, пройдя ФНЧ-2 и усилитель постоянного тока (УПТ), оцифровывается с помощью аналого-цифрового преобразователя (АЦП) типа Е-154 (Российской фирмы L-card) и в виде файла сохраняется в памяти персонального компьютера (ПК). Синхронизация бортового времени компьютера осуществляется по сети Интернет от NTP-сервера атомного стандарта частоты и времени. Для организации съема данных с АЦП, автоматизации процессов измерения, хранения данных в ПК и их визуализации написана специальная компьютерная программа.

Блок ФД представляет собой электронную схему, специально разработанную и изготовленную в Институте ионосферы, состоящую из усилителей сигналов с частотой 215 кГц, формирователей импульсов на основе туннельных диодов, импульсного фазового детектора, пороговых устройств и согласующих электронных усилителей. Калибровка приемной доплеровской установки проведена с помощью синтезатора частот Ч6-31. Также измерена нелинейность преобразования частоты с помощью петли ФАПЧ в величину напряжения при скачкообразной перестройке частоты эталонного генератора.

Измерения проводили следующим образом. На вход радиоприемного устройства Р-399А подавали высокостабильный сигнал, который перестраивали с шагом 0,5 Гц в интервале частот 5 Гц. Далее построили график зависимости изменения частоты от количества перестроек (N). В результате получили реальную характеристику преобразования. График реальной характеристики аппроксимировали прямой линией, соответствующей уравнению  $Y=1,0074 \cdot X-3,3974$ . Результаты расчета идеальной характеристики приведены на рисунке 2. На рисунке видим, что при сравнении идеальной характеристики преобразования с реальной характеристикой наблюдается нелинейность.

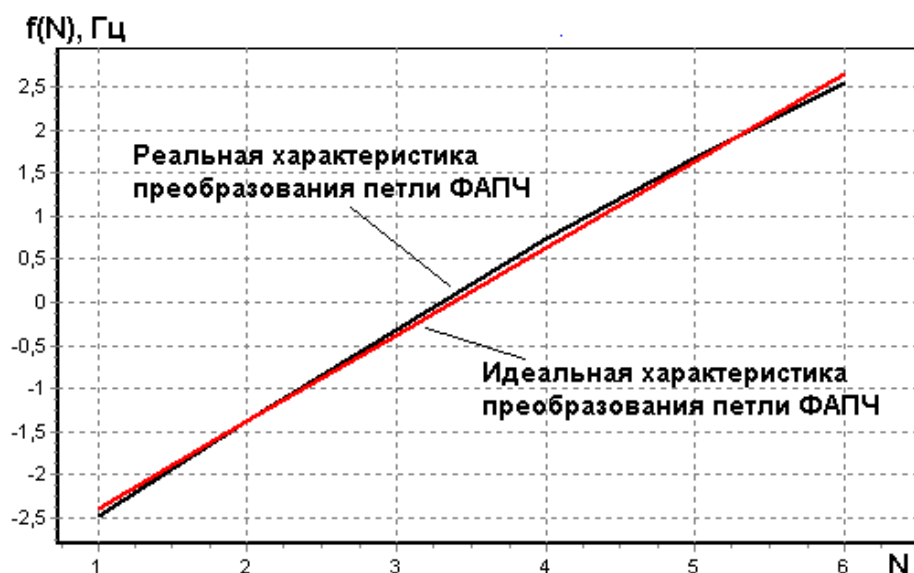


Рисунок 2 – Сравнение идеальной характеристики преобразования петли ФАПЧ доплеровской установки с реальной характеристикой

В полосе удержания петли ФАПЧ (15 Гц) нелинейность реальной характеристики составила менее одного процента и имела величину 0,46%, что вполне достаточно для качественного измерения ДСЧ радиосигнала, отраженного от ионосферы.

На основе аппаратно-программного комплекса измерений ДСЧ весной 2013 года на Радиополигоне Орбита (в 20 км от г. Алматы) был начат поиск ионосферных откликов, связанных с литосферными процессами Земли. Для регулярных измерений принимали сигнал вещательного радиопередатчика, находящегося на территории Киргизии (поселок Красная речка) в 164 км от Радиополигона Орбита. Радиостанция работала на частоте 4795 кГц ежедневно, но не полные сутки – с 0 часов до 18 часов по времени GMT.

На рисунке 3 приведена запись реального ионосферного сигнала  $f_d(t)$ . На графике в вариациях доплеровской частоты хорошо видны фоновые колебания с периодами среднемасштабных волновых возмущений и отчетливо прослеживаются восходно-заходные эффекты [4]. Это свидетельствует о достаточно хорошем качестве созданного аппаратурно-программного комплекса регистрации ДСЧ.



Рисунок 3 – Пример записи вариаций доплеровского сдвига частоты. По оси X – время от начала суток 02.09.2013 г. по времени GMT в секундах

При проведении регулярных измерений ДСЧ на радиотрассе пос. Красная речка-Радиополигон Орбита было зарегистрировано возмущение в вариациях ДСЧ во время землетрясения произошедшего (согласно оперативным данным [www.kndc.kz](http://www.kndc.kz)) 11 сентября 2013 года в 03ч 2мин 15с по времени GMT в Киргизии, в 412 км к юго-западу от г. Алматы магнитудой  $M=4.3$ . Координаты эпицентра: 40.88 градуса северной широты, 72.97 градусов восточной долготы, энергетический класс=9.6. Расстояние от эпицентра землетрясения до точки отражения радиоволны в ионосфере составило около 350 км.

Отклик ионосферы на землетрясение в записях  $f_d(t)$  представлен на рисунке 4, где вертикальной стрелкой обозначено время землетрясения. На графике виден всплеск ДСЧ длительностью около 15 мин, возникший через 12 минут после землетрясения. Подобные результаты были получены в Европе при регистрации ДСЧ сейсмической волны, пришедшей 11 марта 2011г. от эпицентра землетрясения магнитудой  $M=9$  (о. Хонсю, Япония, 9000 км) [5].



Рисунок 4 - Отклик землетрясения в ДСЧ радиосигнала, отраженного от ионосферы. По оси X – время от начала суток 11.09.2013 г. по времени GMT в секундах

Наибольший интерес представляет положительный всплеск, появившийся за 1757с до землетрясения (в 02ч 31мин 32с), который можно рассматривать, как аномалию в записях ДСЧ перед данным землетрясением. В развернутом виде аномальный положительный всплеск доплеровской частоты с большим разрешением по времени приведен на рисунке 5.

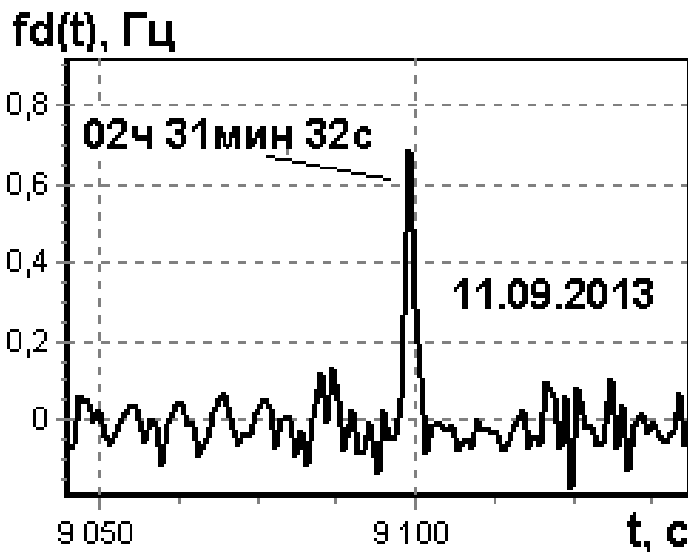


Рисунок 5 – Аномальный всплеск в ДСЧ радиосигнала, отраженного от ионосферы, накануне землетрясения. По оси X - время от начала суток 11.09.2013 г. по времени GMT в секундах

Видно, что всплеск ДСЧ представляет собой не одиночный выброс в виде помехи, а достаточно продолжительный отклик с длительностью около 24 секунд. Возможно, наблюдаемый сдвиг доплеровской частоты отражает подготовительные процессы в литосфере земли перед сейсмическим событием ( $M=4.3$ ), произошедшим 11.09.2013 года.

#### Заключение.

Создан аппаратно-программный комплекс, позволяющий регистрировать доплеровские частоты радиосигналов, отраженных от ионосферы над предполагаемыми очагами землетрясений. Написаны программы, обеспечивающие автоматизацию процессов измерения доплеровских частот, хранение данных, их визуализацию и анализ. С помощью аппаратно-программного комплекса были зарегистрированы эффекты в ионосфере накануне и во время землетрясения, произошедшего 11.09.2013 года магнитудой  $M=4.3$  на территории Киргизии 11.09.2013 года в 350 км от точки отражения радиоволны в ионосфере.

Радиотрасса пос. Красная речка – Радиополигон Орбита проходит над местностью, где значимые землетрясения магнитудой  $M > 4$  бывают редко. Поэтому необходима организация радиотрасс с использованием высокостабильного радиопередатчика круглосуточного действия над очагами, представляющих наибольшую сейсмическую опасность для мегаполиса Алматы, таких как Кеминский и Верненский очаги землетрясений. В связи с этим, в настоящее время в Институте ионосферы ведутся работы по созданию передающего радиоцентра, способного передавать стабильный радиосигнал, предназначенный для высокоточных доплеровских измерений. Накопление статистических данных по доплеровским измерениям в дальнейшей перспективе позволит разработать автоматизированную систему для оповещения о сильных землетрясениях.

Работа выполнена по РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности» в рамках проекта «Исследовать взаимосвязь динамических процессов в атмосфере с процессами естественного и антропогенного происхождения на Земле».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Девис К. *Радиоволны в ионосфере*. М. Изд-во «Мир». – 1973. – 501 с.
- 2 Салихов Н.М. *Отклик ионосферы на акустические источники возмущений естественного и искусственного происхождения*. Канд. дисс. Алма-Ата. – 1984. – 165 с.
- 3 Краснов В.М., Салихов Н.М., Жумабаев Б.Т. *История и перспективы доплеровского метода исследования в Казахстане. Геодинамика и солнечно-земные связи*. Алматы. – 2013. – С. 220-230.
- 4 Сомсиков В.М. *Солнечный терминатор и динамические явления в атмосфере*. *Геомагнетизм и аэрономия*. – 2011. V. 51. – N. 6. – P. 723-735.
- 5 Chum J., Hruska F., Zednik J., and Lastovicka J. *Ionospheric disturbances (infrasound waves) over the Czech Republic excited by the 2011 Tohoku earthquake*. *J. Geophys. Res.* – V. 117, A08319, doi:10.1029/2012JA017767. – 2012.

#### REFERENCES

- 1 Davies K. *Radio waves in the ionosphere*. – M. – 1973. – 501 p.
- 2 Salikhov N.M. *Ionospheric response to the acoustic disturbances sources of natural and artificial origin*. *Phd. disser. Almaty*. – 1984. – 165 p.
- 3 Krasnov V.M., Salihov N.M., Zhumabaev B.T. *Retrospectives and perspectives of the Doppler method researches in Kazakhstan. Geodynamics and solar terrestrial relations*. Almaty. – 2013. – P. 220-230.
- 4 Somsikov V.M. *Solar terminator and dynamic phenomena in the atmosphere*. *Geomagnetism and Aeronomy*. – 2011. – V. 51. – N. 6. – P.723-735.
- 5 Chum J., Hruska F., Zednik J., and Lastovicka J. *Ionospheric disturbances (infrasound waves) over the Czech Republic excited by the 2011 Tohoku earthquake*. *J. Geophys. Res.* – V. 117. – A08319, doi:10.1029/2012JA017767. – 2012.

#### Резюме

Н. М. Салихов, В. М. Сомсиков

(«Ионосфера институты» ЕЖШС «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы қ-сы)

#### ЖЕР СІЛКІНІСТЕРІ ОШАҚТАРЫНЫҢ ҮСТІНДЕ ИОНОСФЕРАЛЫҚ РАДИОСИГНАЛДАР ЖИЛІГІНІҢ ДОПЛЕРЛІК ШЕТКЕ ЖЫЛЖУЫН ТІРКЕУ ҮШІН АППАРАТТЫҚ-БАҒДАРЛАМАЛЫҚ КЕШЕН

Жер сілкіністері болжалды ошақтарының үстінде, ионосферадан шағылысқан радиосигналдар жиілігінің доплерлік шетке жылжуын тіркеуге мүмкіндік беретін аппараттық-бағдарламалық кешені жасалған. Кешеннің аппараттық бөлігі, негізінде жиіліктің фазалық автореттеу бұралаңының жұмысы орын алған, синхрондық-фазалық детектор қағидасына негізделген. Кешеннің бағдарламалық бөлігі мәліметтерді сақтау және оларды бейнелендіру, жиіліктер доплерлік шетке жылжуларын өлшеуі процестерін автоматтандыру үшін арнаулы ойланып жазылған бағдарламалары болып табылады. Қырғызстан аумағында 11.09.2013 жылы ионосферада радиотолқын шағылысының нүктесінен 350 шақырымда болған жер сілкінісінің алдыңғы күнінде және уақытында жиіліктер доплерлік шетке



жылжуларының жазбаларында магнитудасы  $M=4,3$  болғанда, жасалған аппараттық-бағдарламалық кешені көмегімен аномалиялары тіркелген болған.

**Тірек сөздер:** ионосфера, жиіліктер доплерлік шетке жылжулары, жер сілкінісі.

### Summary

*N. M. Salikhov, V. M. Somsikov*

(Institute of Ionosphere, National Center of Space Research and Technology, Almaty)

#### THE HARDWARE -SOFTWARE COMPLEX FOR THE REGISTRATION OF DOPPLER SHIFT FREQUENCIES OF IONOSPHERIC RADIOSIGNALS ABOVE THE EARTHQUAKE CENTER

It has been created a hardware-software complex that allows to record a Doppler shift frequencies of radiosignals, reflected from the ionosphere above the alleged of earthquake center. The hardware part of the complex based on the principle of a phase locked loop. The software part of the complex is a specially written software which designed for automated measurement of Doppler shift frequencies, for storage and visualization of data. By the hardware-software complex the anomalies in the Doppler shift frequencies were recorded before and during the earthquake ( $m_bv = 4.3$ ), which occurred in Kyrgyzstan 11.09.2013 at 350 km from the point of reflection of radiowaves in the ionosphere.

**Keywords:** ionosphere, Doppler shift frequency, earthquake.

УДК 524.1-352

*О. Н. КРЯКУНОВА<sup>1</sup>, А. М. МАЛИМБАЕВ<sup>1</sup>, И. Л. ЦЕПАКИНА<sup>1</sup>,  
А. В. БЕЛОВ<sup>2</sup>, Е. А. ЕРОШЕНКО<sup>2</sup>, В. Г. ЯНКЕ<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>ДТОО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр космических исследований и технологий», Алматы;

<sup>2</sup>ФГБУН Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, г. Москва)

## ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКОВ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА ИЗ КОРОНАЛЬНЫХ ДЫР НА ПЛОТНОСТЬ И АНИЗОТРОПИЮ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

**Аннотация.** Рассмотрен типичный пример Форбуш-эффекта в космических лучах, связанного с влиянием высокоскоростного потока солнечного ветра из низкоширотной корональной дыры, когда влияния корональных выбросов масс после солнечных вспышек или исчезновения волокон не наблюдалось. С помощью метода глобальной съемки рассчитаны вектора анизотропии галактических космических лучей и плотность космических лучей за границами магнитосферы. Рассматриваемое событие достаточно типично для Форбуш-эффектов такого класса и характеризуется постепенным уменьшением интенсивности космических лучей в течение 4 суток и небольшой магнитудой эффекта. Получена зависимость величин Форбуш-эффектов в космических лучах от основных характеристик межпланетной среды в период, близкий к минимуму солнечной активности. Зависимость величины магнитуды Форбуш-эффекта от максимальных значений интенсивности межпланетного магнитного поля является линейной, причем гораздо лучшей для событий, связанных с корональными дырами, чем для всех Форбуш-эффектов в рассматриваемый период.

**Ключевые слова:** корональные дыры, космические лучи, анизотропия.

**Тірек сөздер:** короналды ойықтар, ғарыш сәулелері, анизотропия.

**Keywords:** coronal hole, cosmic ray, anisotropy.

**Введение.** При исследовании модуляционных процессов в интенсивности космических лучей обычно анализируются Форбуш-эффекты, связанные с выбросами корональных масс. Эти Форбуш-эффекты вызваны спорадическими солнечными явлениями, имеют, как правило, довольно

большую магнитуду эффекта и сопровождаются умеренными или большими магнитными бурями [1-3]. Таким образом, представляет интерес исследовать эффекты в космических лучах, связанные с рекуррентными корональными дырами, причем эти эффекты можно наблюдать, в основном, в периоды, близкие к минимуму солнечной активности, когда практически не наблюдается мощных выбросов масс, инициируемых солнечными вспышками. Важно проводить исследование эффектов в космических лучах не по данным одного нейтронного монитора, а за границей магнитосферы. Эту интенсивность космических лучей можно рассчитать по данным мировой сети нейтронных мониторов, используя метод глобальной съемки GSM [4].

Для исследования поведения плотности и анизотропии космических лучей за границей магнитосферы необходимо рассчитать плотность и анизотропию методом глобальной съемки, создать базу данных этих эффектов, а затем выделить эффекты, связанные с корональными дырами. Нами обработан экспериментальный материал мировой сети нейтронных мониторов за 2006–2010 гг. методом глобальной съемки GSM для расчета интенсивности и векторов анизотропии космических лучей.

Для анализа околоземной и геомагнитной обстановки во время эффектов в космических лучах база экспериментальных данных мировой сети нейтронных мониторов дополнена данными о параметрах межпланетной среды с использованием базы данных OMNI (<http://omniweb.gsfc.nasa.gov/ow.html>) и данными о геомагнитной активности (<ftp://ftp.gfz-potsdam.de/pub/home/obs/kp-ap/wdc>). Данные по интенсивности космических лучей рассчитаны для частиц жесткости 10 ГВ, что приблизительно соответствует эффективной жесткости частиц, регистрируемых нейтронными мониторами мировой сети.

Частицы космических лучей, регистрируемые наземными детекторами, приходят на границу магнитосферы Земли с различных направлений. Анализ спектров вариаций и анизотропии проводится методом глобальной съемки, который позволяет по данным наземных установок (нейтронных мониторов) рассчитать спектр вариаций космических лучей и векторную анизотропию космических лучей за пределами магнитосферы. Метод глобальной съемки фактически является объединением трех методов: метода расчета функций связи, траекторных расчетов частиц космических лучей в магнитном поле и метода сферического анализа [5-6].

Для расчетов плотности космических лучей жесткости 10 ГВ и векторной анизотропии использовался метод глобальной съемки (GSM), хорошо зарекомендовавший себя при исследованиях Форбуш–эффектов в космических лучах, когда Форбуш–эффект рассматривается не по данным отдельной станции, а по данным сети станций космических лучей. В этом случае Форбуш–эффект изучается, как гелиосферное явление, наблюдающееся за границей магнитосферы [2, 7-8].

Форбуш–эффекты (ФЭ) принято делить на спорадические и рекуррентные [4]. Спорадические ФЭ вызваны межпланетными возмущениями (ICMEs), связанными с корональными выбросами масс, а рекуррентные ФЭ, чаще всего, вызваны высокоскоростными потоками солнечного ветра из низкоширотных корональных дыр (CHs). В периоды, близкие к минимуму солнечной активности, когда большие и эффективные CMEs происходят редко, ФЭ, в основном, бывают вызваны CHs. Целью настоящего исследования является изучение влияния высокоскоростных потоков (ВСП) солнечного ветра из низкоширотных корональных дыр на космические лучи. Для этого, прежде всего, надо выделить достаточное количество событий, обусловленных ВСП, и иметь уверенность, что это события «чистые», без существенного влияния корональных выбросов масс (CMEs).

В качестве примера влияния высокоскоростных потоков солнечного ветра из корональной дыры на плотность и анизотропию космических лучей, за пределами магнитосферы, рассчитанным методом глобальной съемки, приведем анализ события 30 декабря 2006 г. – 8 января 2007 г.

Южная корональная CH254 (рекуррентная с CH250) находилась в геоэффективной позиции 30 декабря 2006 г. – 31 декабря 2006 г. максимальное значение Ар-индекса во время влияния ВСП солнечного ветра на магнитное поле Земли  $A_{p\max} = 39$ , максимальная скорость солнечного ветра  $V_{sw\max} = 794$  км/с. Для этого события магнитуда ФЭ  $A_F = 1.2$ , максимальная величина экваториальной составляющей анизотропии космических лучей  $A_{хут} = 0.83$ . Рассмотрим поведение интенсивности космических лучей и ее анизотропии совместно с характеристиками межпланетного пространства (рисунки 1–2).

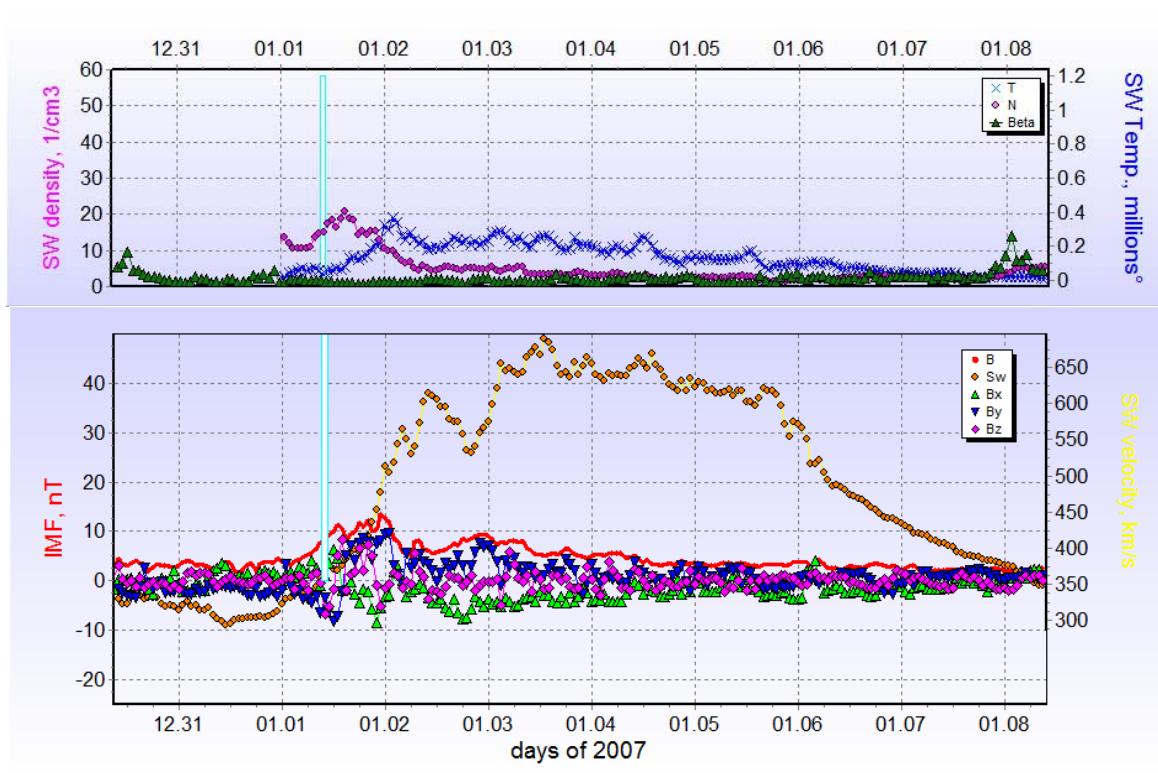


Рисунок 1 – Поведение параметров межпланетного поля (плотности, температуры и скорости солнечного ветра, различных составляющих межпланетного магнитного поля) 30 декабря 2006 г. – 8 января 2007 г.

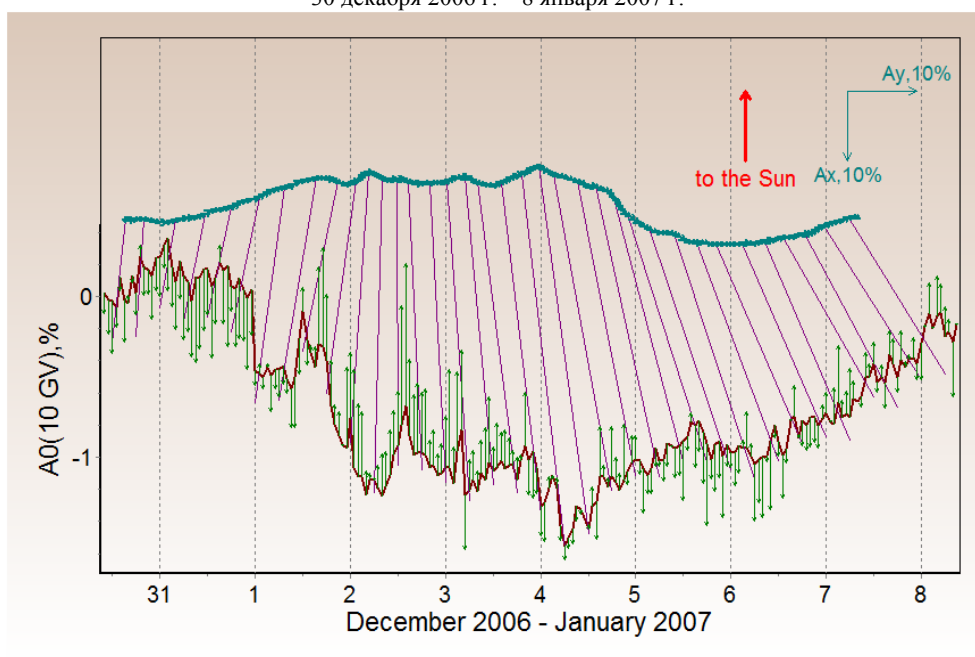
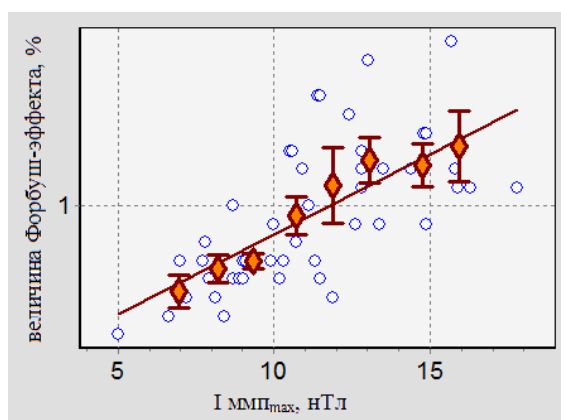


Рисунок 2 – Поведение плотности и анизотропии космических лучей жесткости 10 ГВ 30 декабря 2006 г. – 8 января 2007 г.

Рассматриваемое событие достаточно типично для Форбуш-эффектов такого класса. Оно имеет постепенное уменьшение интенсивности в течение 4 суток, магнитуда эффекта 1,2 %. Экваториальная анизотропия меняется во время события довольно плавно.

Мы проанализировали все выявленные эффекты влияния ВСП из низкоширотных корональных дыр на интенсивность космических лучей жесткостью 10 ГВ в событиях, где не добавляется влияние ударных волн от корональных выбросов масс, инициируемых солнечными вспышками. В этих событиях можно исследовать связи величины Форбуш-эффекта в космических лучах с основными характеристиками межпланетной среды (скоростью солнечного ветра, максимальной напряженностью межпланетного магнитного поля).

Для периода минимума солнечной активности в 2007 г нами получена зависимость величины магнитуды Форбуш-эффекта от максимальных значений интенсивности межпланетного магнитного поля, представленная на рисунке 3. Из рисунка видно, что наблюдается довольно хорошая линейная зависимость, причем гораздо лучшая для событий, связанных с корональными дырами, чем для всех Форбуш-эффектов.



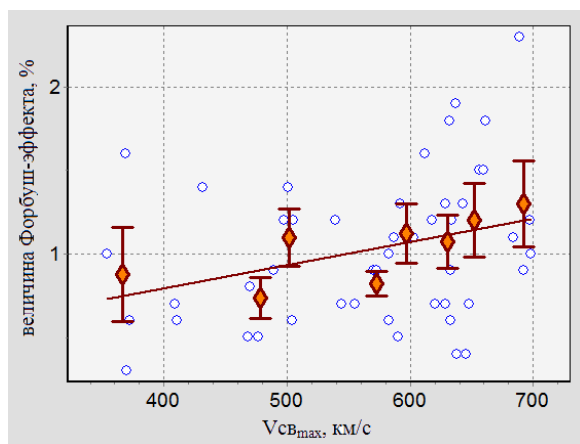
○ – все Форбуш-эффекты, ◇ – Форбуш-эффекты, связанные с корональными дырами.

Рисунок 3 – Зависимость величины Форбуш-эффекта от максимальной величины интенсивности межпланетного магнитного поля

Для нахождения зависимости величины Форбуш-эффекта от скорости солнечного ветра для каждого события брались максимальные значения скорости плазмы солнечного ветра, измеренные на космических аппаратах ACE ([www.swpc.noaa.gov/ace/MAG\\_SWEPAM\\_7d.html](http://www.swpc.noaa.gov/ace/MAG_SWEPAM_7d.html)).

Интересная особенность выявлена в настоящем исследовании: максимальная скорость солнечного ветра для событий Форбуш-эффектов, связанных с потоками плазмы из корональных дыр, менялась примерно в интервале от 350 до 700 км/с, т.е. Форбуш-эффекты в космических лучах наблюдались даже при весьма малых скоростях солнечного ветра.

Зависимость величины Форбуш-эффекта от максимальной скорости солнечного ветра довольно слабая (рисунок 4). Это говорит о том, что при небольших по магнитуде эффектах скорость солнечного ветра не оказывает решающего воздействия на модуляцию космических лучей.



○ – все Форбуш-эффекты, ◇ – Форбуш-эффекты, связанные с корональными дырами.

Рисунок 4 – Зависимость величины Форбуш-эффекта от максимальной величины скорости солнечного ветра

Таким образом, в работе получена зависимость величин Форбуш-эффектов в космических лучах, связанных с влиянием высокоскоростных потоков солнечного ветра из корональных дыр, от основных характеристик межпланетной среды в период, близкий к минимуму солнечной

активности. Зависимость величины магнитуды Форбуш-эффекта от максимальных значений интенсивности межпланетного магнитного поля является линейной, причем гораздо лучшая для событий, связанных с корональными дырами, чем для всех Форбуш-эффектов. Зависимость величины Форбуш-эффекта от максимальной скорости солнечного ветра довольно слабая.

Работа выполнена по программе 101 «Грантовое финансирование научных исследований» в рамках темы «Исследование плотности и векторной анизотропии галактических космических лучей».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Belov A., Baisultanova L., Eroshenko E., Mavromichalaki H., Yanke V., Pchelkin V., Plainaki C., and Mariatos G. *Magnetospheric effects in cosmic rays during the unique magnetic storm on November 2003*// *Journal of Geophysical Research*. **2005**. Vol. 110. P. 9-20.
2. Papailiou M., Mavromichalaki H., Belov A., Eroshenko E., Yanke V. *Precursor effects in different cases of Forbush decreases*// *Solar Physics*. **2012**. P. 337-350.
3. Belov A.V., Eroshenko E.A., Yanke V.G. *Cosmic ray effects caused by great disturbances of the interplanetary medium in 1990-1996* // *Proc. 26th Int. Cosmic Ray Conf.*, **1999**. V. 6. P. 431-434.
4. Belov A.V., Dorman L.I., Eroshenko E.A., Iucci N., Villorosi G., and Yanke V. *Search for predictors of Forbush decreases*// *Proc. 24<sup>th</sup> ICRC*. **1995**. Vol.4, P. 888-891.
5. Yasue S., Mori S., Sakakibara S., Nagashima K. *Coupling Coefficients of Cosmic Ray Daily Variations for Neutron Monitor Stations*// *Rep. of Cosmic Ray Research Laboratory, Nagoya University*. **2006**. P. 487-488.
6. Dvornikov V., Sdobnov V., Sergeev A. *A spectrograph global survey technique for studying cosmic ray distribution function and the planetary system of geomagnetic cutoff rigidities*// *Proc. 20th ICRC*, **1987**. P. 231-234.
7. Papailiou M., Mavromichalaki H., Belov A., Eroshenko E., Yanke V. *The asymptotic longitudinal cosmic ray intensity distribution as Precursor for Forbush decreases*// *Solar Physics*. **2012**. P. 351-362.
8. Asipenka A., Belov A., Eroshenko E., Mavromichalaki H., Papailiou M., Papaioannou A., Oleneva V., Yanke V. *Asymptotic longitudinal distribution of cosmic ray variations in real time as the method of interplanetary space diagnostic*// *Proc. 31 International Cosmic Ray Conf.* **2009**. P. 708-716.

#### REFERENCES

- 1 Belov A., Baisultanova L., Eroshenko E., Mavromichalaki H., Yanke V., Pchelkin V., Plainaki C., and Mariatos G. *Magnetospheric effects in cosmic rays during the unique magnetic storm on November 2003*// *Journal of Geophysical Research*. – **2005**. – V. 110. – P. 9-20.
- 2 Papailiou M., Mavromichalaki H., Belov A., Eroshenko E., Yanke V. *Precursor effects in different cases of Forbush decreases* // *Solar Physics*. – **2012**. – P. 337-350.
- 3 Belov A.V., Eroshenko E.A., Yanke V.G. *Cosmic ray effects caused by great disturbances of the interplanetary medium in 1990-1996* // *Proc. 26th Int. Cosmic Ray Conf.* – **1999**. – V. 6. – P. 431-434.
- 4 Belov A.V., Dorman L.I., Eroshenko E.A., Iucci N., Villorosi G., and Yanke V. *Search for predictors of Forbush decreases* // *Proc. 24<sup>th</sup> ICRC*. – **1995**. – V.4. – P. 888-891.
- 5 Yasue S., Mori S., Sakakibara S., Nagashima K. *Coupling Coefficients of Cosmic Ray Daily Variations for Neutron Monitor Stations* // *Rep. of Cosmic Ray Research Laboratory, Nagoya University*. – **2006**. – P. 487-488.
- 6 Dvornikov V., Sdobnov V., Sergeev A. *A spectrograph global survey technique for studying cosmic ray distribution function and the planetary system of geomagnetic cutoff rigidities* // *Proc. 20th ICRC*. – **1987**. – P. 231-234.
- 7 Papailiou M., Mavromichalaki H., Belov A., Eroshenko E., Yanke V. *The asymptotic longitudinal cosmic ray intensity distribution as Precursor for Forbush decreases*// *Solar Physics*. – **2012**. – P. 351-362.
- 8 Asipenka A., Belov A., Eroshenko E., Mavromichalaki H., Papailiou M., Papaioannou A., Oleneva V., Yanke V. *Asymptotic longitudinal distribution of cosmic ray variations in real time as the method of interplanetary space diagnostic* // *Proc. 31 International Cosmic Ray Conf.* – **2009**. – P. 708-716.

#### Резюме

О. Н. Крякунова<sup>1</sup>, А. М. Малимбаева<sup>1</sup>, И. Л. Цепанкина<sup>1</sup>,  
А. В. Белов<sup>2</sup>, Е. А. Ерошенко<sup>2</sup>, В. Г. Янке<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>«Ионосфера институты» ЕЖШС «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы қаласы;  
<sup>2</sup>ФМАНҒ РАҒ Н.В. ПУШКОВ атындағы жер магнетизм, ионосфера және радио толқындар институты, Мәскеу қаласы)

ЖОҒАРЫ ЖЫЛДАМДЫҚ ТАСҚЫНЫ КҮН ЖЕЛІНІҢ КОРОНАЛДЫ  
ОЙЫҚТАРЫ ЖИЛІККЕ ЖӘНЕ АНИЗОТРОПИЯЛЫҚ ҒАРЫШ  
СӘУЛЕЛЕРІНЕ ЫҚПАЛЫ

Мысал ретінде Форбуш-нәтиженің ғарыштық сәулелері ықпалымен, төмен короналды ойықтардың, массаның короналды атқылауы мен күн тұтылу және күн талшықтарының жоғалуы байқалмағаны қарастырылған. Магнитосфера шетіндегі векторлық анизотропия галактиканың ғарыштық сәулесі және сәуленің тығыздығы ғаламдық түсірілімнің әдісімен есептелген. Қарастырылып отырған уақиға Форбуш-нәтижесіне типті, қарқынды ғарыштық сәулелерінің азайу 4 күннен кейін магнитудалық нәтижесін байқауға болады. Күн сәулесінің жақын минимум белсенділігі кезінде алынған аумақтары Форбуш-нәтижесіне ғарыштық сәуле негізгі планетааралық мінездемеге тәуелді. Тәуелді магнитуда аумақтары Форбуш-нәтижесі максималды қарқыны магнитуда аралық сызықтық аумақ болып табылады, короналды ойықтар тиімдірек болып есептеліп, ал Форбуш-нәтижелерін қарастырылған уақыт аралығы болады.

**Тірек сөздер:** короналды ойықтар, ғарыш сәулелері, анизотропия.

### Summary

*O. N. K Kryakunova<sup>1</sup>, A. M. M Malimbayev<sup>1</sup>, I. L. T sepakina<sup>1</sup>,  
A. V. B elov<sup>2</sup>, E. A. Eroshenko<sup>2</sup>, V. G. Yanke<sup>2</sup>*

(Institute of Ionosphere, National Center for Space Research and Technology, Almaty;  
Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radiowave Propagation, Moscow)

### THE EFFECT OF HIGH-SPEED SOLAR WIND STREAMS FROM CORONAL HOLES ON COSMIC RAY DENSITY AND ANISOTROPY

The effect of high-speed solar wind streams from low-latitude coronal holes on cosmic ray intensity is studied. The database on Forbush effects created at IZMIRAN, with cosmic ray density and anisotropy calculated by the Global Survey Method (GSM) on the basis of Neutron Monitor network data has been used. From the analysis of events it was found that the highest correlation of the FE magnitude was found with the interplanetary magnetic field, but not with solar wind speed. As a rule, Forbush effects caused by coronal hole streams were small but prolonged.

**Keywords:** coronal hole, cosmic ray, anisotropy.

Поступила « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

УДК 533+53

*В. Л. САВЕЛЬЕВ<sup>1</sup>, С. А. ФИЛЬКО<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup>ДТОО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр  
космических исследований и технологий», г. Алматы,

<sup>2</sup>Жетысуский государственный университет им. И.Жансугурова, г. Талдыкорган)

### СОХРАНЕНИЕ ЭНЕРГИИ СИСТЕМЫ МОЛЕКУЛ В МЕТОДЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ СИЛЫ С ДВУХЧАСТИЧНОЙ ФУНКЦИЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

**Аннотация.** Как известно, алгоритм метода кинетической силы на основе кинетического уравнения для двухчастичной функции распределения гарантирует сохранение энергии и импульса при «квазистолкновении» в каждой отдельной паре квазичастиц. Но при моделировании релаксации всего ансамбля дефицит энергии все-таки появляется на этапе восстановления одночастичной функции распределения. В статье предлагается новый вариант алгоритма метода кинетической силы, в котором энергия системы молекул сохраняется на любом этапе моделирования релаксации без дополнительных поправок. Тем самым, преимущества моделирования на основе двухчастичной функции распределения пар квазичастиц используются более полно.

**Ключевые слова:** метод кинетической силы, двухчастичная функция распределения.

**Тірек сөздер:** кинетикалық күш әдісі, екі бөлшекті үлестіру атқарымы.

**Key words:** Kinetic Force Method, two-particle distribution function.

**Введение.** В 1999-2002 гг. независимо в работах [1, 2] интеграл столкновений в уравнении Больцмана был представлен в дивергентной форме, и тем самым была заложена теоретическая основа метода кинетической силы. Вместо традиционных приемов математического моделирования динамики разреженного газа, в которых копируется движение молекул, в методе кинетической силы используют квазичастицы. Их функция распределения совпадает с функцией распределения реальных молекул, но характер движения качественно отличается: квазичастицы движутся в фазовом пространстве вдоль гладких траекторий и не совершают перескоков, как это делают молекулы при столкновениях. В [3, 4] были разработаны первые алгоритмы метода кинетической силы и доказана принципиальная корректность метода. Для расчета ускорений квазичастиц требовалось рассчитывать кинетическую силу, действующую на каждую в отдельности квазичастицу, и двухчастичный характер взаимодействия реальных частиц явно не реализовывался. Как следствие при моделировании релаксации газа появлялся дефицит энергии системы квазичастиц, который требовалось компенсировать с помощью специальных поправок.

Для явного обеспечения сохранения энергии и импульса системы квазичастиц в работе [5] было получено уравнение для двухчастичной функции распределения, которое описывает взаимодействие пар частиц как вращение вокруг их центра масс. В [6] были выполнены тестовые расчеты моделирования газа на основе двухчастичной функции распределения молекул, которые подтвердили перспективность этого подхода. Но, несмотря на сохранение энергии и импульса при «квазистолкновениях» в каждой отдельной паре квазичастиц, при моделировании всего ансамбля дефицит энергии все-таки появлялся на этапе восстановления одночастичной функции распределения. В [7] были показаны причины возникновения этого дефицита.

В данной работе проанализирован имеющийся алгоритм метода кинетической силы с двухчастичной функцией распределения и предложен его новый вариант, в котором энергия и импульс сохраняются автоматически в ходе всего процесса релаксации безо всяких поправок, не только при взаимодействии в каждой паре квазичастиц, но и для всей системы молекул в целом. Выполнены также тестовые расчеты для сравнения эффективности алгоритмов этих двух вариантов. Для упрощения изложения, в статье рассматривается только столкновительная релаксация однородного газа, которая является наиболее трудным этапом кинетического моделирования газовых течений.

**Алгоритмы моделирования.** Для моделирования по методу кинетической силы систему молекул заменяем набором  $N$  квазичастиц. Из ренормализованного уравнения [5] для двухчастичной функции распределения  $F(\mathbf{v}, \mathbf{u})$  следует, что эффект столкновений молекул эквивалентен эффекту вращения пар квазичастиц с угловой скоростью  $\Omega(\mathbf{v}, \mathbf{u})$ , которая зависит от двух скоростей пары и одночастичной функции распределения  $f(\mathbf{v})$ :

$$\Omega(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = \int d\phi d\Omega_n \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{v} \times \mathbf{n}}{v^2} \Big|_{\cos \theta} b(v, \mu) \frac{[f(\mathbf{v}'_+) f(\mathbf{u}'_+) - f(\mathbf{v}'_-) f(\mathbf{u}'_-)]}{f(\mathbf{v}) f(\mathbf{u})}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_{\pm} &= \mathbf{v} + \frac{[(1 - \cos \phi) \mathbf{k}^2 \pm \sin \phi \mathbf{k}]}{2} \mathbf{v}, \quad \mathbf{u}'_{\pm} = \mathbf{u} - \frac{[(1 - \cos \phi) \mathbf{k}^2 \pm \sin \phi \mathbf{k}]}{2} \mathbf{v} \\ 0 \leq \phi, \quad \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad \mathbf{v} &= \mathbf{v} - \mathbf{u}, \\ \mathbf{n}^2 &= 1, \quad \cos \theta = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}}{v}, \quad \mu = \cos 2\theta, \quad b(v, \mu) = \frac{d\sigma}{d\Omega} v, \quad d\Omega_n = \sin \theta d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Функция распределения  $f(\mathbf{v})$  в пространстве скоростей восстанавливается по фактической функции распределения системы  $N$  квазичастиц со скоростями  $\mathbf{v}_i$   $i = 1 \dots N$

$$f_0(\mathbf{v}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i) \quad (3)$$

при помощи преобразования редукции малых масштабов. Преобразование редукции малых масштабов является комбинацией операций усреднения, растяжения и сдвига:

$$f_\tau(\mathbf{v}) \equiv e^{\tau(\kappa_\infty \nabla^2 + \nabla \cdot \mathbf{v} - \langle \mathbf{v} \rangle_0 \cdot \nabla)} f_0(\mathbf{v}) = \frac{1}{(2\pi\kappa_\tau)^{\frac{3}{2}}} \int d\mathbf{v}' e^{-\frac{[\mathbf{v} - (1-e^{-\tau})\langle \mathbf{v} \rangle_0 - e^{-\tau}\mathbf{v}']^2}{2\kappa_\tau}} f_0(\mathbf{v}') \quad (4)$$

$$\kappa_\tau = (1 - e^{-2\tau})\kappa_\infty, \quad \kappa_\infty = \frac{1}{3} \left( \langle \mathbf{v}^2 \rangle_0 - \langle \mathbf{v} \rangle_0^2 \right),$$

где  $\nabla = \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}$ ,  $\tau \geq 0$  – параметр преобразования редукции. Преобразование редукции отфильтровывает мелкомасштабные флуктуации и слабо изменяет крупномасштабные характеристики, одновременно сохраняя неизменными пять моментов исходного распределения: норму функции распределения, вектор средней скорости, и средний квадрат скорости:

$$\langle 1 \rangle_\tau = \langle 1 \rangle_0, \quad \langle \mathbf{v} \rangle_\tau = \langle \mathbf{v} \rangle_0, \quad \langle \mathbf{v}^2 \rangle_\tau = \langle \mathbf{v}^2 \rangle_0. \quad (5)$$

Восстановленная функция распределения системы  $N$  частиц является суперпозицией Гауссианов:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\kappa_\tau})^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-\frac{[\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}_i]^2}{2\kappa_\tau}}, \quad (6)$$

где

$$\bar{\mathbf{v}}_i = e^{-\tau} \mathbf{v}_i + (1 - e^{-\tau}) \langle \mathbf{v} \rangle_0, \quad \kappa_\tau = (1 - e^{-2\tau}) \kappa_\infty, \quad (7)$$

$$\kappa_\infty = \frac{1}{3} \left( \langle \mathbf{v}^2 \rangle_0 - \langle \mathbf{v} \rangle_0 \cdot \langle \mathbf{v} \rangle_0 \right),$$

$\langle \mathbf{v} \rangle_0, \langle \mathbf{v}^2 \rangle_0$  – средняя скорость молекул и средний квадрат скорости соответственно:

$$\langle \mathbf{v}^2 \rangle_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i^2, \quad \langle \mathbf{v} \rangle_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i. \quad (8)$$

Первый вариант алгоритма (нахождение центров масс облаков фрагментов). Рассмотрим детально алгоритм из [7]. На каждом временном шаге для каждой



частицы, имеющей скорость  $\mathbf{v}_i$ , формируются  $N$  пар  $(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_k)$ ,  $k = 1, \dots, N$ , включая тривиальную пару частицы с самой собой, и вычисляются  $N$  ее скоростей  $\mathbf{v}_{ik}$  при взаимодействиях во всех парах:

$$\mathbf{v}_{ik} = \mathbf{v}_i(t) + \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \cos(\Omega_{ik} dt) \right) \frac{\Omega_{ik} \times \Omega_{ik} \times}{\Omega_{ik}^2} + \sin(\Omega_{ik} dt) \frac{\Omega_{ik} \times}{\Omega_{ik}} \right] [\mathbf{v}_i(t) - \mathbf{v}_k(t)] \quad (9)$$

где  $\Omega_{ik} = \Omega_{ki} = \Omega(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_k)$  – вектор угловой скорости вращения относительно центра масс каждой пары. Угловая скорость в паре частицы с ней самой равна нулю (скорости в этой паре не меняются). По формуле (9) для каждой квазичастицы в пространстве скоростей формируется облако из  $N$  «фрагментов», вес каждого из которых равен  $N^{-1}$ . Размер облака в пространстве скоростей пропорционален временному шагу  $dt$ . За новую скорость квазичастицы принимается скорость центра масс облака ее фрагментов:

$$\mathbf{v}_i(t + dt) = \frac{1}{N} \sum_k \mathbf{v}_{ik} \quad (10)$$

Эта замена и приводит к потере энергии системы квазичастиц; дефицит энергии пропорционален  $(dt)^2$ , и для его компенсации необходимы специальные поправки.

Таким образом, моделирование эволюции системы молекул по методу кинетической силы с нахождением *центров масс облаков фрагментов* выполняют дискретными шагами по времени, достаточно малыми по сравнению со средним временем между столкновениями, которые включают две независимых операции:

1) формирование по формуле (9) в пространстве скоростей облака из  $N$  «фрагментов» для каждой квазичастицы на основе данных о скоростях всех квазичастиц для момента времени  $t$ ;

2) вычисление скоростей квазичастиц для момента времени  $(t + dt)$ , как скоростей центров масс каждого облака фрагментов (в этой операции часть энергии системы теряется).

Отметим, что согласно формуле (1) на новые значения скоростей в каждой конкретной паре влияют скорости *всех* квазичастиц, хранящиеся в соответствующем массиве для момента времени  $t$  в памяти компьютера. Массив скоростей квазичастиц *не меняется* в процессе пересчета квазистолкновений всех пар. И только после определения центров масс всех облаков фрагментов в массив скоростей сразу для всех квазичастиц вносятся новые значения, соответствующие моменту времени  $(t + dt)$ .

Второй вариант алгоритма (последовательный пересчет скоростей квазичастиц). Для того, чтобы энергия сохранялась в точности в ходе расчета процесса релаксации газа, и никакие поправки не требовались, предлагается новый алгоритм метода кинетической силы с использованием пар квазичастиц. Рассмотрим подробно один его временной шаг, в котором по массиву скоростей квазичастиц в момент времени  $t$ , определяется новый массив скоростей, соответствующий моменту времени  $(t + dt)$ . Этот шаг алгоритма состоит из следующих двух операций.

1) По известному в момент времени  $t$  массиву скоростей квазичастиц формируются все возможные пары квазичастиц  $(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_k)$ ,  $i < k$  таким образом, чтобы каждая из них входила в пару с каждой из остальных по одному разу. Тривиальная пара частицы с самой собой не учитывается. Всего получим  $N_p = N(N - 1) / 2$  пар.

2) Пары квазичастиц подвергаются перерасчету на каждом дробном временном шаге  $dt / N_p$ , и новые скорости квазичастиц в паре  $(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_k)$ ,  $i < k$  определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i \left( t + \frac{dt}{N_p} \right) &= \mathbf{v}_i(t) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \cos \left( \frac{\Omega_{ik} dt}{N-1} \right) \right) \frac{\boldsymbol{\Omega}_{ik} \times \boldsymbol{\Omega}_{ik} \times}{\Omega_{ik}^2} + \sin \left( \frac{\Omega_{ik} dt}{N-1} \right) \frac{\boldsymbol{\Omega}_{ik} \times}{\Omega_{ik}} \right] [\mathbf{v}_i(t) - \mathbf{v}_k(t)], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k \left( t + \frac{dt}{N_p} \right) &= \mathbf{v}_k(t) - \\ &- \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \cos \left( \frac{\Omega_{ik} dt}{N-1} \right) \right) \frac{\boldsymbol{\Omega}_{ik} \times \boldsymbol{\Omega}_{ik} \times}{\Omega_{ik}^2} + \sin \left( \frac{\Omega_{ik} dt}{N-1} \right) \frac{\boldsymbol{\Omega}_{ik} \times}{\Omega_{ik}} \right] [\mathbf{v}_i(t) - \mathbf{v}_k(t)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Отличие формул (11), (12) от формулы (9) в том, что временной шаг  $dt$  разбивается на  $N_p$  равных интервалов, и расчет выполняется для каждого из них. Другая особенность этой операции заключается в том, что после нахождения новых скоростей для каждой очередной пары частиц, эти скорости *сразу* вносятся в массив скоростей вместо «старых» скоростей и используются в дальнейших вычислениях для остальных пар частиц в рамках того же временного шага  $dt$ . На каждом дробном интервале времени  $dt / N_p$  скорости меняются только у двух частиц; в течение всего временного шага  $dt$  у каждой из  $N$  частиц скорость пересчитывается  $(N-1)$  раз. Массив скоростей меняется в ходе временного шага алгоритма столько раз, сколько имеется пар: при каждом изменении массива перезаписываются скорости только одной пары. Операция пересчета массива скоростей выполняется *последовательно* – что и отражено в названии алгоритма.

Итак, предлагаемый вариант алгоритма метода кинетической силы не требует нахождения центров масс облаков фрагментов, и энергия системы, очевидно, сохраняется на каждом временном шаге без поправок при таком же количестве вычислений, что и в алгоритме из [7]. Полное сохранение энергии было подтверждено в ходе численных экспериментов в нескольких задачах трехмерной в пространстве скоростей релаксации однородного разреженного газа.

Для иллюстрации рассмотрим работу метода кинетической силы для пар квазичастиц на примере задачи трехмерной релаксации двух встречных молекулярных слаборасходящихся пучков одинаковой плотности. Выбор этой задачи обусловлен тем, что молекулярная система находится в состоянии, далеком от равновесного, что затрудняет применение, как аналитических методов (таких как методы Грэда или Чепмена-Энгсгога), так и традиционных численных методов, ограничения применимости которых продиктованы возможностями вычислительной техники, и дает возможность наиболее полно использовать преимущества метода кинетической силы. Начальное распределение частиц в каждом пучке предполагалось нормальным со средними скоростями  $\pm 1.0$  и стандартным отклонением  $\kappa_\tau = 0.05$ ; в каждом пучке было задействовано по 120 квазичастиц (Рис. 1, слева).

Для сравнения применялись оба варианта алгоритма: 1) с нахождением центров масс облаков фрагментов и 2) с последовательным пересчетом скоростей квазичастиц. В первом из них для компенсации дефицита энергии применялось «растяжение» в пространстве скоростей:

$$\mathbf{v}_i(t + dt) \rightarrow \mathbf{v}_i(t + dt) \cdot \left( \frac{\langle \mathbf{v}^2 \rangle_t}{\langle \mathbf{v}^2 \rangle_{t+dt}} \right)^{1/2}.$$

Алгоритмы тестировались при условии постоянной частоты столкновений молекул (максвелловские молекулы,  $\nu = \sigma v = \text{const}$ ), что дает возможность сравнить расчетные моменты функции распределения с их точными значениями, полученными непосредственно из уравнения Больцмана. Первые моменты функции распределения выражаются через величины  $\bar{\mathbf{v}}_i$ ,

$\kappa_\tau$  следующим образом [8]:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v} \rangle_\tau &= \frac{1}{N} \sum_i \bar{\mathbf{v}}_i, & \langle \mathbf{v}^2 \rangle_\tau &= 3\kappa_\tau + \frac{1}{N} \sum_i \bar{\mathbf{v}}_i^2, \\ \langle \mathbf{v}^4 \rangle_\tau &= 15(\kappa_\tau)^2 + \frac{1}{N} \sum_i \left[ 10\kappa_\tau \bar{\mathbf{v}}_i^2 + (\bar{\mathbf{v}}_i^2)^2 \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

В ходе моделирования строились графики зависимости от времени безразмерных моментов функции распределения. На рисунках 2-4 построены известные точные значения безразмерных четвертого и вторых моментов функции распределения и их приближенные значения, полученные при моделировании по каждому из алгоритмов в системе единиц  $\langle \mathbf{v}^2 \rangle = 1$ ,  $\nu = 1$ . На рис. 1 (справа) представлено конечное положение квазичастиц, полученное по алгоритму с последовательным пересчетом скоростей квазичастиц.

**Заключение.** В данной работе проанализированы причины возникновения дефицита энергии при моделировании по методу кинетической силы с использованием двухчастичной функции распределения и предложен новый вариант алгоритма метода – последовательный пересчет скоростей квазичастиц. При моделировании релаксации разреженного газа согласно данному алгоритму энергия системы молекул сохраняется автоматически безо всяких поправок. По сравнению с моделированием релаксации газа по алгоритму с нахождением центров масс облаков фрагментов, последовательный пересчет скоростей дает лучшие результаты при таком же числе задействованных квазичастиц, таком же количестве операций и объеме задействованной памяти компьютера. Он позволяет наиболее полно использовать преимущества, предоставляемые использованием двухчастичной функции распределения. Расхождения между точным и расчетным значениями четвертого момента уменьшаются при увеличении количества квазичастиц для обоих алгоритмов.

Преимуществом же алгоритма с нахождением центров масс облаков фрагментов является возможность очевидного распараллеливания вычислительных процессов при использовании суперкомпьютера.

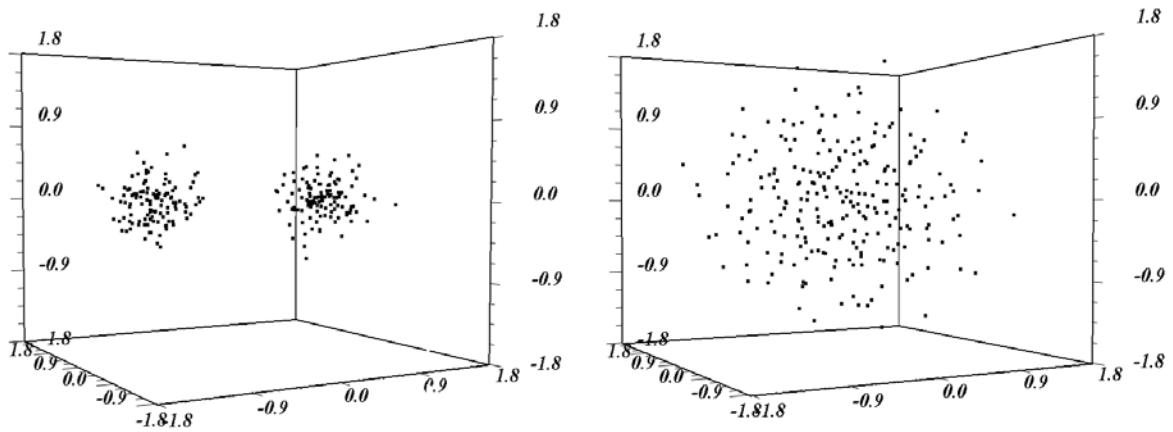


Рисунок 1 – Начальное положение квазичастиц в пространстве скоростей (слева).  
 Финальное положение квазичастиц в пространстве скоростей, полученное по алгоритму с последовательным пересчетом скоростей квазичастиц (справа)

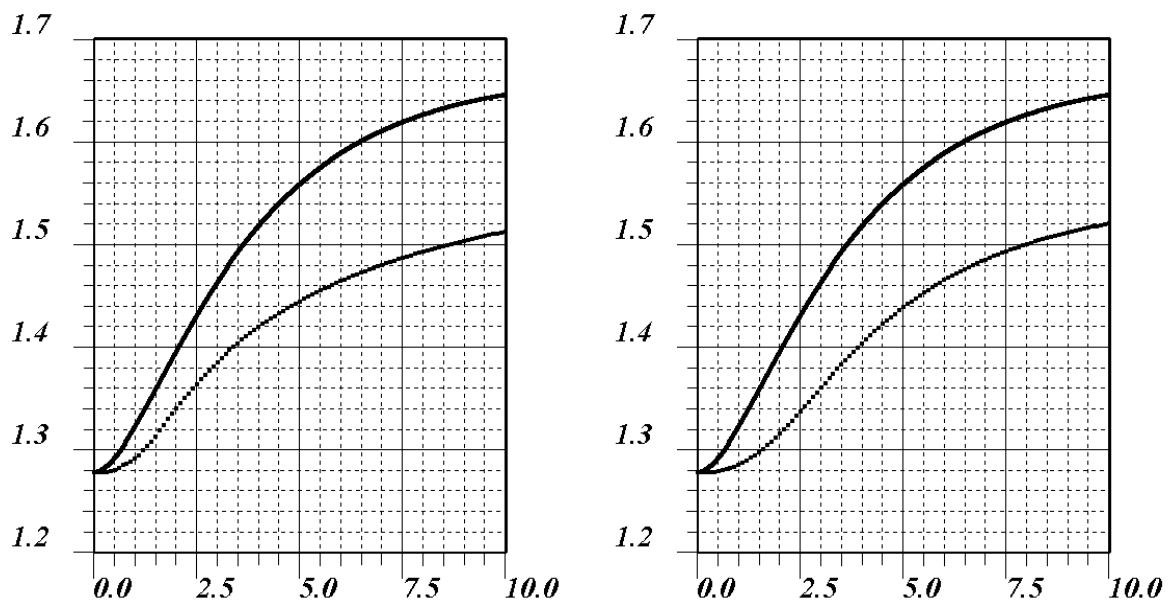


Рисунок 2 – Графики зависимости от времени безразмерного четвертого момента  $\langle v^4 \rangle$  функции распределения (сплошная линия – точный момент, пунктир – расчетный): полученные по алгоритму с нахождением центров масс облаков фрагментов (слева) и по алгоритму с последовательным пересчетом скоростей квазичастиц (справа)

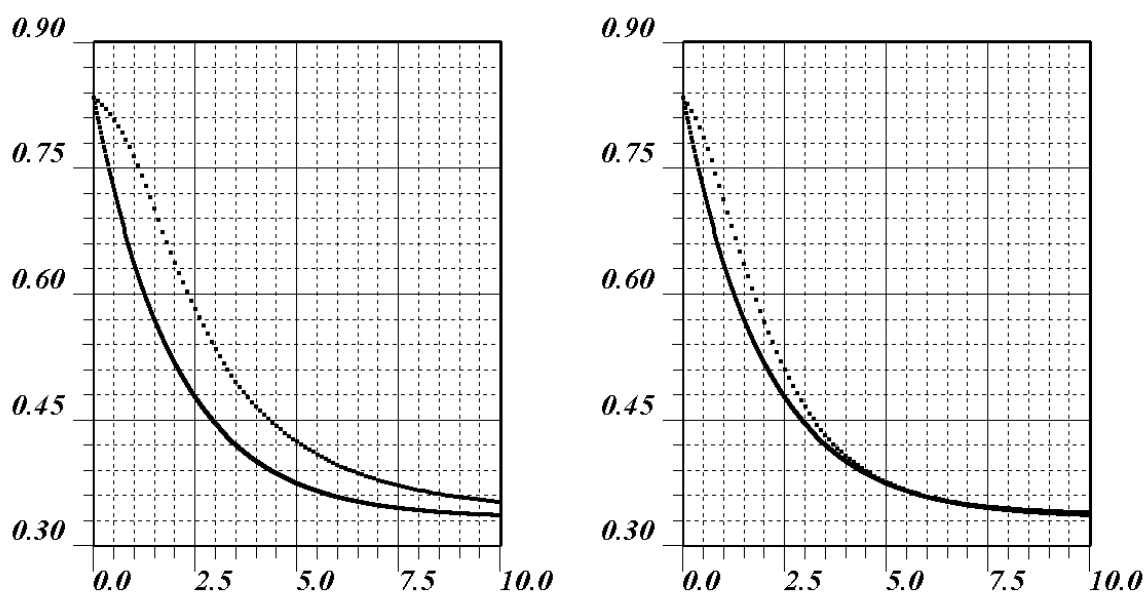


Рис.унок 3 – Графики зависимости от времени безразмерного второго момента  $\langle v_x^2 \rangle$  функции распределения (сплошная линия – точный момент, пунктир – расчетный): полученные по алгоритму с нахождением центров масс облаков фрагментов (слева) и по алгоритму с последовательным пересчетом скоростей квазичастиц (справа)

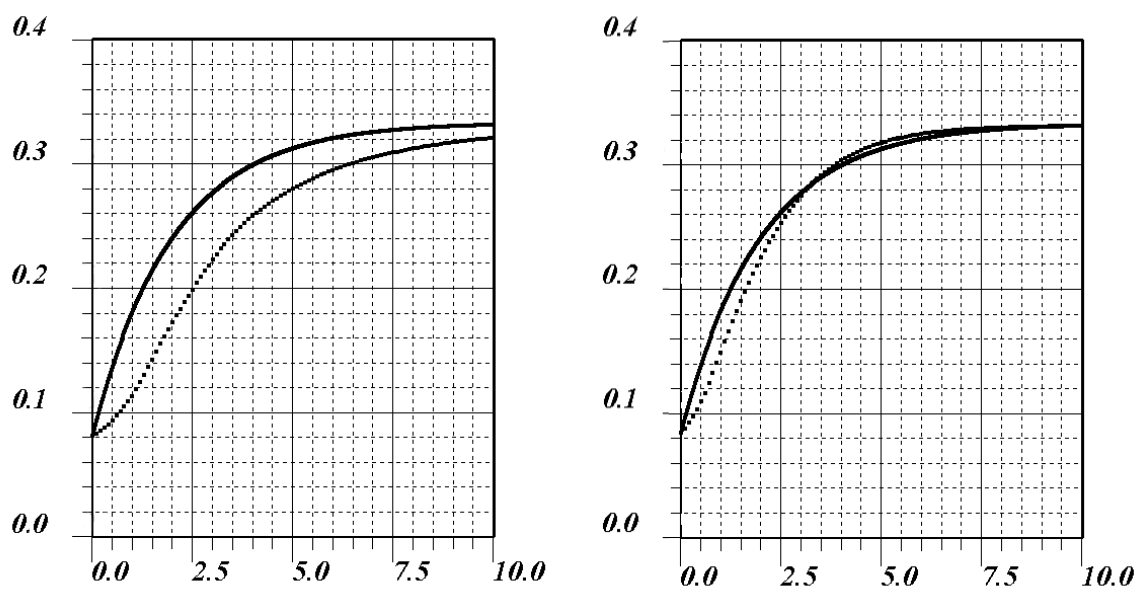


Рис.унок 4 – Графики зависимости от времени безразмерного второго момента  $\langle v_y^2 \rangle$  функции распределения (сплошная линия – точный момент, пунктир – расчетный): полученные по алгоритму с нахождением центров масс облаков фрагментов (слева) и по алгоритму с последовательным пересчетом скоростей квазичастиц (справа)

Работа выполнена по программе 101 «Грантовое финансирование научных исследований» в рамках темы «Развитие кинетического описания динамики газа и плазмы» и поддержана грантом университета Тохоку (г. Сендай, Япония).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Villani C. Conservative forms of Boltzmann's collision operator: Landau revisited // *Math. Mod. An. Num.* 33, 1.– 1999. – P.209-227.
- 2 Saveliev V.L., Nanbu K. Collision group and renormalization of the Boltzmann collision integral // *Phys. Rev.* **E 65**, 051205. – 2002. – PP.1-9.
- 3 Saveliev V.L., Filko S.A. Kinetic force method for numerical modeling 3D relaxation in homogeneous rarefied gas // AIP Conf. Proc. 1084. **Proceedings of the 26th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics** (Kyoto, Japan. – 2008). – P.513-518.
- 4 Saveliev V.L., Filko S.A., Tomarikawa K., Yonemura S. Kinetic Force Method for Rarefied Gas flows // *Proceedings of the 9th International Symposium on Advanced Fluid Information and Transdisciplinary Fluid Integration*, (Sendai, Japan. – 2009). – P.104-105.
- 5 Saveliev V.L. Kinetic Equation for Two-Particle Distribution Function in Boltzmann Gas Mixtures and Equation of Motion for Quasiparticle Pairs // AIP Conf. Proc. **1333**. *Proceedings of the 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics* (Pacific Grove, USA. – 2010). – P.134-139.
- 6 Saveliev V.L., Filko S.A., Tomarikawa K., Yonemura S. Kinetic Force Method with Quasiparticle Pairs for Numerical Modeling 3D Rarefied Gas Flows // AIP Conf. Proc. **1333**. *Proceedings of the 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics* (Pacific Grove, USA. – 2010). P.974-979.
- 7 Saveliev V.L., Filko S.A., Yonemura S. A View On Kinetic Force Method From Two-Particle Kinetic Equation // *Proceedings of the 13th International symposium on Advanced Fluid Information* (Sendai, Japan. – 2013). P.160-161.
- 8 Филько С.А. Метод численного решения уравнения Больцмана с дивергентной формой интеграла столкновений для трехмерных задач атмосферной динамики: диссертация канд. физ.-мат. наук: 25.00.29: защищена 27.03.09: утверждена 22.06.09. – АО «Национальный центр космических исследований и технологий», Алматы. – 2009. – 132 с.

REFERENCES

- 1 Villani C. Conservative forms of Boltzmann's collision operator: Landau revisited // *Math. Mod. An. Num.* 33, 1. – 1999. – P.209-227.
- 2 Saveliev V.L., Nanbu K. Collision group and renormalization of the Boltzmann collision integral // *Phys. Rev.* **E 65**, 051205. – 2002. – PP.1-9.
- 3 Saveliev V.L., Filko S.A. Kinetic force method for numerical modeling 3D relaxation in homogeneous rarefied gas // AIP Conf. Proc. 1084. **Proceedings of the 26th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics** (Kyoto, Japan. – 2008). – P.513-518.
- 4 Saveliev V.L., Filko S.A., Tomarikawa K., Yonemura S. Kinetic Force Method for Rarefied Gas flows // *Proceedings of the 9th International Symposium on Advanced Fluid Information and Transdisciplinary Fluid Integration*, (Sendai, Japan. – 2009), – p.104-105.
- 5 Saveliev V.L. Kinetic Equation for Two-Particle Distribution Function in Boltzmann Gas Mixtures and Equation of Motion for Quasiparticle Pairs // AIP Conf. Proc. **1333**. *Proceedings of the 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics* (Pacific Grove, USA. – 2010). – P.134-139.
- 6 Saveliev V.L., Filko S.A., Tomarikawa K., Yonemura S. Kinetic Force Method with Quasiparticle Pairs for Numerical Modeling 3D Rarefied Gas Flows // AIP Conf. Proc. **1333**. *Proceedings of the 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics* (Pacific Grove, USA. – 2010). – P.974-979.
- 7 Saveliev V.L., Filko S.A., Yonemura S. A View On Kinetic Force Method From Two-Particle Kinetic Equation // *Proceedings of the 13th International symposium on Advanced Fluid Information* (Sendai, Japan. – 2013). – P.160-161.
- 8 Filko S.A. Method of numerical solution of the Boltzmann's kinetic equation with the divergence form of the collision integral for three-dimensional problems of atmosphere's dynamics: dissertation of candidate of physical and mathematical sciences: 25.00.29: presented 27.03.09: confirmed 22.06.09. – «National Center for Space Research and Technology», Almaty. – 2009. – P. 132.

Резюме

В. Л. Савельев<sup>1</sup>, С. А. Филько<sup>2</sup>

<sup>1</sup> «Ионосфера институты» ЕЖШС

«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ)  
(І.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ.)

КИНЕТИКАЛЫҚ КҮШ ПЕН ЕКІ БӨЛШЕКТІ ҮЛЕСТІРУ АТҚАРЫМЫ  
ӘДІСІНДЕ МОЛЕКУЛАЛАР ЖҮЙЕСІ ЭНЕРГИЯСЫНЫҢ САҚТАЛУЫ

Біз білетіндей кинетикалық күш әдісінің алгоритмі кинетикалық тендеудің негізінде екі бөлшекті үлестіру атқарымы үшін әр жеке квазибөлшек жұптарындағы соқтығысу кезінде энергия мен импульстің сақталуын қамтамасыз етеді. Дегенмен барлық үйлесімдікті релаксациялық үлгілеу кезінде бір бөлшекті атқарымының қалпына келу кезеңінде энергия тапшылығы пайда болады. Мақалада ұсынылатын күш әдісі алгоритмінің жаңа нұсқасында молекула жүйесінің энергиясы релаксациялық үлгілеудің кез келген кезеңінде қосымша түзетулерсіз сақталады. Осылайша үлгілеудің артықшылығы квазибөлшек жұптарын екі бөлшекті үлестіру атқарымы негізінде толығырақ пайдаланылады.

**Тірек сөздер:** кинетикалық күш әдісі, екі бөлшекті үлестіру атқарымы.

Summary

V. L. Saveliev<sup>1</sup>, S. A. Filko<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Institute of Ionosphere, National Center for Space Research and Technology, Almaty,  
<sup>2</sup>Zhetysu State University named after I.Zhansugurov, Taldykorgan)

ENERGY CONSERVATION OF SYSTEM OF MOLECULES IN KINETIC  
FORCE METHOD WITH TWO-PARTICLE DISTRIBUTION FUNCTION

In the article, the algorithm of the Kinetic Force Method founded on a kinetic equation for auxiliary two-particle distribution function of quasiparticle pairs is considered. It is known that in the interaction of quasiparticle pairs, energy and momentum are conserved for each individual pair. However, in the course of the numerical simulation of relaxation of the entire ensemble the energy deficit still appears. In the article, the new algorithm of the Kinetic Force Method is proposed, in which the energy of a system of molecules is retained at any stage of relaxation without any additional corrections. Thus, the advantages of modeling on the base of two-particle distribution function of quasiparticle pairs are used more effectively.

**Key words:** Kinetic Force Method, two-particle distribution function.

Поступила « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

УДК 524.1 : 577.462

Н. М. САЛИХОВ<sup>1</sup>, Г. Д. ПАК<sup>2</sup>, О. Н. КРЯКУНОВА<sup>1</sup>, Т. В. САМОЙЛЕНКО<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>ДТОО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр космических исследований  
и технологий», г. Алматы; <sup>2</sup>РГП «Институт физиологии человека и животных»  
КН МОН РК, г. Алматы)

**ВЛИЯНИЕ ГЕОМАГНИТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ  
НА ФЛУКТУАЦИИ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИЗЕМНОЙ  
АТМОСФЕРЫ И ИХ БИОТРОПНОЕ ДЕЙСТВИЕ  
НА ОРГАНИЗМ ЧЕЛОВЕКА**

**Аннотация.** В настоящей работе приводятся данные влияния космической погоды на флуктуации потока гамма-квантов вторичной космической компоненты в приземной атмосфере. Мониторинг гамма-излучения выполнен на территории г. Алматы и высокогорной научной станции космических лучей «Космостанция» в 32 км от г. Алматы. Флуктуации интенсивности потока гамма-квантов рассматриваются в связи с сезонной ритмикой, геомагнитной активностью и влиянием на организм человека. Установлено, что в сезонных вариациях потока гамма-квантов присутствуют два основных периода – минимум в зимний и максимум в летний периоды. Во время геомагнитных бурь зарегистрированы всплески интенсивности и нарушения фоновых флуктуаций потока гамма-квантов, выраженность и направленность которых зависит от уровня возмущенности геомагнитного поля. Показано, что влияние гамма-излучения на организм человека связано с частичным поглощением гамма-квантов при прохождении через организм и с индукцией резонансных колебаний спектральной мощности переменности ритма сердца в области очень низких частот.

**Ключевые слова:** гамма-излучение в приземной атмосфере, сезонные вариации, геомагнитные бури, переменность ритма сердца.

**Тірек сөздер:** жерге жақын атмосферада гамма-сәулелену, маусымдығы өзгермелі нұсқалар, геомагнитті дауылдар, жүрек ырғағының вариациясы.

**Keywords:** background gamma-radiation, seasonal variations, geomagnetic storms, heart rate variability.

**Введение.** Спорадические процессы на Солнце и последующие геомагнитные бури (МБ) влияют на каскадные процессы образования в атмосфере Земли вторичного потока гамма-квантов и колебания естественного фона приземной радиации. Эти флуктуации при возмущениях геомагнитного поля (ГМП) по мнению авторов [1–3] возникают вследствие усиления выделения

радона из грунтовых пород и повышения содержания  $^{222}\text{Rn}$  в приземной атмосфере. В вариациях потока гамма-квантов находят отклик даже небольшие колебания радиоактивного фона, как, например, при атмосферных осадках в виде дождя, града и снега. При обильном выпадении осадков интенсивность потока гамма-квантов в приземной атмосфере может значительно возрасти [4]. В повседневной жизни человек постоянно подвергается действию гамма-квантов вторичной космической компоненты (ВКК). И, несмотря на значительный прогресс, в исследовании механизмов влияния геомагнитных возмущений на организм человека остается немало открытых вопросов [5]. Влияют ли непосредственно флуктуации возмущенного ГМП на самочувствие человека или же некий промежуточный фактор? Этому вопросу в настоящее время посвящено большинство работ [6]. В качестве одного из факторов высокой чувствительности сердечно-сосудистой системы и регуляторных физиологических систем к действию космической погоды рассматривается низкоэнергичное гамма-излучение ВКК [7]. С определенностью можно констатировать, что повышенную метеозависимость и чувствительность к возмущениям ГМП проявляют люди старшей возрастной группы, особенно страдающие различными заболеваниями, и в фазе их обострения [6, 8, 9]. В настоящее время метод экологического мониторинга гамма-излучения в приземных слоях атмосферы проводится на территориях многих городов и крупных мегаполисов. Это связано с объективностью и информативностью метода для контроля среды обитания человека, понимания механизмов солнечно-биосферных связей.

Целью данной работы явилось изучение флуктуаций потока гамма-квантов ВКК в приземной атмосфере в связи с сезонной ритмикой, гелиогеомагнитной активностью и влиянием на организм человека.

**Методика:** Исследования выполнены на высокогорной научной станции космических лучей «Космостанция» на высоте 3340 м над уровнем моря и в г. Алматы (860 м над уровнем моря). Интенсивность потока гамма-квантов измеряли с помощью сцинтилляционного детектора, основой которого является кристалл NaI. Калибровка детектора проводилась с помощью эталонных источников Am-241 ( $E_\gamma=60$  кэВ) и Cs-137 ( $E_\gamma=660$  кэВ). Данные геомагнитной активности взяты с сайта [ionos.kz](http://ionos.kz) магнитной обсерватории ДТОО «Институт ионосферы». Вариабельность ритма сердца (ВРС) регистрировали кардиомониторами ритма сердца фирмы «Polar» (Финляндия) во время ночного сна испытуемых. Для обработки данных применяли методы статистического и спектрального анализа.

**Результаты исследования.** Выполнено исследование влияния космической погоды на среду обитания человека на примере анализа событий повышенной солнечной активности, геомагнитных возмущений и флуктуаций интенсивности потока гамма-квантов ВКК в приземной атмосфере. На рисунке 1 представлены данные регистрации потока гамма-квантов на территории «Космо-станции» во время магнитной бури (МБ) 3 августа (К-индекс=6) и 4 августа (К=7) 2010 г., а также 7 марта (К=6), 9 марта (К=7) и 12 марта 2012 г. (К= 6) на территории г. Алматы. Как в первом, так и во втором случае резкие всплески и снижение X компоненты геомагнитного поля сопровождалось значимым повышением интенсивности потока гамма-квантов (рисунок 1). Обращает внимание, что продолжительность этих эффектов соответствовала длительности МБ. Повышение фонового уровня гамма-излучения у поверхности земли, предположительно обусловлено выделением радона при МБ вследствие эффекта магнитострикции в горных породах [1, 2], где его концентрация на порядки выше, чем на поверхности.

Установлено, что изменения интенсивности потока гамма-квантов могут различаться не только по амплитуде отклика, но и по времени начала относительно МБ. Менее выраженная реакция или только всплески интенсивности с элементами десинхронизации фоновых колебаний наблюдаются при магнитовозмущенной обстановке.

Изучение влияния флуктуаций гамма-излучения в приземной атмосфере на живые системы способны дать новый импульс к пониманию механизмов обострения заболеваний при ГМП. Для этого нами выполнено исследование вариабельности ритма сердца в связи с колебаниями фонового потока гамма-квантов вторичной космической компоненты. Первоначально внимание было уделено исследованию сезонных вариаций потока гамма-квантов (рис. 2а).



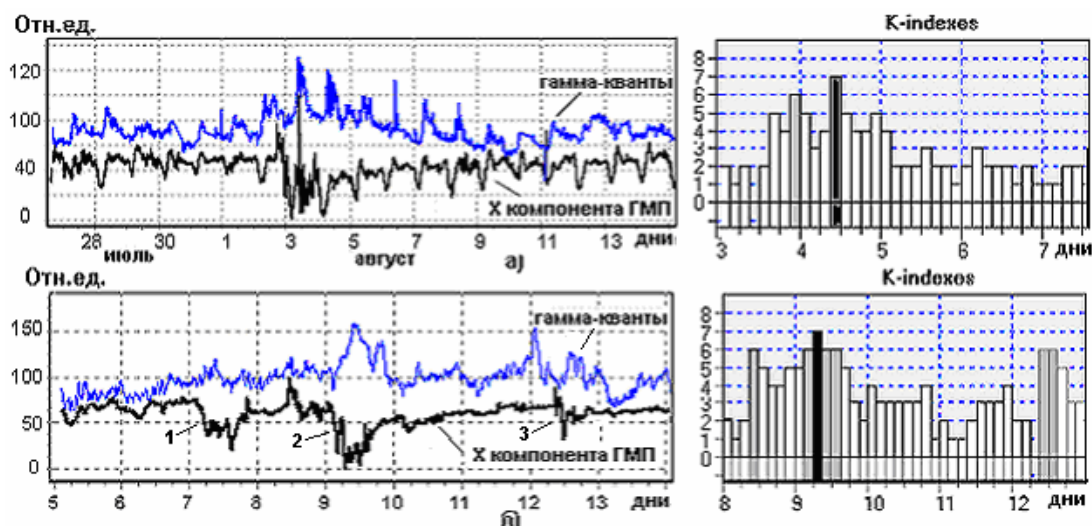


Рисунок 1 – Флуктуации потока гамма-квантов во время магнитной бури 3 августа (K=6), 4 августа (K=7) 2010 г. (а), а также 7 и 9 марта (эпизод 1, K=6, эпизод 2, K=7) и 12 марта (эпизод 3, K=6) 2012 г. (б)

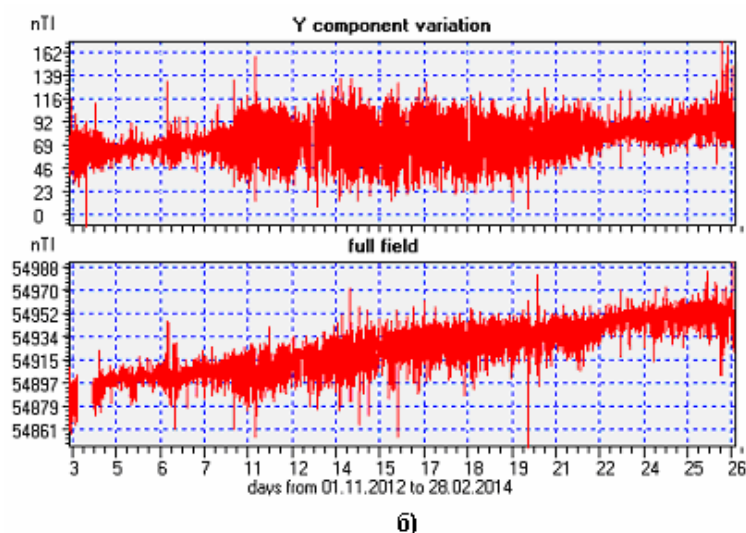
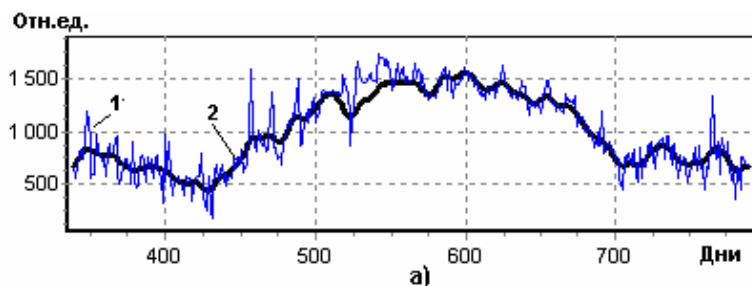


Рисунок 2 – Сезонные вариации потока гамма-квантов приземной атмосферы с 3.12.2012 г. по 28.02.2014 г. (а) и геомагнитного поля с 01.11.2012 г. по 28.02.2014 г. (б). На рисунке 1а по оси абсцисс – время от 1 января 2012 г в днях. Обозначения: 1- исходная запись, 2 – после фильтрации скользящим средним

Установлено, что наименьшие среднесуточные значения приходятся на зимние месяцы, максимальные – на летние. Резкое повышение и понижение интенсивности охватывает соответственно весенний и осенний периоды. Подобные тренды наблюдаются и в сезонных вариациях ГМП (рис.2б). Следует отметить, что именно на весенне-осенний период приходится пик обострений самых различных заболеваний [10]. Спектральный анализ внутрисуточных флуктуаций гамма-излучения (в условиях хорошей погоды и магнитоспокойной обстановки) выявил присутствие трех наиболее характерных периодов: около 1880 с (0,00053 Гц), 1480 с (0,00068 Гц), 1206 с (0,00082 Гц), хотя диапазон значимых частот значительно шире – порядка 0,002-0,0004 Гц

(рис.3а). При сравнении динамических спектров мощности фонового потока гамма-квантов и вариальности ритма сердца обнаружено появление в отдельные дни синхронизированных колебаний в области очень низких частот – VLF (<0,003Гц) гамма-излучения и ВРС (рис. 3б).

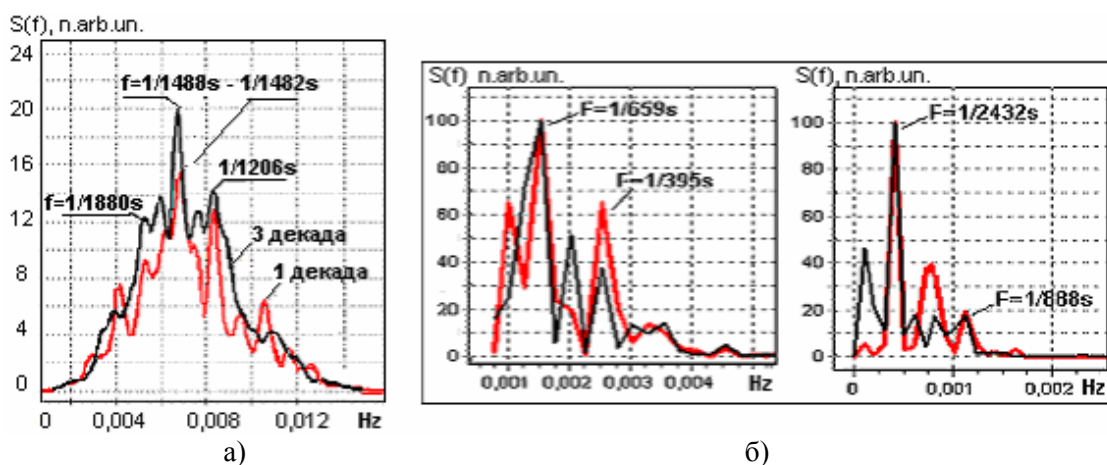


Рисунок 3 – Сравнение спектров мощности вариаций интенсивности потока гамма-квантов в первую (1) и третью (3) декады июня 2013 г. (а) и совпадающие пики динамических спектров мощности гамма-квантов и вариальности ритма сердца (б)

Сравнение структуры спектров характеризовалось совпадением отдельных частот или даже ансамблей частот. На отдельных записях взаимообусловленность вариаций имела одинаковые временные границы, на других – установлен сдвиг с задержкой 1 – 2 минуты и более. Продолжительность колебаний составляла преимущественно от нескольких до десятков минут, но могла достигать 4 – 5 часов. Один из примеров приведен на рисунке 4а, когда на протяжении 6-часовой записи ВРС эффект одновременных колебаний повторялся трижды с суммарной продолжительностью 3 ч 40 мин.

Механизмы взаимодействия организма с гамма-излучением изучали также в эксперименте с количественной оценкой поглощения гамма-квантов при прохождении через организм. Для этого на протяжении 5 минут испытуемый закрывал головой внешнюю поверхность сцинтилляционного NaI детектора. На рисунке 4б представлена оригинальная запись снижения интенсивности потока гамма-квантов после экранирования головой внешней поверхности детектора. В количественном выражении это составляет около 6-10% от внешнего потока гамма-квантов.

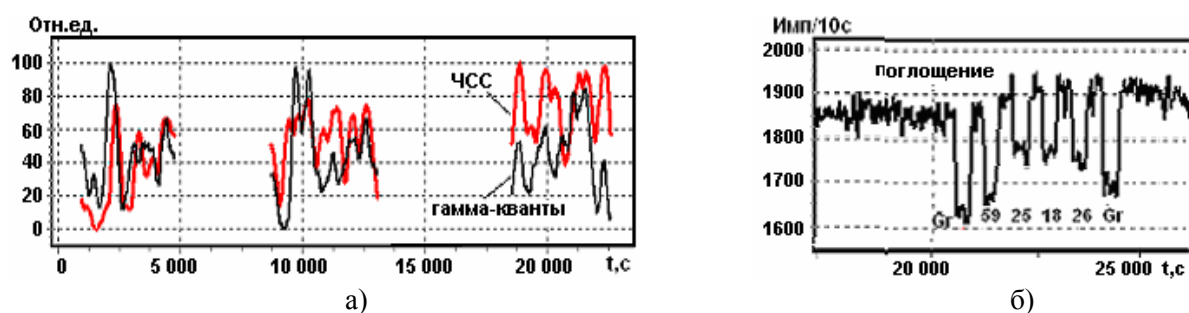


Рисунок 4 – Синхронные колебания динамического спектра мощности VLF гамма-квантов и VLF кардиоритма (а) и поглощение гамма-квантов в организме людей разного возраста (б). Обозначения: ЧСС – частота сердечных сокращений, уд/мин; Gr – графит (использовался в качестве эталонного поглотителя). По оси X – время от начала суток по времени UT в секундах

У людей пожилого возраста поглощение гамма-квантов в организме достоверно больше ( $p < 0,001$ ,  $n=43$ ), чем у молодых лиц. Наиболее заметные изменения происходят, в основном, после 40-50 лет. Это коррелирует с повышенной чувствительностью к геомагнитным бурям людей старшей возрастной группы. Не исключено, что механизм резонансного восприятия вариаций потока гамма-квантов связан с колебаниями количества поглощенной энергии гамма-

квантов, влияющих на процессы ионизации и возбуждения биомолекул. Обладая высокой проникающей и ионизирующей способностью, гамма-излучение оказывает существенное влияние на организм человека. И внезапные аномальные колебания потока гамма-квантов могут быть одним из механизмов ухудшения здоровья, нарушения сердечного ритма и обострения заболеваний сердечно-сосудистой системы. Это предположение требует дальнейших исследований в связи с необходимостью объективных прогнозов влияния космической погоды на здоровье населения.

**Заключение.** Гамма-излучение вторичной космической компоненты является важным экологическим фактором и проводником влияния космической погоды на биосферу. Прослеживается четкая сезонная ритмика вариаций потока гамма-квантов в приземной атмосфере подобная сезонной динамике вариаций геомагнитного поля. Во время геомагнитных бурь наблюдаются всплески интенсивности и нарушения фоновых флуктуаций потока гамма-квантов, выраженность и направленность которых зависит от уровня возмущенности геомагнитного поля. Биотропное действие гамма-излучения связано с частичным поглощением гамма-квантов при прохождении через организм и с индукцией резонансных колебаний спектральной мощности вариабельности ритма сердца в области очень низких частот.

*Работа выполнена по РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности» в рамках темы «Исследовать особенности структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей с целью диагностики околоземного космического пространства» и НТП «Физиологические механизмы регуляции деятельности соматических и висцеральных систем организма человека и животных на 2012–2014 годы».*

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Владимирский Б.М., Тимурьянц Н.А., Мартынюк В.С. Как изменения космической погоды проникают в среду обитания // Космическая погода и наша жизнь. Фрязино: «Век 2». **2004**. С.62-72.
- 2 Shem'i-Zade A.E. Transformation of a Pulse of Solar-Geomagnetic Activity to Perturbations of the Radon and Aero-Ion Fields of the Planet // Biophysics. Vol. 37. № 4. London: Pergamon Press. **1993**.
- 3 Щемьи-Заде А.Е. Биотропность геомагнитных возмущений как следствие вызываемого ими повышения удельной радиоактивности воздуха // Биофизика. **1978**. Т.22. №6. С.955-958.
- 4 Salikhov N.M., Kryakunova O.N., Pak G.D., Chubenko A.P., and Shepetov A.L. An increase of the soft gamma-radiation background by precipitations // Proceedings of the 32<sup>nd</sup> International Cosmic Ray Conference, China, Beijing, July. **2011**. V.11. – P.369-372.
- 5 Хабарова О.В. Влияние космофизических факторов на биосферу // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. **2002**. №2. С. 25-39.
- 6 Делюков А.А., Горго Ю.П. Флуктуации атмосферного давления инфранизких частот и метеочувствительность людей разного возраста // Проблемы старения и долголетия. **2000**. Т.9. № 4. С. 348-357.
- 7 Salikhov N.M., Pak G.D. The secondary cosmic gamma-radiation component as a mechanism of space weather influence on a human body // Abstract of the International Conference “Space Weather Effects on Humans: in Space and on Earth”. M. **2012**. С.167-168. SWH P.46.
- 8 Гурфинкель Ю.И. // Ишемическая болезнь сердца и солнечная активность. М.: ИИКЦ “Эльф-3”. **2004**. 170 с.
- 9 Бреус Т.К., Раппопорт С.И. // Магнитные бури: медико-биологические и геофизические аспекты. М.: Советский спорт. **2003**. 192 с.

#### REFERENCES

- 1 Vladimirkii B.M. Timuryants N.A., Martynuk V.S. As a changes of space weather penetrate into the environment // Space weather and our lives. Fryazino. **2004**. P.62-72.
- 2 Shem'i-Zade A.E. Transformation of a Pulse of Solar-Geomagnetic Activity to Perturbations of the Radon and Aero-Ion Fields of the Planet // Biophysics. Vol. 37. № 4. London: Pergamon Press, **1993**.
- 3 Shem'i-Zade A.E. Biotropic geomagnetic disturbances as a consequence of the increase of specific air radioactivity // Biophysics. **1978**. V..22. № 6. S.955-958.
- 4 Salikhov N.M., Kryakunova O.N., Pak G.D., Chubenko A.P., and Shepetov A.L. An increase of the soft gamma-radiation background by precipitations // Proceedings of the 32<sup>nd</sup> International Cosmic Ray Conference, China, Beijing, July. **2011**. V.11. P.369-372.
- 5 Habarova O.V. The influence of cosmophysical factors on biosphere // Biomedical Technology and radioelectronics. **2002**. № 2. P. 25-39.
- 6 Delucov A.A., Gorgo Yu.P. Fluctuations of the atmospheric infrasound and meteosensitivity of different ages people // Problems of aging and longevity. **2000**. V.9. № 4. P. 348-357.
7. Salikhov N.M., Pak G.D. The secondary cosmic gamma-radiation component as a mechanism of space weather influence on a human body // Abstract of the International Conference “Space Weather Effects on Humans: in Space and on Earth”. M. **2012**. P.167-168.SWH P.46.
8. Gurfinkel Yu.I. // Coronary heart disease and solar activity. M. **2004**. 170 p.

9. Breus T.K., Rapoport S.I. // Magnetic storms: medicobiological and geophysical aspects. M. Soviet sport. **2003**. 192 p.

10 Burykin Yu.G., Karpin V.A., Negolyuk Yu.I. Interaction of the external geomagnetic disturbances and the internal regulation systems from the standpoint of synergetic // Vestnik of new medical technologies. **2007**. V.14. № 1. P. 52-54.

### Резюме

*Н. М. Салихов<sup>1</sup>, Г. Д. Пак<sup>2</sup>, О. Н. Крякунова<sup>1</sup>, Т. В. Самойленко<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup>«Ионосфера институты» ЕЖШС «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы қ-сы; <sup>2</sup>«Адам және жануарлар физиологиясы институты» Шаруашылық жүргізу құқығындағы Республикалық мемлекеттік кәсіпорны ҚР Білім және ғылым министрлігі Ғылым комитеті, Алматы қ-сы)

### ГЕОМАГНИТТІ ҰЙЫТҚУЛАРДЫҢ ЖЕРГЕ ЖАҚЫН АТМОСФЕРАДА ГАММА-СӘУЛЕЛЕНУДІҢ ФЛУКТУАЦИЯСЫ МЕН АДАМНЫҢ АҒЗАСЫНА БИОТРОПТЫ ӘСЕРІ

Осы жұмыста жерге жақын атмосферада екінші ғарыш құрамдасы гамма-квант ағысы флуқтациясына ғарыш ауа райы әсерінің деректері келтірілген. Гамма-квант ағыстың маусымдық өзгермелі нұсқалары екі негізгі кезеңдері—қысқы мерзімдерде минимум және жазғы мерзімдерде максимум анықталды. Геомагнитті дауылдардың уақытында қарқындылықтың шалптары және гамма-квант ағыстың фонды флуқтацияларының бұзулуы тіркелген. Олардың көрсеткіштері мен бағыттылығы геомагнитті өрісі ұйытқулары деңгейіне бағынышты болады. Гамма-сәулеленудің адам ағзасына әсері жүректің төмен жиіліктер ырғағымен, вариациясы бар болудың спектрлік қуатын резонанстық тербелістері индукциямен және гамма-квант жарым-жартылай жұтумен байланысы көрсеткен.

**Тіректі сөздер:** жерге жақын атмосферада гамма-сәулелену, маусымдығы өзгермелі нұсқалар, геомагнитті дауылдар, жүрек ырғағының вариациясы.

### Summary

*N. M. Salikhov<sup>1</sup>, G. D. Pak<sup>2</sup>, O. N. Kryakunva<sup>1</sup>, T. V. Samoilenko<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup>Institute of Ionosphere, National Center for Space Research and Technology, Almaty;  
<sup>2</sup>Institute of Human and Animal Physiology, Almaty)

### INFLUENCE OF GEOMAGNETIC DISTURBANCES ON FLUCTUATIONS OF GAMMA RADIATION OF NEA-SURFACE ATMOSPHERE AND THEIR BIOTROPIC EFFECT ON HUMAN

The intensity of the gamma rays fluctuations are considered in relation to the seasonal rhythms, geomagnetic activity and the impact on the human body. It was found that in seasonal variations in the gamma-ray flux there are two main periods - minimum in the winter and maximum in summer. During geomagnetic storms it were recorded intensity bursts and disturbances in background fluctuations of gamma-ray flux. It was shown that the effect of gamma radiation on the human body is due to the partial absorption of gamma rays in time of passing through the body and with the induction of resonance oscillations of the spectral power of heart rate variability of very low frequencies.

**Keywords:** background gamma-radiation, seasonal variations, geomagnetic storms, heart rate variability.

*Поступила 2014 г.*

# Наземно-космические методы исследования геодинамических процессов в земной коре

УДК: 551.2; 551.24; 550.34

Ж. Ш. ЖАНТАЕВ<sup>1</sup>, Н. Г. БРЕУСОВ<sup>1</sup>, Б. К. КУРМАНОВ<sup>2</sup>, Г. Я. ХАЧИКЯН<sup>2</sup>,  
Т. Х. САДЫКОВ<sup>3</sup>, К. М. МУКАШЕВ<sup>4</sup>, В. В. ЖУКОВ<sup>5</sup>

<sup>1</sup>АО «Национальный центр космических исследований  
и технологий» НКА РК

<sup>2</sup>ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ» НКА РК

<sup>3</sup>Физико-Технический Институт АО «ННТХ «Парасат» МОН РК

<sup>4</sup>Национальный Педагогический Университет им. Абая МОН РК

<sup>5</sup>Тянь-Шаньская Высокогорная Научная Станция ИФА РАН)

## О КОСМОГЕОФИЗИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ПРОГНОЗА СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

**Аннотация.** Обсуждается экспериментально наблюдаемое соответствие между вариациями солнечной активности и/или интенсивности потока космического излучения и вариациями характеристик сейсмичности, как на территории Северного Тянь-Шаня, так и на планете в целом. Для объяснения экспериментального факта проанализированы теоретические работы по воздействию на земные породы проникающей компоненты космических лучей (мюонов). Результаты показывают, что при таком воздействии в породах могут образовываться микротрещины, раскрытие которых сопровождается генерацией акустических волн. При взаимодействии мюонов с обычными породами спектральная энергия акустических волн в диапазоне частот до 1 КГц может составлять  $\sim 10^{-36}$  втсм<sup>-2</sup>Гц, что существенно меньше измеряемой на земной поверхности энергии акустических волн в этом диапазоне частот, которая варьирует в пространстве и во времени в пределах  $10^{-10}$ – $10^{-18}$  втсм<sup>-2</sup>Гц. Однако, при взаимодействии мюонов с высоконапряженной сейсмически активной средой, излучаемая энергия может увеличиваться на 21 порядок, что может привести к генерации не только акустической, но сейсмической волны, то есть, к землетрясению, инициированному очень малым «спусковым» воздействием проникающих в земную кору заряженных частиц. Для выделения импульсов акустического и сейсмического излучений, обусловленных проникающими мюонами, можно использовать корреляционный метод регистрации акустических и сейсмических сигналов, совпадающих по времени с сигналом от мюонного детектора, что может быть реализовано в настоящее время на базе высокогорного комплекса «АТНЛЕТ». В итоге может быть создан метод мониторинга объёмного напряжённого состояния среды на глубине формирования очагов землетрясений и на его базе разработан космогеофизический метод краткосрочного прогноза сильных землетрясений на территории Северного Тянь-Шаня.

**Ключевые слова:** широкие атмосферные ливни, мюоны, объёмное напряжённое состояние сейсмоактивной среды.

**Тірек сөздер:** кең атмосфералық жауындар, мюондар, сейсмикалық белсенді ортаның күйі, көлемдік кернеулі күй.

**Key words:** extensive air showers, muons, three dimensional stress seismically active environment.

**Введение.** В мире существует высокий социальный спрос на надежные методы прогноза землетрясений, поскольку на Земле каждый год происходит примерно 18-20 событий с магнитудой по шкале Рихтера 7.0 и выше, в результате которых ежегодно погибает до 63 000 человек, а экономический ущерб исчисляется сотнями миллиардов долларов США. Эта проблема актуальна и для Казахстана, так как примерно 30% его территории расположено в сейсмоопасных районах, где происходили разрушительные землетрясения в недалеком прошлом и такие же катастрофы неизбежны в будущем [1]. С механической точки зрения, землетрясение представляет собой мгновенную разрядку накопившегося в конкретном объеме геологической среды

напряжения, поэтому одним из ключевых факторов для сейсмического прогноза является информация об объемном напряженном состоянии (ОНС) геологической среды в районе потенциально возможного очага землетрясения, расположенного, как правило, на глубине порядка 10 км и более. В конце 80-х годов XX века была высказана идея [2] о возможности мониторинга ОНС среды на глубине формирования очагов землетрясений с использованием мюонного потока космических лучей, проникающего на несколько километров вглубь земной коры. Было также показано, что при воздействии высокоэнергичных мюонов на сейсмически активную среду, напряжение в которой близко к критическому (порогу разрушения), может произойти мгновенный сброс критического напряжения, то есть, поток космических лучей может стать триггером землетрясения. В статье систематизированы статистические результаты о соответствии между вариациями космических факторов и характеристик сейсмичности, как на всей планете, так и на территории Северного Тянь-Шаня; изложена идея космогеофизического метода краткосрочного прогноза сильных землетрясений и показано, что в настоящее время существует принципиальная возможность реализации этого метода на базе экспериментального высокогорного комплекса «ATHLET» (Almaty Three Level Experiment Technique). Представленные в данной статье результаты обсуждались на заседаниях соответствующих секций двух международных симпозиумов [3, 4].

**Солнечная активность и сейсмичность всей Земли.** Наличие соответствия между вариациями солнечной активности и сейсмической активности Земли к настоящему времени надежно установлено [5-9 и др.] Так, в [8, 9] показано по данным 1973-2011гг, что долговременные тренды в числе солнечных пятен и в частоте повторяемости на планете землетрясений с магнитудой  $M \geq 4.5$  находятся в противофазе. В [9] был удален долговременный тренд из сейсмологических данных и изучены относительные (в процентах) вариации частоты повторяемости землетрясений ( $\Delta N_T\%$ ) внутри 11 летнего солнечного цикла. На рисунке 1 представлено распределение  $\Delta N_T\% = (N - N_{TREND}) / N_{TREND} * 100\%$  в зависимости от числа солнечных пятен ( $W$ ). Видно, что при низком уровне солнечной активности ( $W < 60$ ), значения  $\Delta N_T\%$  располагаются преимущественно выше нулевой линии, при умеренном ( $60 < W < 140$ ),  $\Delta N_T\%$  располагаются преимущественно ниже нулевой линии, а при высоком ( $W \geq 140$ ), отклонение  $\Delta N_T\%$  от нулевой линии заметно сокращается. Результат статистического усреднения  $\Delta N_T\%$  внутри  $W$ -бинов, равных 20, показан ромбиками, где вертикальные отрезки есть среднеквадратическое отклонение, а жирная кривая - аппроксимация зависимости функцией Гаусса. В целом, рисунок 1 показывает, что внутри 11-летнего солнечного цикла вариации частоты повторяемости землетрясений с  $M \geq 4.5$  находятся в пределах первого десятка процентов.

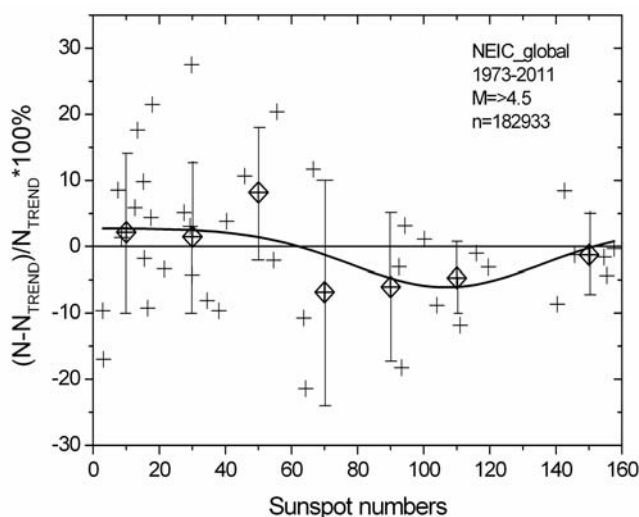


Рисунок 1 – Распределение отклонений (в процентах) годового числа Землетрясений с  $M \geq 4.5$  от долговременного тренда в зависимости от среднегодового числа солнечных пятен (крестики); ромбы – усредненные отклонения внутри  $W$ -бинов равных 20; жирная кривая – аппроксимация экспериментальных данных функцией Гаусса [9]

К настоящему времени также установлено, что величина выделяющейся на планете сейсмической энергии увеличивается с понижением уровня солнечной активности [7, 9]. Например, в работе [9] была подсчитана среднегодовая сейсмическая энергия  $E_s=10^{(11.8+1.5M)}$ , выделившаяся на планете в 1973–2011 гг. Для расчетов были использованы данные о землетрясениях с магнитудой  $M \geq 4.5$  (182933 событий). На рисунке 2 сопоставлены среднегодовые числа солнечных пятен (а) и логарифм выделившейся сейсмической энергии  $\log E_s=11.8+1.5M$ , где  $M$  – магнитуда. Жирные линии на рисунке – долговременные тренды, которые показывают, что от 1973 к 2011 гг. солнечная активность уменьшалась, а сейсмическая энергия Земли увеличивалась. Представленный на рисунке 2 результат находится в согласии с полученным ранее в работе [7], где изучались землетрясения, произошедшие на планете в 1690–2002 гг.

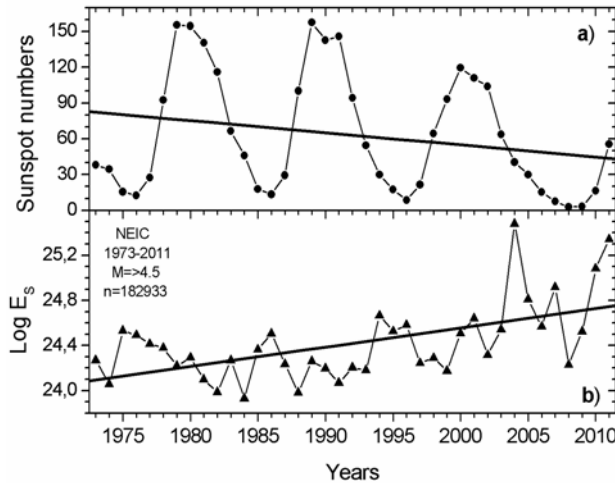


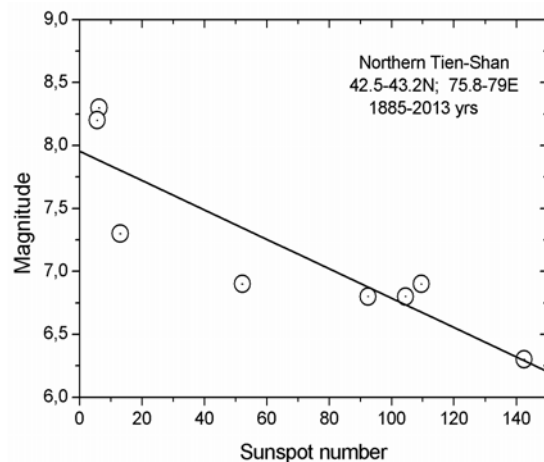
Рисунок 2 – Среднегодовые числа солнечных пятен (а) и логарифм годовых значений выделившейся на Земле сейсмической энергии (б) по результатам [9]

**Солнечная активность и сейсмичность на Северном Тянь-Шане.** На территории Северного Тянь-Шаня за последние ~130 лет произошло восемь сильных землетрясений [10]: Беловодское (1885 г.,  $M=6.9$ ); Верненское (1887 г.,  $M=7.3$ ); Чиликское (1889 г.,  $M=8.3$ ); Кеминское (1911 г.,  $M=8.2$ ); Кемино-Чуйское (1938 г.,  $M=6.9$ ); Сарыкамышское (1970 г.,  $M=6.8$ ); Жаланаш-Тюпское (1978 г.,  $M=6.8$ ); Байсорунское (1990 г.,  $M=6.4$ ). Анализ этих

событий в связи с вариациями солнечной активности выявил [11] четкую обратную зависимость между их магнитудой и среднегодовым числом солнечных пятен ( $W$ ) (рисунок 3). Жирная прямая на рисунке есть линейная аппроксимация наблюдаемых данных с уравнением регрессии:  $M=7.96-0.012W$ , средне-квадратическим отклонением  $SD=0.36$ , и коэффициентом корреляции  $R=-0.88$ .

Рисунок 3 – Магнитуды сильных землетрясений, произошедших на Северном Тянь-Шане за последние ~130 лет, в зависимости от числа солнечных пятен [11]

Другой, не менее яркий результат о связи сейсмичности на Северном Тянь-Шане с вариациями солнечной активности, получен в цикле работ [12-15]. Результаты этих исследований показывают связь между вариациями солнечной активности и сеймотектонической деформации земной коры на локальной территории, расположенной в высокогорной части хребтов Заилийский и Кунгей Алатау, между Алматинской впадиной на севере и Иссykульской – на юге, Аксайским и Тургенским разломами – на западе и востоке. В недалеком прошлом на этой территории произошли сильные землетрясения: Верненское (1887 г.,  $M=7.3$ ) и Кеминское (1911 г.,  $M=8.2$ ). Анализ вариаций среднегодовых значений коэффициента Лоде-Надаи, рассчитанных по данным о механизмах очагов землетрясений, показал [12, 13], что для данной территории характерен деформационный режим одноосного сжатия в годы минимума солнечной активности, а в годы максимума солнечной активности – характерен режим одноосного растяжения. Добротность среды в данном регионе также реагирует на вариации солнечной активности [14]. В [15] проведен анализ обнаруженного эффекта с учетом геологического строения региона и отмечено, что для



данной территории характерно наличие огромных гранитоидных батолитов (Зайлийского и Кеминского), которые на глубине сливаются с гранулитогнейсовым слоем, в результате чего общая мощность сиалической части коры достигает 42-45 км. Также, для данной территории характерно наличие в подкоровом пространстве активной мантии, характеризующейся низкими значениями скорости ( $V_p=7,6$  км/с) и аномально высокой температурой (1000-1400°C). На глубине 280-160 км тепломассопотоки локализованы в плюмовые каналы, а по мере прослеживания вверх их горизонтальное сечение увеличивается и, фактически, земная кора этой территории расположена непосредственно над плюмовым каналом - в зоне подкорового латерального «растекания» мантийного субстрата, где его температура достигает 1000-1300°C [16]. С учетом отмеченных тектонических особенностей строения литосферы данного района, в [15] дана следующая интерпретация эффекта связи сейсмотектонической деформации земной коры с солнечной активностью: «...на территории Северного Тянь-Шаня, в условиях субмеридионального регионального сжатия, обусловленного коллизией Евразийской и Индостанской литосферных плит, вследствие локального увеличения температуры и мощности мантии (имеется ввиду - при высокой солнечной активности), происходит относительное уменьшение сил сжатия из-за разуплотнения мантии (повышения текучести). В результате, на локальных территориях, где имеются подстилающие мантийные плюмы, возможно относительное растяжение (уменьшение сжатия), фиксируемое многочисленными землетрясениями со сбросовыми механизмами в очагах, в отличие от большинства взбросовых механизмов в окружающем пространстве». Ключевая фраза в данной интерпретации: «...вследствие локального увеличения температуры и мощности мантии», подразумевает, что объяснить соответствие между вариациями сейсмотектонической деформации и солнечной активности можно, но при условии, что солнечная активность влияет на активность подстилающей земную кору мантии или, другими словами, на активность мантийных плюмовых каналов. Открытым остается вопрос о физическом механизме возможного влияния солнечной активности на мантийный субстрат. Не исключено, что физический механизм такого влияния может быть лишь составной частью более общего механизма: солнечно-земных связей, который пока еще до конца не разработан, и в котором одним из ключевых параметров являются именно космические лучи.

**Космические лучи – ключевой параметр в механизме солнечно-земных связей.** В настоящее время в качестве одного из претендентов на механизм солнечно-земных связей рассматривают глобальную электрическую цепь (ГЭЦ) [17-20 и др.]. В первом приближении, ГЭЦ можно рассматривать как вертикальный токовый контур, пронизывающий и электродинамически связывающий все геосферы. В современной концепции ГЭЦ [21] полагают, что ее верхняя граница находится на магнитопаузе, управляемой энергией солнечного ветра, а нижняя – в глубоких земных слоях. Эффективность работы ГЭЦ определяется ионизацией и электрической проводимостью среды, которая обеспечивается, в том числе, космическими лучами [17-20, 22, 23]. В [23] показано, что ток проводимости в ГЭЦ коррелирует положительно с вариациями интенсивности потока космических лучей в 11 летнем солнечном цикле. На проводимость различных участков ГЭЦ могут влиять различные компоненты космических лучей. Так, электронно-фотонная компонента, рождаемая в широких атмосферных ливнях (ШАЛ), производит ионизацию воздуха на высотах тропосферы [22]. Другая компонента космических лучей ШАЛ (мюонная) может проникать в земные породы и порождать в них микротрещины [2]. Не исключено, что при длительном воздействии микротрещины могут разрастаться и заполняться флюидными массами с гораздо большей проводимостью по сравнению с соседними участками. Одновременно, раскрытие микротрещин в геологической среде может сопровождаться акустическим (мюонным) шумом [2]. Амплитуда шума будет зависеть от уровня напряженности среды и в сейсмически активной среде может возрастать на несколько порядков по сравнению с шумом в обычной ненапряженной среде. Более того, при воздействии потока мюонов на сейсмически активную среду, напряжение в которой близко к критическому (порогу разрушения), поток мюонов способен не только генерировать микротрещины и акустический шум, но и спровоцировать мгновенный сброс накопившегося напряжения, то есть, вызвать землетрясение [2]. Поэтому в [2] высказана идея, что одновременный мониторинг потока мюонов в ШАЛ и амплитуд акустической и сейсмической эмиссий недалеко от оси ШАЛ, может обеспечивать исследователей чрезвычайно важной информацией об объемном напряженном состоянии среды (ОНС) на глубине формирования



очагов землетрясений. Такой фактический материал мог бы стать основой для разработки космогеофизического метода краткосрочного прогноза сильных землетрясений.

**Потенциальная возможность реализации космогеофизического метода прогноза сильных землетрясений на Северном Тянь-Шане.** Расположенный вблизи г. Алматы высокогорный комплекс «ATHLET» (Almaty Three Level Experiment Technique) [24] позволяет проводить регистрацию широких атмосферных ливней (ШАЛ) и получать характеристики электронно-фотонной и мюонной компонент космических лучей. ШАЛ рождается в результате взаимодействия первичных космических лучей (в основном протонов) с ядрами атмосферного газа [25]. Ширина ливня у земной поверхности может достигать сотен и тысяч метров, а площадь — десятков квадратных километров. При образовании ШАЛ, основная энергия первичной частицы (~80%) переходит в энергию электронно-фотонной компоненты вторичных космических лучей, которая полностью растрчивается в атмосфере, уходя на ионизацию нейтрального газа. Остальные ~20% частиц ШАЛ составляют мюоны. Эффективность взаимодействия мюонов с атмосферными газами примерно в 40000 раз меньше, чем у электронов, поэтому мюоны могут проникать в земную кору. В работах [26, 27] проведено моделирование пробега мюона в грунте плотностью  $2 \text{ г/см}^3$  (гравийно-песчаная смесь) и показано, что они могут достигать глубин, по меньшей мере, до первого десятка километров. Оценка спектрального потока акустической (мюонной) энергии  $W = d\varepsilon/dsdt df$  (вт  $\text{см}^{-2}\text{Гц}^{-1}$ ), генерируемой в процессе раскрытия микротрещин, выполнена в [2]. Показано, что выделение этой энергии может происходить двумя способами - посредством «теплого» и «деструкционного» механизмов. Согласно [2], в тепловом механизме мощность акустической энергии ( $W_T$ ) определяется выражением:

$$W_T = \iint \frac{dN^{tot}(h=0)}{dsdt dE} \cdot \frac{d\varepsilon_T}{df} \cdot \frac{ds_1}{4\pi \cdot R_1} \exp(-2\gamma \cdot R_1) \quad (1)$$

где  $N^{tot}$  – общая концентрация проникающих в земную кору частиц,  $\varepsilon_T$  – акустическая энергия, излучаемая одним элементарным источником,  $R_1$  – расстояние от источника излучения до точки наблюдения. Полагая, что поток мюонов космических лучей на уровне моря составляет:  $dN\mu/dsdt \sim 2.7 \times 10^{-2} \text{ (см}^{-2}\text{с}^{-1}\text{)}$ , в [2] получили, что вклад теплового механизма в генерацию акустической энергии в диапазоне частот до 1КГц составляет примерно  $\sim 10^{-36} \text{ втсм}^{-2}\text{Гц}^{-1}$ . Экспериментально измеряемая на земной поверхности акустическая энергия в этом диапазоне частот находится в пределах  $10^{-10}$ – $10^{-18} \text{ втсм}^{-2}$ , поэтому в [2] сделан вывод, что «тепловой» механизм практически не вносит вклад в генерацию мюонной акустической энергии. Другой механизм взаимодействия проникающих частиц с геологической средой «деструкционный» развивается при взаимодействии мюонов с высоконапряженной сейсмически активной средой (САС). В этом случае образуется ядерно-электромагнитный каскад небольших размеров (менее 1м), в котором создаются условия для снятия напряжения в небольшом объеме породы, что сопровождается генерацией не только акустической, но и сейсмической волн (происходит мгновенная разрядка напряжения) [28]. В «деструкционном» механизме элементарными источниками акустического шума будут раскрывающиеся трещины, возникающие внутри объема каскада. Суммарный поток энергии такого объемного шума определяется выражением [2]:

$$W_{CAC} = \iint \frac{dn(R_1)}{dV dt dE} dE \eta(R_1) \cdot \frac{d\varepsilon_{CAC}}{df} \cdot \frac{dV}{4\pi \cdot R_1^2} \exp(-2\gamma \cdot R_1) \quad (2)$$

где  $\eta$  – доля пород, находящихся в сейсмически активном состоянии. интегрирование в (2) ведётся по всему объёму среды ( $R_1$  – расстояние от источника излучения до точки наблюдения). Величина объемного шума от взаимодействия мюонов с САС определяется в (2) интегралом от произведения двух зависящих от глубины функций: быстро падающей плотности числа столкновений мюонов со средой, и растущей с глубиной функции  $\eta(h)$ , которая представляет долю объема земных пород, находящихся в сейсмически активном состоянии. При ядерном взаимодействии проникающей частицы с сейсмически активной средой и образовании каскада происходит практически

мгновенная диссипация энергии в объеме, занимаемым каскадом [6]. Наибольшая объемная плотность тепловыделения достигается вблизи точки взаимодействия на треках малоэнергичных осколков ядра, где в цилиндре с поперечными размерами  $\sim 10^{-6}$  см выделяется  $10^9 - 10^{10}$  эВ/см. Если среда находится в сильно напряженном состоянии, то такое тепловыделение может привести к образованию зародышевой трещины и сколь угодно мощному акустическому сигналу (землетрясению), инициированному очень малым «спусковым» воздействием проникающей частицы. Проведенные оценки, даже для случая умеренной трещины  $l=1$  мм, показали, что энергия «деструкционного» механизма увеличивается относительно энергии «теплого» механизма в  $10^{21}$  раз (на 21 порядок). Однако, в [28] сделано заключение, что для образования под влиянием ядерного взаимодействия столь мощного импульса должно выполняться весьма жесткое требование на напряжение в среде: оно должно быть чрезвычайно близко к предельному напряжению ( $\sigma_n$ ) разрушения породы:  $\Delta\sigma/\sigma = (\sigma_n - \sigma_0)/\sigma_0 \approx 10^{-8}$ , где  $\sigma$  – напряжение в среде.

Для реализации изложенной теоретической идеи, то есть, для реализации метода мониторинга объемно-напряженного состояния среды на глубине формирования очагов землетрясений с использованием мюонов космических лучей, необходима регистрация мюонов в широких атмосферных ливнях на площади в несколько квадратных километров и одновременная регистрация акустических сигналов от раскрывающихся в геологической среде трещин. Экспериментальный комплекс «ATHLET», состоящий из установок на высотах 3340 м (станция Тянь-Шань), 1700 м (Промежуточная станция) и 850 м (центр г. Алматы) позволяет определить момент зарождения ШАЛ, его размер и энергию первичной частицы. Мюонная установка комплекса размещена в подземном помещении с 15-ти сантиметровым поглотителем мягкой (электронно-фотонной) компоненты. С 2013 года комплекс «ATHLET» дополнен установкой «Горизонт-Т», расположенной на высоте 3340 м над уровнем моря. Количество вещества от границы атмосферы до уровня установки в направлении под зенитным углом 70 градусов составляет 2000 г/см<sup>2</sup>. На такой толще вещества атмосферы, электронно-фотонная компонента ШАЛ практически полностью поглощается и заряженные частицы, которые достигают уровня установки, в основном, являются мюонами. Установка «Горизонт-Т» позволит определять энергетический спектр первичного космического излучения в области энергий больше  $10^{16}$  эВ, а также поток наклонных мюонов. То есть, к настоящему времени на территории Северного Тянь-Шаня уже создана основная наукоемкая часть системы для реализации космофизического метода прогноза сильных землетрясений. Установив на территории комплекса акустические приемники и сейсмическую станцию, появится возможность экспериментального наблюдения корреляций между моментами появления широких атмосферных ливней, как источников пучков энергичных мюонов, и вызванных ими импульсов акустической и сейсмической эмиссий. В результате мог бы быть создан новый инструмент изучения сейсмического процесса – мониторинг объемного напряженного состояния среды на глубине формирования потенциального очага землетрясения, и новый космогеофизический метод краткосрочного прогноза сильных землетрясений.

**Заключение.** Приведены статистические результаты о соответствии между вариациями солнечной активности и/или интенсивности потока космического излучения и вариациями характеристик сейсмичности. Изложен современный взгляд на физический механизм солнечно-земных связей, где одним из ключевых параметров являются космические лучи. Показано, что проникающая компонента космических лучей (мюоны) при взаимодействии с напряженной сейсмически активной средой может порождать микротрещины с генерацией акустической и даже сейсмической волн. Одновременная регистрация мюонов в широких атмосферных ливнях и энергии акустической и сейсмической эмиссий вблизи оси ливня обеспечила бы новый инструмент изучения сейсмического процесса - мониторинг объемного напряженного состояния среды на глубине формирования потенциального очага землетрясения, что стало бы основой для разработки нового космогеофизического метода краткосрочного прогноза сильных землетрясений. Показана потенциальная возможность реализации этого метода на территории Северного Тянь-Шаня на базе высокогорного комплекса «ATHLET».

*Работа выполнялась по Программе 055 «Научная и/или научно-техническая деятельность» по приоритету «Интеллектуальный потенциал страны» в рамках гранта «Разработка методов прогноза сейсмической активности на основе мониторинга акустических сигналов, генерируемых мюонами космических лучей на примере Алматинского прогностического полигона».*

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Сыдыков А. *Сейсмический режим территории Казахстана*. Алматы: Гылым. **2004**. 270 с.
- 2 Царев В.А., Чечин В.А. *Атмосферные мюоны и высокочастотные сейсмические шумы*. Препринт ФИАН. **1988**. № 179. 21 с.
- 3 Zhantayev Zh., Khachikyan G., Breusov N. *On dependence of seismic activity on 11 year variations in solar activity and/or cosmic rays*. *Geophysical Research Abstracts*. **2014**. V. 16. EGU2014-5253. Presentation. <http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2014/orals/14863>
- 4 Sadykov T.Kh., Zhukov V.V., Breusov N.G., Mukashev K.M., Khachikyan G.Ya., Zastrozh-nova N.N. *Seismic stations for short-term prediction of earthquakes by means of the cosmic rays*. *Материалы VIII международной научно-практической конференции «Новости научной мысли – 2013»*. Изд: Publishing House «Education and Science» (Чехия, Прага). 28-30 October **2013**. [www.rusnauka.com/CONF/NEW\\_CONF/1.htm](http://www.rusnauka.com/CONF/NEW_CONF/1.htm).
- 5 Zhang, Gui-Qing. *Relationship between global seismicity and solar activities*. *Acta Seismologica Sinica*. V. 11. **1998**. No 4. P.495-500.
- 6 Соболев Г.А., Шестопапов И.П., Харин Е.П. *Геоэффективные солнечные вспышки и сейсмическая активность Земли*. *Физика Земли*. **1998**. №7. С. 85–90.
- 7 Рогожин Ю.А., И.П.Шестопапов. *Вековые циклы сейсмичности Земли и сейсмическая безопасность АЭС*. Атомная стратегия. **2007**. № 29. С.933-940. <http://www.proatom.ru/modules.php?name=News&file=article&sid=933>.
- 8 Жантаев Ж.Ш., Курманов Б.К., Хачикян Г.Я., Ким А.С., Жумабаев Б.Т. *Литокосмическая погода: современное состояние проблемы // Геодинамика и солнечно-земные связи*. Алматы. **2013**. С. 20-39.
- 9 Хачикян Г.Я., Садыкова А.Б., Джанабилова С. *Связь частоты повторяемости землетрясений и сейсмической энергии Земли с вариациями солнечной активности*. // *Международный научный журнал-приложение Республики Казахстан. Высшая школа Казахстана., Поиск-Izdenis*. **2014**. № 2. С. 55-61.
- 10 Кальметьева З.А., Миколайчук А.В., Молдобеков Б.Д., Мелешко А.В., Жантаев М.М. и Зубович А.В. *Атлас Землетрясений Кыргызстана*. Бишкек – ЦАИИЗ. – **2009**. ISBN 978-9967-25-829-7. 74 с.
- 11 Хачикян Г. Я., Садыкова А.Б., Полешко Н.Н. *Вариации солнечной активности и сейсмотектоническая активность Северного Тянь-Шаня*. *Международный научный журнал-приложение Республики Казахстан. Высшая школа Казахстана. Поиск-Izdenis*. **2014**. № 2(1) С. 114-119.
- 12 Полешко Н.Н., Садыкова А.Б., Сыдыков А., Тимуш А.В. Хачикян Г.Я., Шацлов В.И. *Вариации солнечной активности и сейсмотектонические деформации на Северном Тянь-Шане: Часть 1. Коэффициент Лодде-Надаи*. *Вестник НЯЦ РК*. **2009**. Вып.1. С. 86-92.
- 13 Полешко Н.Н., Садыкова А.Б., Сыдыков А., Тимуш А.В. Хачикян Г.Я., Шацлов В.И. *Вариации солнечной активности и сейсмотектонические деформации на Северном Тянь-Шане: Часть 2. Азимут оси напряжения сжатия*. *Вестник НЯЦ РК*. **2009**. Вып.1. С. 93-97.
- 14 Полешко Н.Н., Копничев Ю.Ф., Садыкова А.Б., Хачикян Г.Я., Соколова И.Н. *Сейсмо-тектоническая деформация и добротность среды на Северном Тянь-Шане: связь с вариациями солнечной активности*. Тезисы докладов пятого международного симпозиума «Современные проблемы геодинамики и геоэкологии внутриконтинентальных орогенов» к 75-летию со дня рождения Ю.А. Трапезникова. Бишкек. **2011**. Т.1. С. 272-275.
- 15 Тимуш А.В., Садыкова А.Б., Степаненко Н.П., Хачикян Г.Я. *Строение литосферы как фактор вариаций сейсмотектонических деформаций в связи с солнечной активностью на Северном Тянь-Шане*. *Известия НАН РК. Серия геологии и технических наук*. **2013**. № 1. С. 55-66.
- 16 Шацлов В.И., Горбунов П.Н. Тимуш А.В. *Новые данные о тектоносфере Тянь-Шаня*. *Доклады НАН РК*. **2000**. № 2. С.50-54.
- 17 Markson, R. *Solar modulation of atmospheric electrification and possible implications for the Sun-weather relationship*. *Nature*. **1978**. V.273. 103-109 p.
- 18 Rycroft, M.J., S. Israelsson and C. Price. *The global atmospheric electric circuit, solar activity and climate change*. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. **2000**. V. 62. 1563-1576p.
- 19 Harrison R.G. *The global atmospheric electrical circuit and climate*. *Survey in geophysics*. **2004**. V. 25. 441-484 p.
- 20 Rycroft, M.J., and G. Harrison. *Electromagnetic Atmosphere-Plasma Coupling: The Global Atmospheric Electric Circuit*. *Space Science Reviews*. **2012**. V.168. No 1-4. 363-384 p.
- 21 Makarova L.N. and A.V. Shirochkov. (1998). A new approach to the global electric circuit conception ([www.sgo.fi/SPECIAL/Contributions/Makarova.pdf](http://www.sgo.fi/SPECIAL/Contributions/Makarova.pdf)).
- 22 Stozhkov Y.I. *The role of cosmic ray in the atmospheric processes*. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. **2003**. V.29. No. 5. P.913-923.
- 23 Harrison R.G. and Usoskin. *Solar modulation in surface atmospheric electricity*. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys*. **2010**. 72. P. 176–82.
- 24 Комплекс «АТЛЕТ» (ATHLET) - <http://npad.lebedev.ru/docs/athlet3.pdf>
- 25 Добротин И. А., Г.Т. Зацепин, И.Л. Розенталь, Л.И. Сарычева, Г.Б. Христиансен, Л.Х. Эйдуз. *Широкие атмосферные ливни космических лучей*. *Успехи физических наук*. **1953** г. Февраль. Т. XLIX. Вып. 2. С. 1-57.
- 26 Бейсембаев Р.У., Дрынъ Е.А., Жуков В.В., Садыков Т.Х., Степанов А.В. *Электронно-фотонные каскады в модели "Тянь-Шань"* Препринт ФТИ МОН РК. **2002**. 10 с.
- 27 Гусев Г.А., Жуков В.В., Мерзон Г.И., Митько Г.Г., Степанов А.С., Рябов В.А., Чечин В.А., Чубенко А.П., Щепетов А.Л. *Космические лучи как новый инструмент сейсмологических исследований// Краткие сообщения по физике ФИАН*. **2011**. № 12. С. 43-51.
- 28 Хаврошкин О.Б., Царев В.А., Циплаков В.В., Чечин В.А. *Взаимодействие нейтринных пучков с сейсмически активной средой*. Препринт ФИАН. **1985**. № 167.– 16 с.

REFERENCES

- 1 Sydykov A. *Seismichesky mode of the territory of Kazakhstan*. Alma-Ata: Gylym. **2004**. 270 p.
- 2 Tsarov V.A. Chechen of V.A. *Atmospheric muons and high-frequency seismic noise*. *FIAN pre-print*. **1988**. No. 179. – 21 p.
- 3 Zhantayev Zh., Khachikyan G., Breusov N. *On dependence of seismic activity on 11 year variations in solar activity and/or cosmic rays*. *Geophysical Research Abstracts*. **2014**. V. 16. EGU204-5253. Presentation. <http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2014/orals/14863>.
- 4 Sadykov T.Kh., Zhukov V.V., Breusov N.G., Mukashev K.M., Khachikyan G.Ya., Zastrozhnova N.N. *Seismic stations for short-term prediction of earthquakes by means of the cosmic rays*// *Proceedings of VIII of the international scientific and practical conference "News of Scientific Thought — 2013"*. Prod.: Publishing House «Education and Science» (Чехия, Прага). – 28-30 October **2013**. [www.rusnauka.com/CONF/NEW\\_CONF/1.htm](http://www.rusnauka.com/CONF/NEW_CONF/1.htm).
- 5 Zhang, Gui-Qing. *Relationship between global seismicity and solar activities*. *Acta Seismologica Sinica*. V. 11. **1998**. No 4. P.495-500.
- 6 Sobolev G.A. Shestopalov I.P., Kharin E.P. *Geoeffective solar flashes and seismic activity of Earth*//*Physics of Earth*. **1998**. No.7. P. 85-90.
- 7 Rogozhin Yu.A. I.P. Shestopalov. *Secular cycles of seismicity of Earth and seismic safety of the nuclear power plant*//*Nuclear strategy*. **2007**. № 29. P.933-940. <http://www.proatom.ru/modules.php?name=News&file=article&sid=933>.
- 8 Zhantayev Zh.Sh. Kurmanov B.K. Khachikyan G.Ya. Kim A.S. Zhumabayev B. T. *Litokosmicheskaya weather: current state of a problem // Geodynamics and solar and terrestrial communications*. Alma-Ata. **2013**. P. 20-39.
- 9 Khachikyan G.Ya. Sadykova A.B. Dzhanelilova S. *Communication of frequency of repeatability of earthquakes and seismic energy of Earth with variations of solar activity*. // *International scientific magazine-application of the Republic of Kazakhstan. The higher school of Kazakhstan. Poisk-Izdenis*. **2014**. No. 2. P. 55-61.
- 10 Kalmetyeva Z.A. Mikolaychuk A.V. Moldobekov B. D., Meleshko A.V. Zhantayev M. M. and Zubovich A.V. *Atlas of Earthquakes of Kyrgyzstan*. Bishkek – TsAIIZ **2009**. ISBN 978-9967-25-829-7. 74c.
- 11 Khachikyan G.Ya. Sadykova A.B. Poleshko N.N. *Variations of solar activity and seismotectonic activity of Northern Tien Shan*. // *International scientific magazine-application of the Republic of Kazakhstan. The higher school of Kazakhstan. Poisk-Izdenis*. **2014**. No. 2(1). P. 114-119.
- 12 Poleshko N. N., Sadykova A.B., Sydykov A., Timush A.V. Khachikyan G.Ya. Shatsilov V.I. *Variations of solar activity and seismotectonic deformations on Northern Tien Shan: Part 1. Lode-Nadaï coefficient*//*NYaTs RK Bulletin*. **2009**. Vyp.1. P. 86-92.
- 13 Poleshko N.N., Sadykova A.B., Sydykov A., Timush A.V. Khachikyan G.Ya. Shatsilov V. I. *Variations of solar activity and seismotectonic deformations on Northern Tien Shan: Part 2. Azimuth of an axis of tension of compression*//*NYaTs RK Bulletin*. **2009**. Vyp.1. P. 93-97.
- 14 Poleshko N.N., Kopnichev Yu.F., Sadykov A.B. Khachikyan G.Ya. Sokolova I.N. *Seismotektonicheskaya deformation and good quality of the environment on Northern Tien Shan: communication with variations of solar activity*. *Theses of reports of the fifth international symposium "Modern problems of geodynamics and geoecology midland ороэенов" to the 75 anniversary since the birth of Yu.A. Trapeznikov*. Bishkek. **2011**. T.1. P. 272-275.
- 15 Timush A.V. Sadykova A.B. Stepanenko N.P., Khachikyan G.Ya. *Stroyeniye of a lithosphere as a factor of variations of seismotectonic deformations in connection with solar activity on Northern Tien Shan*//*NAN RK'S News. Series of geology and technical science*. **2013**. No. 1. P. 55-66.
- 16 Shatsilov V.I. Humpbacks P.N. Timush A.V. *New data on a tektonosfer of Tien Shan*//*NAN RK'S Reports*. **2000**. No. 2. P. 50-54.
- 17 Markson R. *Solar modulation of atmospheric electrification and possible implications for the Sun-weather relationship*. *Nature*. **1978**. V.273. 103-109 p.
- 18 Rycroft M.J., S. Israelsson and C. Price. *The global atmospheric electric circuit, solar activity and climate change*. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. **2000**. V. 62. -1563-1576p.
- 19 Harrison R.G. *The global atmospheric electrical circuit and climate*. *Survey in geophysics*. **2004**. V. 25. 441-484 p.
- 20 Rycroft M.J., and G. Harrison. *Electromagnetic Atmosphere-Plasma Coupling: The Global Atmospheric Electric Circuit*. *Space Science Reviews*. **2012**. V.168. No 1-4. 363-384p.
- 21 Makarova L.N. and A.V. Shirochkov. (1998). *A new approach to the global electric circuit conception* ([www.sgo.fi/SPECIAL/Contributions/Makarova.pdf](http://www.sgo.fi/SPECIAL/Contributions/Makarova.pdf)).
- 22 Stozhkov Y.I. *The role of cosmic ray in the atmospheric processes*. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. **2003**. V.29. No. 5. P.913-923.
- 23 Harrison R.G. and Usoskin I. *Solar modulation in surface atmospheric electricity*. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys*. **2010**. 72. P. 176–82.
- 24 The ATHLET complex. – <http://npad.lebedev.ru/docs/athlet3.pdf>.
- 25 Dobrotin I.A., Zatselin G.T., Rosenthal I.L., Sarycheva L.I., Hristiansen G.B., L of X. *EyduS. Wide atmospheric heavy rains of space beams*. *Achievements of physical sciences*. **1953**. February. T. XLIX. Vyp. 2. P. 1-57.
- 26 Beysembayev R.U. Dryn E.A., Zhukov V.V., Sadykov T.Kh. Stepanov A.V. *The electrophotonic cascades in the Tien Shan model* // *FTI MAUN RK Preprint*. **2002**. 10 p.
- 27 Gusev G.A. Zhukov V.V., Merzon G.I. Mityok G.G., Stepanov A.S. Ryabov V.A. Chechen of V.A., Chubenko A.P. Shchepetov A.L. *Space beams as the new instrument of seismological researches*//*Short messages on FIAN physics*. **2011**. No. 12. P. 43-51.
- 28 Havroshkin O.B., Tsarov V.A. Tsiplakov V.V., Chechin V.A. *Interaction of neutrino bunches with seismically active environment*. *FIAN pre-print*. **1985**. № 167. 16 p.

## Резюме

Ж. Ш. Жантаев<sup>1</sup>, Н. Г. Бреусов<sup>1</sup>, Б. К. Құрманов<sup>2</sup>, Г. Я. Хачикян<sup>2</sup>,  
Т. Х. Садықов<sup>3</sup>, Қ. М. Мұқашев<sup>4</sup>, В. В. Жуков<sup>5</sup>

- (1) ҚР ҰҒА «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ  
(2) ҚР ҰҒА «ҰҒЗТО» АҚ «Ионосфера институты» ЕЖШС  
(3) БҒМ ҚР «Парасат» ҰҒТХ» АҚ Физика-техникалық институты  
(4) ҚР БҒМ Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті  
(5) РҒА АФИ Тянь-Шань Биіктаулы ғылыми бекеті)

ЖЕР СІЛКІНІСТЕРІН БОЛЖАУДЫҢ  
ҒАРЫШТЫҚ-ГЕОФИЗИКАЛЫҚ ӘДІСІ ТУРАЛЫ

Солтүстік Тянь-Шань аумағында және негізінен планетада ғарыштық сәулелену вариациялары және/немесе күн белсенділігі ағынының қарқындылығы мен сейсмикалық сипаттамалары вариациялары арасында экспериментальды бақыланатын сәйкестік талқыланады. Экспериментальдык айғағын түсіндіру үшін ғарыштық сәулелердің өтіп кіретін компонентасының (мюондар) жер жыныстарына әсері бойынша теориялық жұмыстары талданған. Жыныстардағы әсерінде акустикалық толқындардың генерациясымен қатар жүретін микрожарықшалар ашылуы болып, олардың пайда бола алатынын нәтижелер көрсетеді. Мюондар мен кәдімгі жыныстардың әсерлесуінде акустикалық толқындардың спектралдық энергиясы 1 КГц дейін жиіліктері ауқымында  $\sim 10^{-36}$  втсм<sup>-2</sup> Гц бола алады, бұл нәрсе кеңістікте және уақытта  $10^{-10}$ – $10^{-18}$  втсм<sup>-2</sup> Гц шектерде болатын, бұл жиіліктер ауқымында акустикалық толқындар энергиясының жер бетінде өлшенетінінен кем болады. Дегенмен, мюондардың жоғары кернеулі сейсмикалық белсенді ортамен өзара іс-қимылында сәулеленетін энергия 21 ретке үлкейе алады, бұл нәрсе акустикалық қана емес, сейсмикалық толқын генерациясына алып келе алады, яғни жер қыртысына өтіп кіретін өте аз зарядталған бөлшектердің «жібергіштік» әсерімен жер сілкінісіне келтіре алады. Өтіп кіретін мюондармен шартталған, акустикалық және сейсмикалық түрткілерді айқындау үшін, уақыт бойынша мюондік детектордан сигналымен үйлесетін, акустикалық және сейсмикалық сигналдарды тіркеудің корреляциялық әдісін пайдалану мүмкін болады, бұл нәрсе осы шақта «АТНЛЕТ» жоғары таулы кешеннің базасында жүзеге асырыла алады. Соңында Солтүстік Тянь-Шань аумағында күшті жер сілкіністерін қысқа мерзімді болжауының ғарыштық-геофизикалық әдісі әзірленіп және жер сілкіністері ошақтарының қалыптасуы тереңдікте ортасының көлемдік кернеулі күйі мониторингтің әдісі жасалады.

**Тірек сөздер:** кең атмосфералық жауындар, мюондар, сейсмикалық белсенді ортаның күйі, көлемдік кернеулі күй.

## Summary

ZH. SH. Zhantaev<sup>1</sup>, N. G. Breusov<sup>1</sup>, B. K. Kurmanov<sup>2</sup>, G. YA. Khachikyan<sup>2</sup>,  
T. H. Sadykov<sup>3</sup>, K. M. Mukashev<sup>4</sup>, V. V. Zhukov<sup>5</sup>

- (<sup>1</sup>AO "National Centre for Space Research and Technology" NSA RK  
<sup>2</sup>Institute of Ionosphere, "NCSRT" NSA RK  
<sup>3</sup>Physics and Technical Institute, JSC "NNTH " Parosat " MES  
<sup>4</sup>National Pedagogical University, after Abay, MES  
<sup>5</sup>Tyan- Shan high-mountain scientific station, IAP RAS)

## ON COSMOGEOPHYSICAL METHOD OF STRONG EARTHQUAKES PREDICTION

The experimentally observed correlation between solar activity/cosmic rays and characteristics of seismicity variations, in the Northern Tien Shan and in the globe as well is discussed. To explain the experimental facts, the theoretical works on the effects on terrestrial rocks the penetrating component of cosmic rays (muons) is analyzed. The results show that under such exposure the microcracks in the rock can be formed, the disclosure of which is accompanied by the generation of acoustic waves. When the interaction of muons with ordinary rocks, spectral energy of acoustic waves at frequencies up to 1 kHz can be  $\sim 10^{-36}$  vтсм<sup>-2</sup> Hz, that is significantly smaller than the measured energy on the earth's surface acoustic waves in this frequency range, which varies in space and time within  $10^{-10}$  –  $10^{-12}$  втсм<sup>-2</sup> Hz. However, the interaction of muons with highly stressed seismically active medium, the radiated energy can be increased by 21 order, which may lead to the generation of not only the acoustic, but a seismic wave, ie, earthquake, initiated by a very small "trigger" influence of penetrating charged particles. To isolate the pulses of acoustic and seismic radiation caused by penetrating muons, one can use the correlation method for detecting acoustic and seismic signals, which coincide with the signal from the muon detector. This can be implemented in the present, based on the high-complex "ATNLET." As a result, a method for monitoring surround the stress state of the medium at the depth of formation of foci of earthquakes can be established, and on its basis the cosmogeophysical method for short-term prediction of strong earthquakes in the Northern Tien Shan can be developed.

**Key words:** extensive air showers, muons, three dimensional stress seismically active environment.

Поступила « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

# Теоретические и экспериментальные исследования

---

УДК 539.3  
MSQ 74H25

Л. А. АЛЕКСЕЕВА

(Институт математики и математического моделирования КН МОН РК  
Алматы, Казахстан, [alexeeva@math.kz](mailto:alexeeva@math.kz))

## О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ПРИ ДЕЙСТВИИ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТРАНСПОРТНЫХ НАГРУЗОК

**Аннотация.** Данный класс задач является модельным для динамики подземных сооружений, типа транспортных тоннелей, а также наземного дорожного транспорта. Ранее автором рассмотрены транспортные краевые задачи для изотропной упругой среды, ограниченной цилиндрической поверхностью, по которой с постоянной дозвуковой скоростью движется нагрузка, вид которой не меняется с течением времени (*транспортная нагрузка*). Здесь рассматривается сверхзвуковой случай, когда скорость транспортной нагрузки больше скоростей распространения продольных и поперечных волн в упругой среде. При этом меняется тип уравнений движения среды, которые становятся строго гиперболическими. При таких скоростях в среде возникают ударные волны. На основе теории обобщенных функций, предложен метод определения условий на скачки напряжений, скоростей и энергии на фронтах ударных волн. Рассмотрены транспортные краевые задачи и доказана единственность их решений с учетом ударных волн.

**Ключевые слова:** О единственности решений краевых задач теории упругости при действии сверхзвуковых транспортных нагрузок.

**Тірек сөздер:** өте жылдам кәлік қозғалысы кезіндегі серпімділік теориясының шеткі есесбін шешудің жалғыздығы туралы.

**Keywords:** Lamé equations, supersonic transport load, shock elastic waves, boundary value problem.

Среди действующих источников генерации волн в сплошных средах особенно распространены *транспортные*, связанные с движущимися нагрузками, форма которых не меняется с течением времени. Исследование таких процессов методами математического моделирования связано с решением краевых задач для систем дифференциальных уравнений, описывающих динамику среды при действии источников возмущений. При этом скорость движения существенно влияет на тип дифференциальных уравнений, параметрически зависящих от чисел Маха – отношения скорости движения нагрузки к скоростям распространения возмущений в среде (*звуковым скоростям*). Их тоже может быть несколько, в зависимости от типа деформаций среды. При небольших скоростях (*дозвуковых*) уравнения относятся к классу эллиптических, теория краевых задач для которых в настоящее время наиболее развита. При сверхзвуковых скоростях движения транспортных нагрузок в средах возникают ударные волны различного типа. Математическое моделирование таких процессов на основе построения транспортных решений соответствующих краевых задач для систем гиперболических уравнений и изучение их свойств весьма актуально.

В статье автора [1] ранее были рассмотрены транспортные краевые задачи для изотропной упругой среды, ограниченной цилиндрической поверхностью, по которой с постоянной дозвуковой скоростью движется нагрузка, вид которой не меняется с течением времени (*транспортная нагрузка*). Данный класс задач является модельным для динамики подземных сооружений, типа транспортных тоннелей, а также наземного дорожного транспорта, и сводится к решению эллиптических краевых задач для системы уравнений Ламе в подвижной системе координат. Здесь рассматривается аналогичная задача, но в сверхзвуковом случае, когда скорость транспортной нагрузки больше скоростей распространения продольных и поперечных волн в упругой среде. При этом меняется тип уравнений движения среды, которые становятся строго гиперболическими. При



таких скоростях в среде возникают ударные волны. Здесь, на основе теории обобщенных функций, предложен метод определения условий на скачки напряжений, скоростей и энергии на фронтах ударных волн. Поставлены две транспортные краевые задачи и, на основе закона сохранения энергии, доказана единственность их решений с учетом ударных волн.

**1. Уравнения движения упругой среды. Ударные волны.** Рассмотрим упругую среду, заданную параметрами Ламе  $\lambda, \mu$ , плотностью  $\rho$ . Обозначим  $u = u_j(x, t)e_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) – вектор перемещений;  $x_j$  – лагранжевы координаты точек среды  $x = x_j e_j$ ,  $e_j$  – орты декартовой системы координат.

Компоненты тензоров напряжений и деформаций  $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$  связаны законом Гука [2]:

$$\sigma_{ij} = \lambda \operatorname{div} u \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_j u_i + \partial_i u_j), \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Здесь и далее обозначаем  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \partial_j u_i = u_{i,j}$ ,  $\delta_i^j = \delta_{ij}$  – символ Кронекера, по повторяющимся индексам всюду тензорная свертка.

Уравнения движения сплошной среды:

$$\partial_j \sigma_{ij} + G_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3)$$

с учетом (1), (2), приводятся к виду:

$$L_i^j [\partial_x, \partial_t] u_j(x, t) + F_i(x, t) = 0, \quad (4)$$

где  $L_i^j$  – дифференциальный оператор Ламе:

$$L_i^j (\partial_x, \partial_t) = (c_1^2 - c_2^2) \partial_i \partial_j + \delta_i^j \left( c_2^2 \Delta_3 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right),$$

$c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$ ,  $c_2 = \sqrt{\mu / \rho}$  – скорости распространения объемных (сжатия-расширения) и сдвиговых волн в упругой среде,  $\Delta_N$  – N-мерный оператор Лапласа,  $G_i = \rho F_i$ ,  $F_i$  – декартовы координаты массовой силы.

Система уравнений (4) достаточно подробно исследована в работах Петрашени Г.И. [3]. В силу положительной определенности упругого потенциала среды, она является строго гиперболической. Детерминант ее характеристической матрицы

$$\operatorname{Det}\{L(v, v_t)\} = (c_1^2 - c_2^2) v_i v_j + \delta_{ij} (c_2^2 \|v\|_3^2 - v_t^2)$$

имеет 4 действительных корня:

$$v_t = \pm c_j \|v\|_3, \quad j = 1, 2. \quad (5)$$

Здесь  $v = \{v_1, v_2, v_3, v_4 \triangleq v_t\}$  – вектор нормали к  $F$  в  $R^4$  удовлетворяет характеристическому уравнению:

$$\operatorname{Det}\{L(v, v_t)\} = 0, \quad (6)$$

которое определяет подвижные в  $R^3$  поверхности  $F_t$  – волновые фронты, на которых решения недифференцируемы. На  $F_t$  производные  $u(x, t)$  терпят скачки,  $F_t$  движется со скоростью  $V$ , которая равна

$$V = -v_t / \|v\|_3. \quad (7)$$

Из (5)–(7) следует, что  $F_t$  движется в пространстве  $R^3$  с одной из звуковых скоростей:  $V = c_1$  или  $V = c_2$ . Т.е. в упругой среде существуют ударные волны двух типов, которые связаны с особенностями ее деформации. Со скоростью  $c_1$  распространяются объемные волны деформации сжатия-расширения (*продольные волны*), а более медленные волны сдвиговых деформаций (*поперечные волны*) распространяются со скоростью  $c_2$ .

Введем волновой вектор  $m = (m_1, m_2, m_3)$  – единичный вектор нормали к фронту  $F_t$  в  $R^3$  при фиксированном  $t$ , направленный в сторону ее распространения. В силу (7),

$$m_j = \frac{v_j}{\|V\|_3} = -\frac{v_j V}{v_t} \quad (8)$$

Требование непрерывности перемещений при переходе через волновой фронт, связанное с сохранением сплошности среды:

$$[u]_{F_t} = 0, \quad (9)$$

приводит к кинематическим условиям совместности решений на подвижных фронтах:

$$[m_j u_{i,t} + V u_{i,j}]_{F_t} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (10)$$

(условие непрерывности касательных производных  $u_i$  на  $F_t$ ). Помимо этого из (4) следуют динамические условия совместности решений на фронтах, эквивалентные закону сохранения импульса в его окрестности:  $[\sigma_{ij} m_j + \rho V u_{i,t}]_{F_t} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad V = c_1, c_2$ .

**О п р е д е л е н и е.** Волну назовем *ударной*, если скачок напряжений на фронте волны конечен:  $e_i m_j [\sigma_{ij}]_{F_t} \neq 0$ . Если на фронте волны  $m_j [\sigma_{ij}] = 0 \Rightarrow [u_{i,t}]_{F_t} = 0$ , то волна *слабая ударная*. Если  $m_j [\sigma_{ij}]_{F_t} = \infty$ , волна *сильная ударная*.

В случае ударных волн на фронте волны происходит скачок скоростей. Сильные ударные волны (в данном определении) в реальных средах не реализуется, т.к. при больших скачках напряжений среда разрушается и перестает быть упругой. Однако сильные ударные волны в упругих средах играют важную теоретическую роль при построении решений различных краевых задач. К таковым, в частности, относятся фундаментальные решения уравнений Ламе.

**2. Транспортные решения уравнений Ламе. Числа Маха.** Пусть сила, действующая в среде, движется с постоянной скоростью  $c$  вдоль координатной оси  $X_3$  (здесь, для удобства выкладок, противоположно ее направлению) и в подвижной системе координат не зависит от  $t$ :

$$G_k = G_k(x_1, x_2, x_3 + ct) \quad (12)$$

Такие нагрузки естественно назвать *транспортными*. Соответственно будем искать решения уравнений Ламе (4) такой же структуры:

$$u_k = u_k(x_1, x_2, x_3 + ct) \quad (13)$$

которые назовем *транспортными решениями*.

Введем подвижную систему координат  $x' = (x'_1, x'_2, x'_3) = (x_1, x_2, x_3 + ct)$ . В новых переменных уравнения движения (4) имеют вид:

$$\left( (c_1^2 - c_2^2) \frac{\partial^2}{\partial x'_i \partial x'_j} + \left( c_2^2 \Delta_3 - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3'^2} \right) \delta_j^i \right) u_i + G_j = 0 \quad (14)$$

В силу гиперболичности исходной системы, уравнения (14) также могут иметь разрывные по производным решения.



Пусть  $F$  поверхность разрыва в подвижной системе координат  $x'$ , где она неподвижна, и движущаяся с одной из звуковых скоростей  $V = c_1, c_2$  в пространстве переменных  $(x_1, x_2, x_3)$ . Из (7) следует, что  $V = ch_3$ , где  $h = (h_1, h_2, h_3)$  - единичная нормаль к  $F$  в  $R^3$ . Значит, поскольку

$$c = c_j / h_3, \quad |h_3| \leq 1, \quad (15)$$

такие поверхности могут возникнуть лишь при сверхзвуковых скоростях:  $c \geq c_j$ .

Назовем скорость  $c$  *дозвуковой*, если  $c < c_2$ ; *межзвуковой*, если  $c_2 < c < c_1$  и *сверхзвуковой*, если  $c > c_1$ . Скорость называется *первой* или *второй звуковой*, если  $c = c_j$ ,  $j = 1, 2$  соответственно.

Перепишем уравнение (14), поделив его на  $c^2$ :

$$\Lambda_j^i \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) u_i = \left( (M_1^{-2} - M_2^{-2}) \frac{\partial^2}{\partial x'_i \partial x'_j} + \left( M_2^{-2} \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x_3'^2} \right) \delta_j^i \right) u_i + g_j = 0, \quad g = \frac{G}{\rho c^2}. \quad (16)$$

Здесь введены числа Маха  $M_j = c / c_j$ . При  $M_j < 1$  ( $j = 1, 2$ ) нагрузка дозвуковая, система уравнений (16) эллиптического типа. При сверхзвуковых скоростях  $M_j > 1$  ( $j = 1, 2$ ) и уравнения становятся гиперболическими. Если  $M_1 < 1, M_2 > 1$  - межзвуковая (трансзвуковая), тип уравнений гипербола-эллиптический. При звуковых скоростях уравнения параболо-эллиптические, если  $M_2 = 1$ , а при  $M_1 = 1$  становятся параболо-гиперболическими [4,5].

Кинематические и динамические условия совместности решений на разрывах в пространстве переменных  $x'$ , как следует из (9)–(11) с учетом (13) примут вид:

$$\begin{aligned} [u_j]_F = 0 &\Rightarrow h_z [u_{i,j}]_F = h_j [u_{i,z_3}]_F, \\ h_j [\sigma_{ij}]_F &= \rho c^2 h_z [u_{i,z}]_F \end{aligned} \quad (17)$$

**О п р е д е л е н и е.** При  $c > c_1$  будем называть решение уравнений (16) *классическим*, если оно непрерывно, дважды дифференцируемо всюду, за исключением волновых фронтов – трехмерных многообразий в  $R^3$ , число которых в любой момент времени конечно на любом замкнутом множестве в  $R^3$ , и на которых удовлетворяются условия на скачки (17), (18).

**3. Ударные волны, как обобщенные решения уравнений Ламе.** Рассмотрим уравнения (16) и его решения на пространстве обобщенных функций,  $D_3'(R^3) = \{\hat{f} = (\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_3), \hat{f}_k \in D'(R^3), k = 1, 2, 3\}$ , где  $D'(R^3)$  – пространство обобщенных функций [6].

Пусть  $u(x')$  – классическое решение в  $R^3$ . Обозначим  $\hat{u}(x, z)$  соответствующую регулярную обобщенную функцию:  $\hat{u}(x, z) = u(x')$ ,  $x = (x'_1, x'_2)$ ,  $z = x'_3$ . С учетом правил дифференцирования регулярных обобщенных функций [4], получим уравнения движения на  $D_3'(R^3)$  в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}}{\partial x'_j} - \rho c^2 \frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial z^2} + G_i = \\ = \left[ \sigma_{ij} h_j - \rho c^2 h_z \frac{\partial u_i}{\partial z} \right]_F \delta_F + \left\{ \left[ \lambda u_k h_k \delta_{ij} + \mu (u_i h_j + u_j h_i) \right]_F \delta_F \right\}_{,j} - \left\{ h_z [u_i]_F \delta_F \right\}_{,z} \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\delta_F$  – простой слой на  $F$ , плотность которого определяется скачком перемещений на фронте волны. В силу условий на фронтах ударных волн (17), правая часть (19) обращается в 0. Т.е. обобщенная функция  $\hat{u}$  удовлетворяет тем же уравнениям (16), но уже в обобщенном смысле.

Значит, ударные волны являются обобщенными решениями уравнений Ламе.

Отсюда следует простой формальный способ получения условий на скачки решений и их производных на фронтах ударных волн: для этого надо дифференцировать их по правилам дифференцирования обобщенных функций и приравнять плотности независимых простых и двойных слоев нулю.

**4. Закон сохранения энергии.** Представим закон Гука в виде

$$\sigma_{ij} = C_{ij}^{kl} u_{k,l}, \quad C_{ij}^{kl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{kj} \delta_{il} + \delta_{il} \delta_{kj}), \quad (20)$$

и введем следующие обозначения для энергетических характеристик упругой среды:

$W = 0,5 \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} u_{i,j} = C_{ij}^{kl} u_{k,l} u_{i,j}$  – плотность энергии упругой деформации (упругий потенциал), который является положительно-определенной функцией от деформаций [2],

$K = 0,5 \rho \|u_{,t}\|^2 = 0,5 \rho c^2 \|u_{,z}\|^2$  – плотность кинетической энергии,

$E = K + W$  – плотность энергии,

$L = K - W$  – функция Лагранжа.

Поскольку напряжения и скорости на фронтах ударных волн испытывают скачки, соответственно эти энергетические характеристики также испытывают скачки.

**Теорема 4.1.** Если  $G$  непрерывная вектор-функция, то в области дифференцируемости решений

$$\begin{aligned} E_{,z} &= (\sigma_{ij} u_{i,z})_{,j} + \rho (G, u_{,z}), \\ 2L &= \rho c^2 (u_{i,z} u_i)_{,z} + \rho G_i u_i - (\sigma_{ij} u_i)_{,j} \end{aligned} \quad (20)$$

а скачки энергии  $E$  и  $L$  на фронтах ударных волн равны

$$[E]_{F_k} = \frac{c}{c_k} h_j^k [\sigma_{ij} u_{i,z}]_{F_k}, \quad [L]_{F_k} = 0, \quad k = 1, 2 \quad (21)$$

где  $h_j^k$  – компоненты единичной нормали к фронту волны,  $c_k$  – соответствующая ему звуковая скорость. Т.е функция Лагранжа непрерывна на фронтах ударных волн.

**Доказательство:** Для первой формулы в области дифференцируемости решений свернем уравнения движения с  $u_{i,z}$ :

$$\sigma_{ij,j} u_{i,z} - \rho c^2 u_{i,zz} u_{i,z} - \rho G_i u_{i,z} = 0 \quad (22)$$

Поскольку

$$\sigma_{ij,j} u_{i,z} = (\sigma_{ij} u_{i,z})_{,j} - \sigma_{ij} u_{i,jz}, \quad K_{,z} = 0,5 \rho c^2 (u_{i,z} u_i)_{,z}, \quad W_{,z} = \sigma_{ij} u_{i,jz},$$

получим:

$$(\sigma_{ij} u_{i,z})_{,j} - E_{,z} + \rho (G, u_{,z}) = 0.$$

Отсюда следует (20)<sub>1</sub>.

Для доказательства второй формулы свернем уравнения движения с  $u_i$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} u_i - \rho c^2 u_{i,zz} u_i - \rho G_i u_i &= 0 \Rightarrow \\ (\sigma_{ij} u_i)_{,j} - \sigma_{ij} u_{i,j} - \rho c^2 (u_{i,z} u_i)_{,z} + \rho c^2 (u_{i,z} u_{i,z}) - \rho G_i u_i &= \\ = 2L + (\sigma_{ij} u_i)_{,j} - \rho c^2 (u_{i,z} u_i)_{,z} - \rho G_i u_i &= 0 \Rightarrow (20)_2 \end{aligned} \quad (23)$$

Формулы (21) для скачка  $E$  и  $L$  следуют из уравнений (20), если записать их в пространстве обобщенных функций. В пространстве обобщенных функций эти формулы сохраняют вид (20), если

$$2[L] = \left( \rho c^2 [u_{i,z}] n_z - [\sigma_{ij}] n_j \right) u_i, \quad [E] n_z = [\sigma_{ij} h_j u_{i,z}].$$

В силу условий на фронтах (17), отсюда следуют условия на скачки (21) для ударных продольных ( $k=1$ ) и поперечных ( $k=2$ ).

Докажем условия для скачка энергии классическим методом, используя условия на фронтах (17) и равенство для скачка произведения разрывных функций:

$$[ab] = a^+ [b] + [a] b^-,$$

где знаками плюс и минус помечены правые и левые (по отношению к направлению направлению волнового вектора) предельные значения функций на поверхности разрыва.

$$\begin{aligned} 2[E] - 2 \left[ \frac{c}{c_k} \sigma_{ij} h_j^k u_{i,z} \right] &= [\sigma_{ij} \left( u_{i,j} - \frac{c}{c_k} h_j^k u_{i,z} \right)] + \left[ u_{i,z} \left( \rho c^2 u_{i,z} - \frac{c}{c_k} \sigma_{ij} h_j^k \right) \right] = \\ &= [\sigma_{ij}] \left[ u_{i,j} - \frac{c}{c_k} h_j^k u_{i,z} \right] + \sigma_{ij}^- \left[ u_{i,j} - \frac{c}{c_k} h_j^k u_{i,z} \right] + \left( u_{i,j} - \frac{c}{c_k} h_j^k u_{i,z} \right)^- [\sigma_{ij}] + \\ &+ [u_{i,z}] \left[ \rho c^2 u_{i,z} - \frac{c}{c_k} \sigma_{ij} h_j^k \right] + u_{i,z}^- \left[ \rho c^2 u_{i,z} - \frac{c}{c_k} \sigma_{ij} h_j^k \right] + [u_{i,z}] \left( \rho c^2 u_{i,z} - \frac{c}{c_k} \sigma_{ij} h_j^k \right)^- = \\ &= \left( u_{i,j} - \frac{c}{c_k} h_j^k u_{i,z} \right)^- [\sigma_{ij}] + [u_{i,z}] \left( \rho c^2 u_{i,z} - \frac{c}{c_k} \sigma_{ij} h_j^k \right)^- = \\ &= u_{i,z}^- \left( -\frac{c}{c_k} h_j^k [\sigma_{ij}] + \rho c^2 [u_{i,z}] \right) + u_{i,j}^- [\sigma_{ij}] - \frac{c}{c_k} \sigma_{ij}^- h_j^k [u_{i,z}] = \\ &= u_{i,j}^- [\sigma_{ij}] - \frac{c}{c_k} \sigma_{ij}^- [h_j^k u_{i,z}] = u_{i,j}^- [\sigma_{ij}] - \frac{c}{c_k} h_z^k \sigma_{ij}^- [u_{i,j}] = \\ &= u_{i,j}^- [\sigma_{ij}] - \sigma_{ij}^- [u_{i,j}] = -u_{i,j}^- \sigma_{ij}^- + \sigma_{ij}^- u_{i,j}^- = 0. \end{aligned}$$

Здесь индекс  $k$  фиксированный, соответствует фронту продольных или поперечных волн. Как видим, это гораздо более сложная процедура, особенно если скачок на фронте неизвестен. Аналогично доказывается непрерывность  $L$ .

Используя лемму 4.1, получим закон сохранения энергии с учетом ударных волн.

Для этого рассмотрим область  $D^- = \{(x, z) : x \in S^- \subset R^2, -\infty \leq z \leq \infty\}$ , ограниченную цилиндрической поверхностью  $D = \{(x, z) : x \in S \subset R^2, a \leq z \leq b\}$  из класса поверхностей Ляпунова,  $D_{ab}^- = \{(x, z) : x \in S^- \subset R^2, a \leq z \leq b\}$ ,  $S^-$  – поперечное сечение цилиндра,  $S$ -его граница,  $n(x, z)$  – вектор единичной нормали к поверхности  $D$  очевидно не зависит от  $z$   $n(x, z) = n(x)$ . Обозначим  $P = p_i e_i$ ,  $p_i(x, z) = \sigma_{ij}(x, z) n_j(x)$ .

**Теорема 4.2.** Если  $(\rho G, u_{i,z}) \in L_1(D + D^-)$ ,  $(P, u_{i,z}) \in L_1(D)$ , то

$$\begin{aligned} \int_{S^-} (E(x, b) - E(x, a)) dx_1 dx_2 &= \int_{D_{ab}^-} (\rho G, u_{i,z}) dx_1 dx_2 dz + \int_{D_{ab}} (P, u_{i,z}) dD(x, z) + \\ &+ \int_{S^-} (\sigma_{i3} u_{i,z}(x, b) - \sigma_{i3} u_{i,z}(x, a)) dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

для  $\forall a, b: a < b$ . В частности,

$$\begin{aligned} H(z) \int_{S^-} (E(x, z) - E(x, 0)) dx_1 dx_2 &= \\ &= \int_{D_{0z}^-} (\rho G, u_{,z}) dx_1 dx_2 dz + \int_{D_{0z}} (P, u_{,z}) dD(x, z) + \int_{S^-} \sigma_{i3} u_{i,z}(x, z) dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

**Доказательство.** Интегрируя уравнение (20) по  $D_{ab}^- = \{(x, z): x \in D^-, 0 < a \leq z \leq b\}$  с использованием формулы Остроградского-Гаусса в областях между фронтами, где решения дифференцируемы, с учетом условий для скачка энергии на фронтах (21) и равенства  $n = (0, 0, \mp 1)$  в сечениях  $S^-$ , получим:

$$\begin{aligned} \int_{C_{ab}^-} E_{,z} dx_1 dx_2 dz &= \int_{S^-} E(x, z) \Big|_{(x,a)}^{(x,b)} dx_1 dx_2 + \sum_l \int_{F_l} [E] h_z^l dF_l = \\ &= \int_{D_{ab}} \sigma_{ij} u_{i,z} n_j dD + \int_{S^-} n_j \sigma_{ij} u_{i,z} \Big|_{(x,a)}^{(x,b)} dx_1 dx_2 + \sum_l \int_{F_l} [\sigma_{ij} u_{i,z}] h_j^l dF_l + \rho \int_{D_{ab}^-} (G, u_{,z}) dx_1 dx_2 dz \end{aligned}$$

Откуда следует первая формула теоремы. Вторая формула следует из первой, если положить  $a = 0, b = z$ .

**Теорема 4.3.** Если  $(G, u) \in L_1(D + D^-)$ ,  $(P, u) \in L_1(D)$ , то

$$\begin{aligned} 2 \int_{C_{ab}^-} L dx_1 dx_2 dz &= \rho c^2 \int_{S^-} (u_{i,z} u_i(x, b) - u_{i,z}(x, a) u_i(x, a)) dx_1 dx_2 + \\ &+ \int_{D_{ab}} \sigma_{ij} u_i n_j dD(x, z) + \int_{S^-} (\sigma_{iz} u_i(x, b) - \sigma_{iz} u_i(x, a)) dx_1 dx_2 + \rho \int_{D_{ab}^-} (G, u) dx_1 dx_2 dz, \\ 2 \int_{D_+^-} L dx_1 dx_2 dz &= -\rho c^2 \int_{S^-} u_{i,z}(x, 0) u_i(x, 0) dx_1 dx_2 + \\ &+ \int_{D_+} \sigma_{ij} u_i n_j dD(x, z) - \int_{S^-} \sigma_{iz} u_i(x, a) dx_1 dx_2 + \rho \int_{D_+^-} (G, u) dx_1 dx_2 dz \end{aligned}$$

**Доказательство.** Интегрируя второе уравнение (20) по ограниченному цилиндру с использованием формулы Остроградского-Гаусса и условий на фронтах ударных волн (17), получим требуемое:

$$\begin{aligned} 2 \int_{C_{ab}^-} L dx_1 dx_2 dz &= \rho c^2 \int_{S^-} (u_{i,z}(x, z) u_i(x, z)) \Big|_{(x,a)}^{(x,b)} dx_1 dx_2 + \\ &+ \int_{D_{ab}} \sigma_{ij} u_i n_j dD(x, z) + \int_{S^-} \sigma_{iz} u_i \Big|_{(x,a)}^{(x,b)} dx_1 dx_2 + \sum_l \int_{F_l} [\sigma_{ij} h_j^l - \rho c^2 h_z^l u_{i,z}] u_i dF_l + \rho \int_{D_{ab}^-} (G, u) dx_1 dx_2 dz = \\ &= \rho c^2 \int_{S^-} (u_{i,z} u_i(x, b) - u_{i,z}(x, a) u_i(x, a)) dx_1 dx_2 + \\ &+ \int_{D_{ab}} \sigma_{ij} u_i n_j dD(x, z) + \int_{S^-} (\sigma_{iz} u_i(x, b) - \sigma_{iz} u_i(x, a)) dx_1 dx_2 + \rho \int_{D_{ab}^-} (G, u) dx_1 dx_2 dz \end{aligned}$$

Вторая формула теоремы следует из первой при  $a = 0, b = +\infty$ .

**5. Постановка краевых задач. Единственность решений.** Пусть упругая изотропная среда  $(\lambda, \mu, \rho)$  занимает область  $D^- \subset R^3$ , ограниченную гладкой цилиндрической поверхностью Ляпунова  $D$ , образующие которой параллельны оси  $Z$ . Множество  $S^- \subset R^2$  перпендикулярное сечение  $D^-$ ,  $S$  – его граница:  $D^- = S^- \times Z^-$ ,  $D = S \times Z$ ,  $\mathbf{n}(1.x) = (1.n_1, n_2, 0)$  – единичный вектор внешней нормали к  $D$ ,  $D_+ = S \times Z_+$ ,  $Z_+ = \{z \in R^1 : z \geq 0\}$ .

*Транспортная краевая задача.* Пусть на границе  $D$  заданы транспортные нагрузки  $P$ , движущиеся с постоянной скоростью  $\mathbf{H}(z) p_j(x, z)$ ,  $x \in S$ ,  $j = 1, 2, 3$

$H(z)$  – функция Хевисайда. Предполагается, что  $P(x, z)$  интегрируемы на  $D_+$ :  $p_j(x, z) \in L_1(D_+)$ .

При  $z=0$

$$u_i(x, 0) = 0, \quad \sigma_{i3}(x, 0) = 0, \quad x \in S, \quad (25)$$

при  $\|(x, z)\| \rightarrow \infty$   $u_j \rightarrow 0$ ,  $\exists \varepsilon > 0$ :  $\|\partial_j u\| < O(\|(x, z)\|^{1+\varepsilon})$ ,  $j = 1, 2, z$ .

На фронтах ударных волн удовлетворяются условия на скачки (17).

**Теорема 5.1.** *Решение транспортной краевой задачи единственно.*

**Доказательство:** Допустим, что существуют два решения. В силу линейности задачи, их разность  $u(x, z)$  удовлетворяет нулевым граничным условиям, т.е.  $P(x, z) = 0$ , и является решением однородных уравнений движения:  $\int_{S^-} P(x, z) dx_1 dx_2 = \int_{S^-} \sigma_{i3} u_i dx_1 dx_2 = 0$ . Тогда, из теоремы 4.3, с учетом условий затухания решений на  $\infty$  (26) и нулевых условий при  $z=0$ , следует, что

Плотность энергии  $E$  представляет собой положительно определенную квадратичную форму от  $u_{i,j}$  по построению. Поэтому, в силу затухания решения на бесконечности, равенство выполняется, только если  $u_{i,j} = 0$  для всех  $i, j$ . Отсюда получим  $u = 0$ . Т.е. решения совпадают. Теорема доказана.

Она справедлива как для внешней, так и для внутренней краевой задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Алексеева Л.А. Сингулярные граничные интегральные уравнения краевых задач эластодинамики в случае дозвуковых бегущих нагрузок // Дифференциальные уравнения. Т. 46. – 2010. – № 4. – С.512-519.
- 2 Новацкий В. Теория упругости. М., 1975. 872 с.
- 3 Петрашень Г.И. Основы математической теории распространения упругих волн. – В кн. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л. 1978. Вып. XVIII, 248 с.
- 4 Алексеева Л.А. Фундаментальные решения в упругом пространстве в случае бегущих нагрузок // Прикладная математика и механика. 1991. Т.55. № 5. С.854-862.
- 5 Алексеева Л.А. Обобщенные решения уравнений Ламе в случае бегущих нагрузок. Ударные волны // Математический журнал. – 2009. – Т.9. – № 1(31). – С.16-25.
- 6 Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М. 1978. 528 с.

#### Резюме

Л. А. Алексеева

(ҚР БҒМ ҒК Математика және математикалық үлгілеу институты, Алматы, Қазақстан)

ӨТЕ ЖЫЛДАМ КӨЛІК ҚОЗҒАЛЫСЫ КЕЗІНДЕГІ СЕРПІЛДІЛІК

ТЕОРИЯСЫНЫҢ ШЕТКІ ЕСЕБІН ШЕШУДІҢ ЖАЛҒЫЗДЫҒЫ ТУРАЛЫ

Берліп отырған есеп классы жерасты құрылымдарына, атап айтқанда, көлік тоннелдеріне, сондайақ жергісті жол көліктеріне үлгі бола алады. Бұрын авторлармен изотроптық серпіледі орта үшін көліктік шеткі есеп қарастаралған. Бұл есеп тұрақты дыбысқа дейінгі жылдамдақпен қозғалатын, уақыт ағымына бағынбайтын (көлік жүктемесі) шектеулі цилиндрлік бетпен шектелетін. Бұл жерде серпімді ортадағы көлденең және ұзына бойы толқандар таралуының үлкен жылдамдықтағы көлік жүктемесінің өте шапшаң жағдайында қарастырылып отыр. Мұндай жағдайда қатаң гиперболикалық күйге түсетін қозғалыс ортасы теңдеуінің түрі өзгереді. Функцияның қорытылып шығарылған теориясы негізінде толқынның соққы беру аймағындағы кернеу, жылдамдық және энергиясының секірмен жағдайын анықтау әдісі ұсынылған. Көліктік шеткі есептер қарастырылған және оны соққы толқынын есепке ала отырып шешудің жалғыздығы дәлелденген.

**Тірек сөздер:** өте жылдам көлік қозғалысы кезіндегі серпімділік теориясының шеткі есепін шешудің жалғыздығы туралы.

Summary

L. A. Alexeyeva

About uniqueness of solutions of elastodynamics boundary value problems at action of supersonic transport loads//NASci of RK News. Series fiziko-matematicheskaya. 2014. V ....No .... P. ....

This class of problems is model for dynamics of underground constructions, type of transport tunnels, and also land road transport. Earlier the author considered transport BVPs for the isotropic elastic medium limited by a cylindrical surface on which with a constant subsonic speed the loading moves which look doesn't change eventually (*transport loading*). Here the supersonic case is considered, when the speed of transport loading more than speeds of distribution of longitudinal and cross waves in elastic medium. Thus the type of the equations of movement becomes strictly hyperbolic. At such speeds there are shock waves in the environment. On the basis of the theory of the generalized functions, the method of definition of conditions on jumps of tension, speeds and energy on fronts of shock waves is offered. Transport BVPs are considered and uniqueness of their decisions taking into account shock waves is proved.

Поступила 2014 г.

УДК 531.1+629.19

М. Д. ШИНИБАЕВ<sup>1</sup>, А. А. БЕКОВ<sup>1</sup>, С. С. ДАЙЫРБЕКОВ<sup>2</sup>, Ж. С. КУКИЕВ<sup>2</sup>,  
К. С. СЕРИКБАЕВА<sup>3</sup>, М. П. ДУЙСЕМБЕК<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт космических исследований имени академика У.М.Султангазина  
АО «НЦКИТ», г.Алматы;

<sup>2</sup>Университет Сыр-Дария, г.Джетысай;

<sup>3</sup>Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, г.Шымкент)

## ПРОМЕЖУТОЧНАЯ ОРБИТА ПРОБНОГО ТЕЛА В КВАДРАТУРАХ

**Аннотация.** Известно, что разложения силовой функции притяжения Земли имеют сложные проблемы, возникающие из-за особенностей распределения масс внутри Земли и сложности рельефа ее поверхности. Поэтому при решении задачи о движении спутника в поле тяготения Земли разбивают потенциал на две части – нормальную и аномальную части.

Нормальный потенциал содержит в себе основные возмущения от сжатия Земли, а аномальная часть учитывает остальные неравенства. Движение спутника в нормальном поле тяготения является главной проблемой теории движения спутников Земли.

Эта проблема решается или методом промежуточных орбит, или методом теории возмущений [1].

В данной статье построена новая промежуточная орбита в квадратурах, которая решает главную проблему теории движения спутников Земли. Эта промежуточная орбита представляет собой математическую модель пространственного орбитального движения ИСЗ в поле тяготения Земли и внешнего тела. Задача решена в сферической системе координат, оси которой совпадают с главными центральными осями инерции Земли.

Силовая функция промежуточной орбиты имеет вид [2]:

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}v'r^2 + \frac{1}{2}(v-v')r^2 \cos^2 \varphi, \quad (1)$$

где  $\mu$  – гравитационный параметр, первое слагаемое характеризует поле тяготения центрального тела (Земли), а остальные слагаемые характеризуют поле тяготения внешнего тела и сжатия Земли;  $\varphi$  – широта спутника;  $r$  – модуль радиуса-вектора спутника;  $v$  и  $v'$  – постоянные параметры.

Общее решение дифференциальных уравнений промежуточной орбиты получено методом Гамильтона-Якоби в квадратурах. Найденные квадратуры учитывают вековые возмущения первого порядка от сжатия центрального тела, и не имеют особенностей при нулевых наклонах и эксцентриситетах, позволяют избежать проблем критического наклона, не содержат в себе вековых и смешанных членов.

Полученные квадратуры позволяют построить теорию неуправляемого движения ИСЗ, что важно при реанимации станции и спутников в нештатных ситуациях.

**Ключевые слова:** динамика, орбиты, силовое поле, силовая функция, параметры орбиты.

**Тірек сөздер:** динамика, орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, орбиталық параметрлер.

**Keywords:** dynamics, the orbits, the force field, the force function, the orbital parameters.

Пусть ИСЗ совершает орбитальное движение в поле тяготения Земли и внешнего тела. Кинетическая энергия ИСЗ в выбранной системе координат имеет вид [3]:

$$T = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + r^2 \cos^2 \varphi \cdot \dot{\lambda}^2), \quad (2)$$

Выполним замену в (1)

$$(v - v') = \frac{D}{r^4}, \quad D < 1,$$

тогда имеем

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}v'r^2 + \frac{1}{2} \frac{D}{r^2} \cos^2 \varphi. \quad (3)$$

Запишем функцию Гамильтона с учетом (2) и (3)

$$H = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + r^2 \cos^2 \varphi \cdot \dot{\lambda}^2) - \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}v'r^2 + \frac{1}{2} \frac{D}{r^2} \cos^2 \varphi. \quad (4)$$

Вычислим импульсы, учитывая (2)

$$p_r = \frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = \dot{r}, \quad p_\varphi = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = r^2\dot{\varphi}, \quad p_\lambda = \frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}} = \dot{\lambda}r^2 \cos^2 \varphi. \quad (5)$$

Из (4) следует, что

$$\frac{\partial H}{\partial t} \equiv 0, \quad H = h_1 = \text{const}, \quad (6)$$

и с учетом (5) имеем

$$\left( p_r^2 + \frac{1}{r^2} p_\varphi^2 + \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} p_\lambda^2 \right) - \frac{2\mu}{r} - v'r^2 - \frac{D}{r^2} \cos^2 \varphi = 2h_1. \quad (7)$$

Запишем уравнение Гамильтона-Якоби

$$\frac{\partial V}{\partial t} + H\left(t, r, \varphi, \lambda, \frac{\partial V}{\partial r}, \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \frac{\partial V}{\partial \lambda}\right) = 0. \quad (8)$$

Тогда в силу (6) имеем следующее выражение для производящей функции

$$V = -h_1 t + W(r, \varphi, \lambda). \quad (9)$$

Учитывая (9), перепишем (6)

$$H\left(r, \varphi, \lambda, \frac{\partial W}{\partial r}, \frac{\partial W}{\partial \varphi}, \frac{\partial W}{\partial \lambda}\right) = h_1. \quad (10)$$

Теперь, принимая во внимание (7), перепишем (10)

$$\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial W}{\partial \varphi}\right)^2 + \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial W}{\partial \lambda}\right)^2 - \frac{2\mu}{r} - v'r^2 - \frac{D}{r^2} \cos^2 \varphi = 2h_1. \quad (11)$$

Используем метод разделения переменных, пусть

$$W = W_1(r) + W_2(\varphi) + W_3(\lambda),$$

тогда (11) перепишется в виде:

$$\left(\frac{dW_1}{dr}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{dW_2}{d\varphi}\right)^2 + \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} \left(\frac{dW_3}{d\lambda}\right)^2 - \frac{2\mu}{r} - v'r^2 - \frac{D}{r^2} \cos^2 \varphi = 2h_1. \quad (12)$$

Потребуем следующие соответствия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_3}{d\lambda} &= h_3, \\ \left( \frac{dW_2}{d\varphi} \right)^2 + \frac{h_3^2}{\cos^2 \varphi} - D \cos^2 \varphi &= h_2^2, \\ r^2 \left( \frac{dW_1}{dr} \right)^2 + h_2^2 - 2\mu r - v'r^4 - 2h_1 r^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из (13) имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_3}{d\lambda} &= h_3, \\ \frac{dW_2}{d\varphi} &= \left( h_2^2 - \frac{h_3^2}{\cos^2 \varphi} + D \cos^2 \varphi \right)^{1/2}, \\ \frac{dW_1}{dr} &= \left( \frac{v'r^4 + 2h_1 r^2 + 2\mu r - h_2^2}{r^2} \right)^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Из (14) найдем  $W_1, W_2, W_3$

$$\left. \begin{aligned} W_3 &= h_3 \lambda, \\ W_2 &= \int \frac{\sqrt{D \cos^4 \varphi + h_2^2 \cos^2 \varphi - h_3^2}}{\cos \varphi} d\varphi, \\ W_1 &= \int \frac{\sqrt{v'r^4 - 2h_1 r^2 + 2\mu r - h_2^2}}{r} dr, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

тогда имеем

$$W = \int \frac{\sqrt{v'r^4 - 2h_1 r^2 + 2\mu r - h_2^2}}{r} dr + \int \frac{\sqrt{D \cos^4 \varphi + h_2^2 \cos^2 \varphi - h_3^2}}{\cos \varphi} d\varphi + h_3 \lambda. \quad (16)$$

В соответствии с общей теорией метода Гамильтона-Якоби, общее решение канонических уравнений Гамильтона [3]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p_r}, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_\lambda}, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_\varphi}, \\ \frac{dp_r}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial r}, \quad \frac{dp_\lambda}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad \frac{dp_\varphi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

можно представить следующими квадратурами

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial h_1} &= t + \beta_1, \quad \frac{\partial W}{\partial h_2} = \beta_2, \quad \frac{\partial W}{\partial h_3} = \beta_3, \\ \frac{\partial W}{\partial r} &= p_r, \quad \frac{\partial W}{\partial \lambda} = p_\lambda, \quad \frac{\partial W}{\partial \varphi} = p_\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где:  $t$  – время;  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  – постоянные интегрирования.



Перепишем (18) в явном виде

$$t + \beta_1 = \int \frac{r dr}{\sqrt{v'r^4 + 2h_1 r^2 + 2\mu r - h_2^2}}, \quad (19)$$

$$\beta_2 = -\int \frac{h_2}{\sqrt{v'r^4 + 2h_1 r^2 + 2\mu r - h_2^2}} \cdot \frac{dr}{r} + \int \frac{h_2 \cos \varphi d\varphi}{\sqrt{D \cos^4 \varphi + h_2^2 \cos^2 \varphi - h_3^2}}, \quad (20)$$

$$\beta_3 = -\int \frac{h_3}{\sqrt{D \cos^4 \varphi + h_2^2 \cos^2 \varphi - h_3^2}} \cdot \frac{d\varphi}{\cos \varphi} + \lambda, \quad (21)$$

$$\frac{dr}{dt} = \int \frac{2v'r^3 + 2h_1 r + \mu}{\sqrt{v'r^4 + 2h_1 r^2 + 2\mu r - h_2^2}} \cdot \frac{dr}{r} - \int \sqrt{v'r^4 + 2h_1 r^2 + 2\mu r - h_2^2} \cdot \frac{dr}{r^2}; \quad (22)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} r^2 \cos^2 \varphi = h_3, \quad (23)$$

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \int \frac{D \cos^2 \varphi + h_2^2}{\sqrt{D \cos^4 \varphi + h_2^2 \cos^2 \varphi - h_3^2}} \cdot d(\cos \varphi) - \int \sqrt{D \cos^4 \varphi + h_2^2 \cos^2 \varphi - h_3^2} \cdot \frac{d(\cos \varphi)}{\cos^2 \varphi}. \quad (24)$$

Из (13) можно найти  $r(t)$ , посредством (20) можно вычислить  $\varphi(t)$ , а из (21) можно найти  $\lambda(t)$ , а из остальных квадратур можно найти  $P_r, P_\varphi, P_\lambda$ , следовательно, поставленная задача о движении ИСЗ в поле тяготения центрального и внешнего тела решена в замкнутой форме в квадратурах.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Итоги науки и техники. Серия: Исследование космического пространства. – М., 1980. – Т.15. – 160 с.
- 2 Шинибаев М.Д. Поступательное движение пассивно гравитирующего тела в центральном и нецентральном поле тяготения. – Алматы, 2001. – 128 с.
- 3 Шарлье К.Л. Небесная механика. – М.: Наука, 1966. – 627 с.

#### REFERENCES

- 1 Itoги nauki i tehnik. Seria: Isledovaniya kosmicheskogo prostranstva. – M., 1980. – T.15. – 160 p. (in Russ.).
- 2 Shinibaev M.D. Postupatelnoe dvigienie passivno gravitirueshego tela v centralnom i necentralnom pole tyagoteniya. – Almaty, 2001. 128 p. (in Russ.).
- 3 Charlie C.L. Nebesnay mehanika. – M.: Nauka, 1966. 627 p. (in Russ.).

М. Д. Шыныбаев<sup>1</sup>, А. А. Бекоев<sup>1</sup>, С. С. Дайырбеков<sup>2</sup>, Ж. С. Кукиев<sup>2</sup>,  
К. С. Серікбаева<sup>3</sup>, М. П. Дүйсембек<sup>3</sup>

(<sup>1</sup>Академик Ө.М.Сұлтанғазин атындағы Ғарыштық зерттеулер институты  
АҚ «ҰҒЗТО», Алматы қ.);

<sup>2</sup>Сыр-Дария университеті, Жетісай қ.;

<sup>3</sup>Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты, Шымкент қ.)

#### СЫНАҚ ДЕНЕСІНІҢ КВАДРАТУРАЛАРМЕН БЕРІЛГЕН ОРТАЛЫҚ ОРБИТАСЫ

#### Резюме

Жердің массасы көлемінде күрделі түрде орналасуына байланысты, және Жер бетіндегі рельефтің ерекшеліктеріне байланысты тартылу күш функциясының қатарларға жіктелуі күрделі проблемаларға алып келеді. Осыған байланысты ЖЖС\*-гінің Жердің күш өрісіндегі қозғалысын зерттеуде потенциалды (күш функциясын) екіге бөледі – нормал және аномал бөлігіне.

\* ЖЖС – Жасанды Жер Серігі

Нормал потенциал Жердің фигурасын сипаттайды, ал аномал потенциал Жердің қалған теңсіздіктерін есепке алады. ЖЖС-гінің нормал күш өрісіндегі қозғалуы ЖЖС-нің бас проблемасы деп аталады. Бас проблема екі түрлі әдіспен шешілуі мүмкін. Ол әдістердің біреуі ауытқулар теориясына тәуелді, ал екіншісі орталық орбиталар әдісі [1].

келеді. Осыған байланысты ЖЖС<sup>2</sup>-гінің Жердің күш өрісіндегі қозғалысын зерттеуде потенциалды (күш функциясын) екіге бөледі – нормал және аномал бөлігіне.

Бұл мақалада ЖЖС-нің бас проблемасын квадратуралар арқылы шешетін орталық орбита соғылады. Орталық орбита ЖЖС-нің орталық және сыртқы күш өрісіндегі қозғалысының математикалық моделін береді. Мәселе сфералық координаттық жүйеде қойылып шешілді. Координаттық жүйе орталық дененің бас инерциялық орталық өстері ретінде алынды.

Орталық орбитаның күш функциясы мына түрде жазылды [2]:

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2} v' r^2 + \frac{1}{2} (v - v') r^2 \cos^2 \varphi, \quad (1)$$

мұнда  $\mu$  – гравитациялық параметр, өрнектегі бірінші мүше Жер потенциалын сипаттайды, ал қалған мүшелер Жердің фигурасын және сыртқы дененің әсерін есепке алады;  $\varphi$  – ЖЖС-нің бойлық бұрышы;  $r$  – ЖЖС-нің радиус-векторының модулі;  $v, v'$  – тұрақты параметрлер.

Орталық орбитаның дифференциалдық теңдеулерінің жалпы шешімі Гамильтон-Якоби әдісімен квадратураларда алынды.

Алынған квадратуралар Жердің фигурасына байланысты 1-ші реттік ғасырлық ауытқуларды есепке алады және бұл квадратураларда нөлге тең көлбеулікте, эксцентриситетте ерекшеліктер болмайды, және мұнда қатерлі көлбеулік проблемасы туындамайды. Шешімдерде ғасырлық және аралас мүшелер жоқ, демек бұл квадратуралар басқарылмайтын ЖЖС-нің қозғалыс теориясын соғуға септігін тигізеді. Бұл жағдай өте маңызды, өйткені бағдарламадан тыс қалған станциялар, ЖЖС-рі осы теория арқылы іске қайтадан қосу жолдарын береді.

**Тірек сөздер:** динамика, орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, орбиталық параметрлер.

*M. D. Shinibayev<sup>1</sup>, A. A. Bekov<sup>1</sup>, S. S. Daiyrbekov<sup>2</sup>, Z. S. Kukiyev<sup>1</sup>,  
K. S. Serikbaeva<sup>3</sup>, M. P. Duysembek<sup>3</sup>*

(The Institute of Space Research named after U.M. Sultangazyn<sup>1</sup>)

JSC «NCKIT», Almaty city.;

Syrdarya University, Zhetysai city;

(South Kazakhstan State Pedagogical University Shymkent city)

## THE INTERMEDIATE ORBIT OF THE TRIAL BODY IN QUADRATURES

### Summary

It is known that the decomposition of a force function of an attraction of Earth has complex problems arising because of a mass distribution features in Earth and complexity of its surface relief. Therefore at the solution of the task on satellite movement in a gravitational field of Earth the potential is divided into two parts – normal and the abnormal ones.

The normal potential contains the main indignations from Earth compression, and the abnormal part considers other inequalities. Satellite moving in the normal gravitational field is the main problem of the theory of satellite movements of the Earth.

This problem is solved either by the method of the intermediate orbits, or the method of perturbation theory [1].

There are constructed the new intermediate orbit in quadratures which solves the main problem of the theory of driving of satellites of Earth in this article. This intermediate orbit represents mathematical model of space orbital movement artificial satellite in a gravitational field of Earth and an external body. The task is solved in spherical system of the coordinates, the axes of which coincide with the main axes of gravity of inertia of the Earth.

The force function of the intermediate orbit appears as[2]:

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2} v' r^2 + \frac{1}{2} (v - v') r^2 \cos^2 \varphi, \quad (1)$$

$\mu$  is a gravitational parameter, the first item characterizes gravitation field of the Earth, the remained items

characterize the gravity field of external body and Earth compression;  $\varphi$  is satellite altitude;  $r$  is radius vector of the satellite module;  $v$  и  $v'$  are permanent parameters.

the common decision of the differential equations of the intermediate orbit is received by Hamilton Jacobi method in quadratures. The found quadratures consider century indignations of first order from compression of the central body, and have no features at zero inclinations and eccentricities, allow to avoid problems of a critical inclination and do not contain the century and mixed terms. The received quadratures allow to construct the theory of uncontrollable movement artificial satellite that is important at reanimation of station and satellites in contingencies.

Поступила 2014 г.

УДК 621.865.8

П. Г.\* МИХАЙЛОВ, К. А.\*\* ОЖИКЕНОВ

\* (доктор технических наук, профессор Пензенского государственного технологического университета, Пенза, Россия)

\*\* (кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Робототехника и технические средства автоматизи» Институт информационных и телекоммуникационных технологий, Казахский национальный технический университет им. К.И. Сатпаева, Алматы)

## МЕХАНИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ ДЕФОРМАЦИИ В МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ СЕНСОРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**Аннотация.** Статья посвящена ключевой проблеме деградации характеристик приборов или к разрушению пластин и отдельных полупроводниковых чувствительных элементов (ПЧЭ) микроэлектронных датчиков (МЭД). Рассмотрены структурные напряжения, термонапряжения, а также практический интерес значения термонапряжений, существующих в структурах «монокремний–поликремний» («МК–ПК»), используемых в настоящее время для изготовления высокотемпературных МЭД.

**Ключевые слова:** полупроводники, микромеханический датчик, кремниевый чувствительный элемент, ионный ток, поликремний.

**Тірек сөздер:** жартылай өткізгіштер, микромеханикалық сезгіш, кремнийлік сезгіш элемент, иондық ток, поликремний.

**Key words:** semiconductors, a micromechanical sensor, the silicon sensor, the ion current, polysilicon.

Как показала практика, около 50% отказов микроэлектронной аппаратуры вызвано механическими воздействиями, возникающими в процессе производства, испытания и эксплуатации [1]. Причиной такого рода отказов являются механические напряжения, возникающие в элементах микроэлектронной аппаратуры, при этом напряжения присутствуют на всех стадиях производства, начиная с операций изготовления кремниевых пластин и заканчивая операциями герметизации. Величина и градиент механических напряжений могут быть такими, что при проведении, например, высокотемпературных физико–термических операций (диффузия, окисление, эпитаксия и т.д.), они могут привести к деградации характеристик приборов или к разрушению пластин и отдельных полупроводниковых чувствительных элементов (ПЧЭ) микроэлектронных датчиков (МЭД).

В информационно–энергетическом плане действие механических напряжений проявляется в возникновении дополнительных нестационарных погрешностей, имеющих аддитивный и

мультипликативный характер, а также в усилении деградационных явлений, приводящих в конечном итоге к отказу датчика в процессе его эксплуатации (рисунок-1).

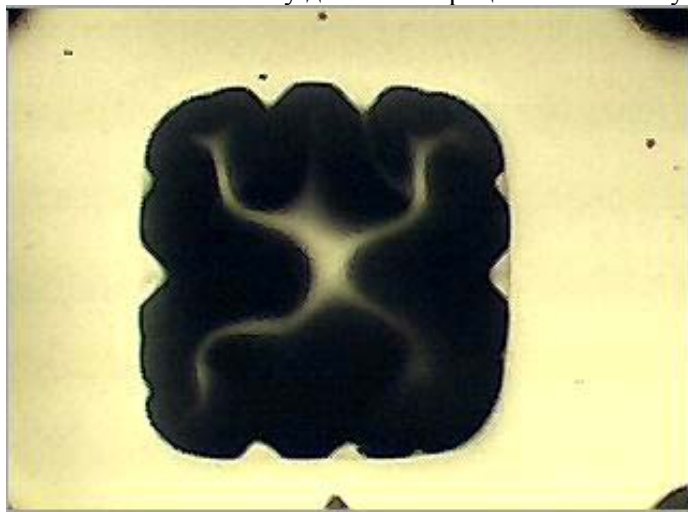


Рисунок 1.– Вид деформированной тонкой мембраны чувствительного элемента датчика давления

Внутренние механические напряжения ( $\sigma_M$ ), возникающие в полупроводниковых структурах обуславливаются структурными –  $|\sigma_c|$  и температурными  $|\sigma_m|$  напряжениями:

$$\sigma_M = \sigma_c + \sigma_T. \quad (1)$$

Структурные напряжения возникают в процессе формирования сенсорных элементов и систем ПЧЭ (диффузионных пьезорезисторов, контактной металлизации, изолирующих пленок) и их величина и знак зависят от материала элемента и пластины, условий формирования, структуры материала (моно– или поликристаллический, аморфный), конструкции ПЧЭ (рисунок-2).

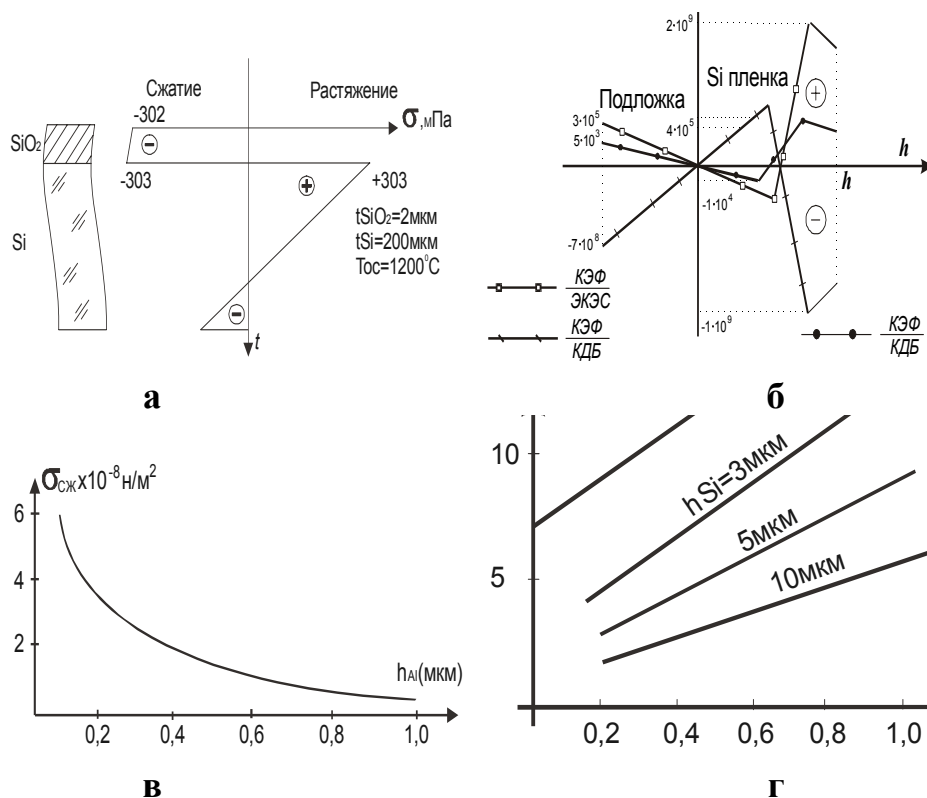


Рисунок 2 – Графические модели внутренних механических напряжений в тонких пленках и полупроводниковых структурах МЭД: а – напряжения в системе SiO<sub>2</sub> – Si;

б – напряжения в различных эпитаксиальных структурах; в – напряжения в алюминиевых пленках, сформированных магнетронным методом; г – напряжения в эпитаксиальных пленках различной толщины

Рассмотрим более подробно составляющие механических напряжений:

а) структурные напряжения  $\sigma_c$ :

– для пленочных структур, применяемых в металлопленочных и кремниевых датчиках, используется формула Стоуни в двух формах:

$$\sigma_c = \frac{E_s}{6(1-\mu_s)} \cdot \frac{l_s^2}{l_f} \cdot \frac{1}{R_c}; \quad (2)$$

$$\sigma_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{E_s}{1-\mu_s} \cdot \frac{t_s^2 \cdot b}{t_f \cdot d^2}, \quad (3)$$

где  $l_s, l_f$  – соответственно толщины подложки и пленки;  $R_c$  – радиус изгиба структуры;  $d$  – диаметр структуры (подложки);

– для локальных диффузионных, в частности, пьезорезистивных областей:

$$\sigma_c = \gamma \frac{C_s}{1-\mu} \left[ \operatorname{erfc} \frac{d-z}{(4Dt)^{1/2}} - \frac{2\sqrt{\pi Dt}}{\pi d} \right], \quad (4)$$

где  $\gamma$  – коэффициент сжатия (растяжения) решетки диффузантом (справочная величина),  $D$  – коэффициент диффузии;  $C_s$  – поверхностная концентрация;  $d$  – толщина пластины;  $t$  – время диффузии;

– для эпитаксиальных структур напряжение в подложке  $\sigma_1|Z|$ :

$$\sigma_1|Z| = -\sigma_{os} \left[ \frac{h_2}{h_1+h_2} + 6 \frac{h_2 Z}{(h_1+h_2)^2} \cdot \left( 1 - \frac{h_2}{h_1+h_2} \right) \right], \quad (5)$$

а напряжение в пленке  $\sigma_2|Z|$ :

$$\sigma_2 = -\sigma_{os} \left[ 1 - \frac{h_2}{h_1-h_2} - 6 \frac{h_2 Z}{(h_1+h_2)^2} \cdot \left( 1 - \frac{h_2}{h_1-h_2} \right) \right], \quad (6)$$

$$\sigma_{os} = \frac{E\beta(c_1-c_2)}{1-\mu}, \quad (7)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – концентрация атомов примеси соответственно в подложке и в эпитаксиальном слое;  $\beta=(\Delta a/a)_c$  – коэффициент деформации решетки примесью;  $a$  – параметр решетки (для монокремния  $a = 0,357$  нм)

Из (5-7) следует, что характер напряжений в структурах зависит от знака множителя  $\beta(c_1-c_2)$ :

– если  $\beta(c_1-c_2) > 0$ , то напряжения будут сжимающими в подложке и растягивающими в пленке;

– если  $\beta(c_1-c_2) < 0$ , то напряжения будут сжимающими в пленке и растягивающими в подложке.

– самым благоприятным условием для ПЧЭ является равенство  $\beta(c_1-c_2)=0$ , что может быть в двух случаях, если

$$\beta=(\Delta a/a)_c=0, \text{ т.е. } \Delta a=0 \text{ или } c_1=c_2 \quad (8)$$

Из (5–7) так же следует условие максимума структурных напряжений (самый неблагоприятный случай):

$$|\sigma_1|Z| = |\sigma_2|Z| = \sigma_{os} \quad \text{при } h_1=h_2 \quad (9)$$

б) термонапряжения  $\sigma_T$ :

В отличие от структурных, термические напряжения напрямую зависят от температуры эксплуатации МЭД, поэтому их влияние может привести к деградации параметров или к разрушению кристаллов ПЧЭ.

Формулы расчета термических напряжений для элементов и структур ПЧЭ, в большинстве своем основываются на расчете изгиба биметаллических пластин [2]:

$$R = \frac{1}{6} h \left[ 3 \left( 1 + h_1/h_2 \right)^2 + \left( 1 + E_1 h_1 / E_2 h_2 \right) \left( h_1^2 / h_2^2 + E_2 h_2 / E_1 h_1 \right) \right] / \left( \alpha_1 - \alpha_2 \right) \left( T - T_0 \right) \left( 1 + h_1 / h_2 \right), \quad (10)$$

где  $h = h_1 + h_2$ ;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – ТКЛР пленки и подложки;  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $E_1$  и  $E_2$  – толщины и модули Юнга соответственно пленки и подложки.

Для наиболее распространенных в ПЧЭ сочетаний структурных элементов «пленка – подложка»:  $SiO_2 - Si$ , имеем:  $E_1 \approx E_2$ , а  $h_1 = h_{SiO_2} \ll h_1 = h_{Si}$ , при этом (10) может быть значительно упрощена:

$$R = \frac{E_2 \cdot h_2^2}{6 (\alpha_1 - \alpha_2) (T - T_0) E_1 h_1}, \quad (11)$$

где  $T_0$  – температура окисления.

Напряжения, возникающие от изгиба структуры в подложке ( $Si$ ) и в пленке ( $SiO_2$ ), могут быть оценены по формулам (2) и (11):

$$\sigma_{Si}^{\max} = \frac{\frac{E_1 h_1^3}{1 - \mu_1} + \frac{E_2 [h_2^3 + 3h_2^2(h_1 + h_2)]}{1 - \mu_2}}{6 R h_2 (h_1 + h_2)}; \quad (12)$$

$$\sigma_{SiO_2}^{\max} = \frac{\frac{E_1 h_2^3}{1 - \mu_2} + \frac{E_1 [h_1^3 + 3h_1^2(h_1 + h_2)]}{1 - \mu_1}}{6 R h_1 (h_1 + h_2)}. \quad (13)$$

Учитывая, что  $h_1 \ll h_2$ , получаем

$$\sigma_{Si}^{\max} = \frac{2 E_2 h_2}{3 R (1 - \mu_2)} = c_2 \cdot \frac{h_2}{R}; \quad (14)$$

$$\sigma_{SiO_2}^{\max} = \frac{E_2 h_2^2}{6 R h_1 (1 - \mu_2)} = c_1 \cdot \frac{h_2^2}{R h_1}. \quad (15)$$

Используя справочные данные приведенные в [3, 4] для кремния и окисла, находим, что  $c_1 = 0,3 \cdot 10^5$  МПа,  $c_2 = 0,91 \cdot 10^5$  МПа.

Подставляя в выражение (11) значения  $\alpha_{SiO_2} = 0,55 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ,  $\alpha_{Si} = 4 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ,  $\Delta T = (1473 - 293) K = 1180 K$ ,  $E_1 = 0,8 \cdot 10^5$  МПа для ( $SiO_2$ ),  $E_2 = 1,3 \cdot 10^5$  МПа для ( $Si$ ),  $\mu_1 = 0,18$ ,  $\mu_2 = 0,25$  и, учитывая, что  $h_1 \ll h_2$  получаем

$$R \approx -1 \cdot 10^2 h_2^2 / h_1 \quad (16)$$

Знак минус в (16) указывает на выпуклость композиционной структуры  $Si-SiO_2$ .

Для  $h_{SiO_2} = 1$  мкм и кремниевой подложки толщиной  $H_{Si} \approx 200$  мкм, что характерно для ПЧЭ МЭД, имеем  $|R| \approx 2$  м.

Подставляя упрощенное выражение (16) в (14) и (15), получаем численные значения термических напряжений:

$$\sigma_{Si} = -\frac{C_2 h_1}{1 \cdot 10^{-2} h_2} \approx 5 \text{ МПа}; \quad (17)$$

$$\sigma_{SiO_2} = -\frac{C_1}{1 \cdot 10^{-2}} \approx -3 \cdot 10^{-2} \text{ МПа.} \quad (18)$$

Исходя из полученных значений МН для структур «МК – окисел», можно утверждать, что:

- термонапряжения в окисной пленке – сжимающие, а в подложке – растягивающие;
- напряжение в  $Si$  растут с ростом толщины  $SiO_2$ ;
- напряжения в  $SiO_2$ , наоборот, уменьшаются с ростом толщины  $SiO_2$ .

Представляют значительный практический интерес значения термонапряжений, существующих в структурах «монокремний–поликремний» («МК–ПК»), используемых в настоящее время для изготовления высокотемпературных МЭД.

Для структур с уменьшенной толщиной, предназначенных для ПЧЭ, имеем:  $T_0 = T_{0 \text{ осаж}} = 600 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_{ПК} = 3,82 \cdot 10^{-6}$ ,  $E_{ПК} \approx E_{МК}$ ,  $\mu_{ПК} \approx \mu_{МК}$ ,  $h_{ПК} \approx 1,0 \text{ мкм}$ ,  $h_{МК} = 200 \text{ мкм}$ ;

$$R \approx h_2^2 / 6(\alpha_{ПК} - \alpha_{МК}) \cdot \Delta T \cdot h_1 \approx 92 \text{ м. ;} \quad (19)$$

$$\sigma_{ПК} = E \frac{h_2^2}{6R h_1 (1 - \mu)} \approx -12 \text{ МПа;} \quad (20)$$

$$\sigma_{МК} \approx 0,7 \cdot \frac{E h_2}{R(1 - \mu)} \approx 2,5 \text{ МПа.} \quad (21)$$

Таким образом, в структурах «МК–ПК», поликремниевая пленка находится в сжатом состоянии, а монокремниевая подложка – в растянутом.

С целью оптимизации электрофизических характеристик ПЧЭ и МЭД, можно управлять величиной и знаком внутренних механических напряжений, как отдельных пленок, так и пленочных композиций путем изменения технологических режимов формирования пленок [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Чернышов А.И. Основы надежности полупроводниковых приборов и интегральных схем. – М.: «Радио и связь», 1988.
- 2 Проектирование датчиков для измерения механических величин под ред. Е.П. Осадчего. М.: Машиностроение, 1979.
- 3 Баранский П.П. и др. Полупроводниковая электроника. Справочник/Киев.: Наукова думка, 1975.
- 4 Ваганов В.И. Интегральные преобразователи. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
- 5 Михайлов П.Г., Сергеев Д.А., Михайлова В.П. Управление структурами микроэлектронных датчиков // Методы, средства и технологии получения и обработки измерительной информации: Труды МНТК «Шляндинские чтения – 2010» – Пенза: ПГУ, 2010.

#### REFERENCES

- 1 Chernyshev A.I. Basics reliability of semiconductor devices and integrated circuits. – М.: "Radio and Communications", 1988.
- 2 Designing sensors for measurement of mechanical quantities ed. Osadchy E.P./M.: Engineering, 1979.
- 3 Baranskii P.P. and other semiconductor electronics. Directory/Kiev. Naukova Dumka, 1975.
- 4 Vaganov V.I. Integrated converters. – Energoatomizdat, 1983.
- 5 Mikhailov P.G., Sergeev D.A., Mikhailov V.P. Management structures of microelectronic sensors//Methods, tools and technologies for production and processing of measurement information: Proceedings of IRTC "Shlyandinskies Readings. – 2010". – Penza: PSU, 2010.

#### Резюме

*P. G. Mikhailov \* , K. A. Ozhikenov \*\**

\* (Doctor of Technical Sciences, professor of Penza State Technological University, Penza, Russian)

\*\* (Candidate of Technical Sciences, Head of the Department Robotics and Engineering Tools of Automation, Institute of Information and Telecommunication Technologies, Kazakh National Technical University after K.I. Satpayev, Almaty)

MECHANICAL AND THERMAL DEFORMATION IN THE STRUCTURE  
OF THE SENSORY MICROMECHANICAL ELEMENTS

Article devoted to the key instrument performance degradation or destruction of individual semiconductor wafers and sensitive elements (RPO) microelectronic sensors (EDR). The structural stress, thermal stresses, as well as practical interest values of thermal stresses, existing structures "monosilicon-polysilicon" ("МК-РС"), currently used for the production of high-dose rate.

**Key words:** semiconductors, a micromechanical sensor, the silicon sensor, the ion current, polysilicon.

Резюме

П. Г. Михайлов \*, Қ. Ә. Әжікенов \*\*

\* (техника ғылымдарының докторы, Пенза мемлекеттік технологиялық университетінің профессоры, Пенза, Ресей)

\*\* (техника ғылымдарының кандидаты, Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Ақпараттық және телекоммуникациялық технологиялары институты, «Роботты техника және автоматиканың техникалық құралдары» кафедрасының меңгерушісі, Алматы)

СЕНСОРЛЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕРДІҢ МИКРОМЕХАНИКАЛЫҚ  
ҚҰРЫЛЫМДАРЫНДАҒЫ МЕХАНИКАЛЫҚ  
ЖӘНЕ ЖЫЛУЛЫҚ ДЕФОРМАЦИЯЛАРЫ

Мақала аспап сипаттамалары төмендеуінің немесе микроэлектронды датчиктердің (МЭД) пласти-налары мен жекелей жартылай өткізгіштік сезімтал элементтерінің (ЖСЭ) бүлінуінің мәселелеріне арналған. Құрылымдық кернеуліктер мен термокернеуліктер, сонымен қатар «монокремний–поликремний» («МК–ПК») құрылымдырында қазіргі заманғы қолданылатын жоғары температуралық ЖСЭ-лерді термокернеулік мәндерінің қолданушылық мәселелері қарастырылған.

**Тірек сөздер:** жартылай өткізгіштер, микромеханикалық сезгіш, кремнийлік сезгіш элемент, иондық ток, поликремний.

Поступила 2014 г.

УДК

Р. М. ИБАДОВ

(Самаркандский Государственный университет, Самарканд, Узбекистан)

ВРАЩАТЕЛЬНО-ИНВАРИАНТНАЯ КАЛИБРОВОЧНАЯ МОДЕЛЬ  
С КОМПАКТНЫМ ИМПУЛЬСНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ

**Абстракт.** В теории с дискретным радиусом, но непрерывными угловыми координатами, основанной на замене плоского импульсного пространства в евклидовой формулировке теории на сферическое с конечным радиусом  $M$ , согласуется с принципом калибровочной инвариантности и не приводит к нарушению вращательной симметрии.

При этом правило калибровочного преобразования существенно модифицируется, превращаясь в комбинацию стандартных преобразований Янга-Миллса и преобразований характерных для теории поля на кубической решетке с шагом  $\frac{1}{M}$ .

Намеченный подход может быть принят теперь как основа дальнейшего развития радиальной решеточной теории с обобщением на случай Янга-Миллса и спинорных материальных полей.

**Ключевые слова:** калибровочные теории, свободная скалярная полевая модель, калибровочные преобразования и векторные поля, калибровочно – инвариантная скалярная электродинамика.

**Тірек сөздер:** калибрленген теория, еркін скалярлы өрістік модель, калибрленген түрлендіру және векторлық өріс, калибрлі-инвариантты скалярлы электродинамика.

**Keywords:** gauge theories, free scalar field model, gauge transformations and vector fields, gauge – invariant scalar electrodynamics.

Один из наиболее мощных методов непертурбативных расчётов в калибровочных теориях основан на замене координатного континуума на кубическую решетку с шагом  $l$ . Импульсное пространство теории становится компактным, калибровочные преобразования векторного поля



существенно модифицируются, хотя калибровочная группа остается той же самой. Однако в этом подходе вращательная симметрия оказывается нарушенной. Вращательная симметрия может быть сохранена в схеме с дискретным радиусом, но непрерывными угловыми координатами, т.е. в теории, основанной на радиальной решетке. Ключевая идея состоит в том, что мы заменяем импульсное евклидовое пространство на сферическое пространство  $\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2 + \rho_4^2 + \rho_5^2 = M^2$ , здесь  $-i\rho_\nu \mu n_\nu \mu) \uparrow (-3/2 + rM)$ . – шаг радиальной решетки. Оператор Лапласа-Бальтрам на этой поверхности (оператор Казимира группы  $O(5)$ ) записываем в виде:  $i \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \sqrt{g} g_{\mu\nu} i \frac{\partial}{\partial p_\nu} = \frac{1}{2} (M_{\kappa\lambda})^2$ . Он обладает дискретным спектром  $n(n+3), n=0,1,\dots$ . Поскольку оператор Лапласа  $\left[ i \frac{\partial}{\partial p_\mu} \right]^2$  в плоском импульсном пространстве имеет спектр собственных значений  $r^2 = (x^\mu)^2$ , то мы связываем собственные значения оператора Казимира с квадратом радиуса вектора  $r^2 = (\frac{3}{2} + n) \frac{1}{M^2}$ . В результате возникает теория с дискретным радиусом, которая может быть согласована с принципом калибровочной инвариантности. Закон калибровочной инвариантности векторного поля модифицируется и представляет собой комбинацию стандартных преобразований Янга-Миллса с калибровочными преобразованиями, характерными для кубической решетки с шагом.

В новой схеме можно перейти от импульсного представления к конфигурационному представлению посредством интегрального преобразования

$$\phi(r, n) = (2\pi)^{-2} \int [ \langle p | r, n \rangle \phi(p) ] d\Omega(p) \text{ с ядром } \langle p | r, n \rangle = (\theta(r) + \theta(-r)) \in (\rho_\nu 5) (1/M(\rho_\nu 5 - i\rho_\nu \mu n_\nu \mu) \uparrow (-3/2 + rM)).$$

Здесь  $d\Omega(p) = \left(\frac{p_5}{M}\right)^{-1} d^4 p$  – инвариантная мера на сфере (1),  $p_5 = \pm(M^2 - p_\mu^2)^{\frac{1}{2}}$ ,  $r$  – принимает дискретные собственные значения из (3), а  $n_\mu$  есть единичный 4-мерный вектор, компоненты которого могут быть параметризованным сферическими углами

Ядро  $\langle p | r, n \rangle$  представляет собой собственное значение Лапласа-Бельтрами (2)

$$i \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \sqrt{g} g_{\mu\nu} i \frac{\partial}{\partial p_\nu} \langle p | r, n \rangle = \left(-\left(\frac{3}{2M}\right)^2 + r^2\right) \langle p | r, n \rangle \quad (5)$$

Подчиняющееся одновременно некоторому дифференциально-разностному уравнению в КП:

$$-r_{,n} \langle p | r, n \rangle = - \left[ \left(2M \sinh\left(\frac{2}{M} \frac{\partial}{\partial p}\right)\right)^2 + \frac{3M}{r} \sinh\left(\frac{1}{M} \frac{\partial}{\partial p}\right) + \frac{\Delta(n)}{\left(r - \frac{1}{2M}\right)} e^{\frac{1}{M} \frac{\partial}{\partial r}} \right] x \quad (6)$$

$$x \langle p | r, n \rangle = 2M^2 \left(1 - p_5 \frac{1}{M}\right) \langle p | r, n \rangle$$

$(\Delta(n))$  – оператор Лапласа на единичной сфере  $n_\mu n_\mu = 1$ .

Обратное по отношению к (4) преобразование будет иметь вид интеграла

$$\phi(p) = \int_{r>0(r>0)} \langle p | -r, n \rangle \phi(r, n) d\Omega(|r|, n)$$

с мерой

$$\int d\Omega(r, n) = \int d\Omega(n) \sum_r \frac{1}{M} r \left(r^2 - \left(\frac{1}{2M}\right)^2\right)$$

Когда  $1/M \rightarrow 0$  и  $p_3 > 0$  («плоской предел») функционал  $\langle p | r, n \rangle$  переходит в обычную плоскую волну  $\exp(ip_\mu n_\mu)$  и формулы (5) и (6) принимают обычную форму

$$\left(i \frac{\partial}{\partial p_\mu}\right)^2 e^{ip_\mu n_\mu} = r^2 e^{ip_\mu n_\mu},$$

$$-\left[ \left( \frac{\partial}{\partial p} \right)^2 + \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Delta(n)}{r^2} \right] e^{ip_\mu n_\mu} = p^2 e^{ip_\mu n_\mu},$$

В новом конфигурационном представлении разложение (4) функции на сфере (1) находится в однозначном соответствии с Фурье анализом плоского пространства. Параметр  $r$  и угловые координаты  $\theta_i$ , единичного вектора играют роль сферических координат евклидова пространства. Поучительно, что если бы мы решили формулировать стандартную евклидову теорию в 4-мерных плоских сферических координатах  $r, \theta_i$ , а не в декартовых координатах  $x_\mu$ , то тогда мы должны были бы ввести сферические компоненты вектор-потенциала  $A_r, A_\theta$ , и соответствующие компоненты тензора.

В применении к функциям, которые определены в конфигурационном представлении, дифференциально разностный оператор (6) может рассматриваться как аналог евклидового Лапласиана, записанный в терминах  $r$  и  $\theta$  координат. Эта точка зрения подтверждается и предельными свойствами (при  $M \rightarrow \infty$ ), и тем фактом, что обратный оператор  $\frac{1}{M^2} (2(1 - \frac{p_5}{M}))^{-1}$  имеет простой полюс на массовой поверхности  $p_\mu^2 = 0$ .

Оператор (6) будет важен при построении интеграла действия. В случае ненулевой массы  $m$  аналогом оператора Клейна-Гордона  $p^2 + m^2$  оказывается выражение  $2M^2 (\cosh m - \frac{p_5}{M})$ , где  $\sinh \mu - \frac{m}{M}$ . Обратная величина имеет полюс на массовой поверхности  $p^2 + m^2 = 0$ .

Далее мы вводим поля и предполагаем, что принимает положительные дискретные значения в соответствии с (3).

$$\phi(r, n) \equiv \phi(-r, -n)^*$$

#### СВОБОДНАЯ СКАЛЯРНАЯ ПОЛЕВАЯ МОДЕЛЬ

Мы начинаем с простейшего свободного неэрмитового скалярного мультиплетта на сферическом импульсном пространстве, чей производящий функционал имеет вид:

$$Z[j] = \frac{\int D\bar{\phi} D\phi e^{-S[\phi, j]}}{\int D\bar{\phi} D\phi e^{-S[\phi]}}$$

Действие  $S[\Phi]$  обладает вращательной симметрией и инвариантно относительно глобального унитарного преобразования  $\Phi$  и  $\bar{\Phi}$ :

$$\begin{aligned} S[\Phi] &= \int d\Omega(p) \phi(p)^* 2M^2 (\cosh \mu - p_5 \frac{1}{M}) \phi(p) = \\ &= 1/2 \int d\Omega(r, n) \bar{\phi} \left[ -r, n + (2M \sinh(\frac{\mu}{2}))^2 \right] \phi + \text{эрмит. сопр.} \end{aligned} \quad (7)$$

Мы положим  $g\theta_i = r^2 \sum_\mu \left[ \frac{\partial \theta_i}{\partial x^\mu} \right]^2$  и введем источники  $j$  и  $\bar{j}$

$$S[\phi, j] = S[\phi] + \int d\Omega(r, n) (\bar{j} \phi + \bar{\phi} j) \quad (8)$$

Чтобы рассмотреть плоский предел рассматриваемой модели, мы разделяем поля на компоненты, отвечающие «северному» ( $p_5 > 0$ ) и «южному» ( $p_5 < 0$ ) полюсам сферы (1)

$$\phi(p) = \theta(p_5) \phi_1(p) + \theta(-p_5) \phi_2(p)$$

и делаем тоже самое для источников. Таким образом, когда  $M \rightarrow \infty, S[\Phi]$  преобразуется в интеграл

$$S[\Phi] = \int d^4x (|\partial_\mu \phi_1|^2 + m^2 |\phi_1|^2 + 2M |\phi_2|^2)$$

где

$$\phi_{1,2}(x) = (2\pi)^{-2} \int d^4p e^{\pm ip_\mu x_\mu} \phi_{1,2}(p)$$

Поэтому функция  $Z[j]$  не зависит от источников, заданных на «южной» половине сферы (1), и становится производящим функционалом свободного евклидового скалярного поля.

#### КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ

Калибровочные преобразование полей материи, локальных в КП, можно определить стандартным образом:

$$\phi'(r, n) = U(r, n) \phi(r, n)$$

где  $U(r, n) = \exp(ig\omega_k(r, n)T^k)$  есть элемент полупростой компактной группы Ли,  $g$  калибровочная константа связи. Мы накладываем лишь дополнительное условие

$$U(-r, -n) = U(r, n)$$

для получения правильного предела при  $M \rightarrow \infty$ .

Соответствующий закон преобразования для калибровочных компонент  $A_r$  и  $A_{\theta_i}$  имеет вид

$$e^{igA(r, n)'} = U(r, n) e^{igA(r, n)} U(r+1, n)^{-1} \quad (11)$$

$$A_{\theta_i}(r, n)' = U(r, n) \left( A_{\theta_i}(r, n) + \frac{i}{g} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) U(r, n)^{-1} \quad (12)$$

Формула (10) означает, что

$$A_{\mu}(r, n) = -A_r(-r-1, -n),$$

$$A_{\theta_i}(r, n) = \frac{\partial \theta_i(-n)}{\partial \theta_i(n)} A_{\theta}(-r, -n)$$

В этих уравнениях  $A_r$  и  $A_{\theta_i}$  есть элементы алгебры Ли в соответствующем представлении. Первое преобразование (11) напоминает преобразование калибровочного векторного поля на кубической решетке с шагом  $\frac{1}{M}$ . Когда  $\frac{1}{M} \rightarrow 0$ , оно принимает вид (12).

В абелевом случае можно также ввести следующие компоненты векторного поля

$$A_\mu(r, n) = n_\mu \frac{r-3/2}{2r} \left( e \frac{\partial}{\partial r} + 1 \right) A_r(r, -n) +$$

$$+ \left( \frac{\partial \theta_k}{\partial x_\mu}(r-1/2, n) - \frac{n_\mu}{r(2r-1)s_3^2 s_2} \frac{\partial}{\partial \theta_k} g \theta_k s_3^2 s_2 \right) A_{\theta_k}(r+1, n)$$

В итоге в ИП возникает обычное правило калибровочного преобразования для  $A_\mu(p)$ ;

$$A_\mu(p)' = A_\mu(p) + ip_\mu \omega(p),$$

Преобразования (9), (11), (12) есть исходный пункт для построения калибровочно – инвариантной теории со сферическим импульсным пространством. Для этой цели необходимо перейти в новом кинетическом члене, являющимся дифференциально – разностным оператором (6), к ковариантным производным:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \rightarrow D_{\theta_i} \equiv \frac{\partial}{\partial \theta_i} + igA_{\theta_i}(r, n)$$

$$e^{\frac{\partial}{\partial r}} - 1 \rightarrow \Delta \equiv e^{igA_r(r, n)} e^{\frac{\partial}{\partial r}} - 1$$

Для простоты рассмотрим в дальнейшем только скалярную электродинамику.

### КАЛИБРОВОЧНО – ИНВАРИАНТНАЯ СКАЛЯРНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

В качестве функционала действия поля заряженной скалярной частицы, взаимодействующей с внешним калибровочным векторным полем, возьмем интеграл

$$S[\phi, A] = \frac{1}{2} \int d\Omega(r, n) \left[ -\frac{r + \frac{3}{2}}{r} \Delta \cdot \bar{\phi} \Delta \phi + \frac{g_{\theta_i}}{r \left( r - \frac{1}{2} \right)} D_{\theta_i}^* \phi(r, n) e^{igA_{\mu}(r, n)} \times \right. \\ \left. \times D_{\theta_i} \phi(r + 1, n) + \left( 2 \sinh \left( \frac{\mu}{2} \right) \right)^2 \bar{\phi} \phi + \frac{\lambda}{4!} (\bar{\phi} \phi)^2 + \text{эрмит. сопр.} \right] \quad (13)$$

Этот функционал вращательно и калибровочно инвариантен. В отсутствии векторного поля и самодействия он совпадает с  $S[\phi]$ .

С другой стороны, аналог максвелловского действия имеет вид:

$$S[A] = \int d\Omega(r, n) \left( r \left( r + \frac{1}{2} \right) \right)^{-1} \left[ (2r - 1) \times g_{\theta_i} F_{\theta_i, r}(r, n)^2 + \frac{g_{\theta_i} g_{\theta_k}}{(1 - 1/2)} F_{\theta_i, \theta_k}(r + 1, n)^2 \right] \quad (14)$$

Здесь мы использовали калибровочно инвариантные величины

$$F_{\theta_i, r}(r, n) = A_r(r, n) - (A_{\theta_i}(r + 1, n) - A_{\theta_i}(r, n))$$

$$F_{\theta_i, \theta_k} = \frac{\partial}{\partial \theta_i} A_{\theta_k}(r, n) - \frac{\partial}{\partial \theta_k} A_{\theta_i}(r, n)$$

которые при  $\frac{1}{M} \rightarrow 0$  переходят в сферические компоненты тензора поля в  $M$ -мерном евклидовом пространстве.

Интеграл  $S[A]$  обладает вращательной и калибровочной симметрией и является неотрицательными. Если мы введем декартовы компоненты действительного калибровочно инвариантного векторного поля  $\hat{A}_{\mu}$ , построенного, как и  $A_{\mu}$ , из первоначальных компоненты  $A_r$  и  $A_{\hat{\alpha}}$ , тогда уравнение (14) принимает в ИП вид аналогичный (7):

$$S[A] = \frac{1}{2} \int d\Omega_p \hat{A}_{\mu}(p)^* 2(1 - p_5) \hat{A}_{\mu}(p)$$

$$\hat{A}_{\mu}(p)^* = \hat{A}_{\mu}(-p)$$

Используя точное выражение для  $\hat{A}_{\mu}$  можно показать, что этот вектор есть аналог поперечной компоненты вектор – потенциала и подчиняется некоторому дифференциально – разностному условию в конфигурационном представлении.

Производящий функционал этой модели может быть теперь определен следующим образом:

$$Z[j, j_n] = \frac{\int D\bar{\phi} D\phi DA_r DA_\theta e^{-S_t[\phi, A, j, j_n]}}{\int D\bar{\phi} D\phi DA_r DA_\theta e^{-S_t[\phi, A]}} \quad (15)$$

с полным действием

$$S_t[\phi, A] = S[A] + S[\phi, A],$$

где скалярные и векторные полевые источники введены так же, как и в (8).

Следует отметить, что мы не фиксировали калибровку в (15).

Специальным калибровочным преобразованием можно добиться, чтобы  $A_r$  в  $S_t$  принимало определенное значение, и затем провести интегрирование по мере  $DA_r$ . Это мера, так же как в подходе Вильсона к калибровочным теориям на решетке, является мерой на компактной  $U(1)$  группе.

Мы можем провести тот же анализ, что и в модели свободного скалярного поля, и показать, что в плоском пределе  $Z$  не зависит от источников полевых переменных, определенных на «южной» половине сфере (1), и соответствует производящему функционалу евклидовой скалярной электродинамики в калибровке с фиксированной радиальной компонентой.

Намеченный подход может быть принят теперь как основа дальнейшего развития радиальной решеточной теории с обобщением на случай Янга-Миллса и спинорных материальных полей.

В заключение, что в теории с дискретным радиусом, но непрерывными угловыми координатами, основанной на замене плоского импульсного пространства в евклидовой формулировке теории на сферическое с конечным радиусом  $M$ , согласуется с принципом калибровочной инвариантности и не приводит к нарушению вращательной симметрии.

При этом правило калибровочного преобразования существенно модифицируется, превращаясь в комбинацию стандартных преобразований Янга-Миллса и преобразований характерных для теории поля на кубической решетке с шагом  $\frac{1}{M}$ .

УДК 517.948.34

*М. Қ. ДАУЫЛБАЕВ, М. Ж. ӘДІЛБЕКОВА*

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы)

## СИНГУЛЯРЛЫ АУЫТҚЫҒАН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ҮШІН ИНТЕГРАЛДЫ ШЕТТІК ЕСЕП ШЕШІМІНІҢ АСИМПТОТИКАЛЫҚ БАҒАЛАУЫ

**Аннотация.** Екі үлкен туындысының алдында кіші параметрі бар үшінші ретті сызықты жай дифференциалдық теңдеулер үшін интегралды шеттік есепқосымша сипаттаушы теңдеулердің түбірлерінің теріс болғанда [1], қосымша сипаттаушы теңдеулердің түбірлерінің таңбалары қарама-қарсы болғанда [2] жұмыстарында қарастырылады. Осы есеп шешімінің аналитикалық формуласын алып, бағалаймыз.

**Тірек сөздер:** кіші параметр, асимптотика, бастапқы секіріс.

**Ключевые слова:** малый параметр, асимптотика, начальный скачок.

**Keywords:** small parameter, asymptotics, initial jump.

Екі үлкен туындыларының алдында кіші параметрі бар үшінші ретті сызықты келесі

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon^2 y''' + \varepsilon A(t)y'' + B(t)y' + C(t)y = F(t) \quad (1)$$

дифференциалдық теңдеуді  $[0,1]$  кесіндісінде төмендегі интегралды шекаралық шарттармен қарастырайық:

$$\begin{aligned} h_1 y(t, \varepsilon) &\equiv y(0, \varepsilon) = \alpha, \\ h_2 y(t, \varepsilon) &\equiv y'(0, \varepsilon) = \beta, \\ h_3 y(t, \varepsilon) &\equiv y(1, \varepsilon) - \int_0^1 [a_0(x)y(x, \varepsilon) + a_1(x)y'(x, \varepsilon)] dx = \gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

мұндағы  $\varepsilon > 0$  – кіші параметр,  $\alpha, \beta, \gamma, a_i(x), i=0,1$  –  $\varepsilon$  – нан тәуелсіз белгілі тұрақтылар.

Бұл (1),(2) шекаралық есеп үшін төмендегі шарттар орындалсын:

I.  $A(t), B(t), C(t), F(t) \in C^2[0,1]$

II.  $B(t) \neq 0, t \in [0,1]$ .

III.  $\mu_1(t) \neq \mu_2(t), \mu_i(t) < -\delta < 0$ , мұндағы  $\mu_i(t), i=1,2$  келесі қосымша «сипаттаушы» теңдеудің нақты теріс түбірлері:

$$\mu^2(t) + A(t)\mu(t) + B(t) = 0 \quad (3)$$

$$IV. \bar{\Delta} = a_1(0) - e^{-\int_0^1 \frac{C(s)}{B(s)} ds} + \int_0^1 (a_0(x) - \frac{a_1(x)C(x)}{B(x)}) e^{-\int_0^x \frac{C(s)}{B(s)} ds} dx \neq 0.$$

**Лемма 1.** Егер I–III шарттар орындалса, онда (1.2.4) біртекті теңдеудің  $y_i(t, \varepsilon), i=1,2,3$  іргелі шешімдер жүйесі  $\varepsilon \rightarrow 0$  туындыларымен келесі асимптотикалық түрде жазылады:

$$\begin{aligned} y_i^{(j)}(t, \varepsilon) &= \frac{1}{\varepsilon^j} e^{\int_0^t \mu_i(x) dx} (\mu_i^j(t)y_{i0}(t) + \varepsilon(j\mu_i^{j-1}(t)y_{i0}'(t) + \\ &+ \frac{j(j-1)}{2} \mu_i^{j-2}(t)\mu_i'(t)y_{i0}(t) + \mu_i^j(t)y_{i1}(t)) + O(\varepsilon^2)), j = \overline{0,2}, i = \overline{1,2}, \\ y_3^{(i)}(t, \varepsilon) &= y_{30}^{(i)}(t) + \varepsilon y_{31}^{(i)}(t) + O(\varepsilon^2), i = \overline{0,2}, \end{aligned} \quad (4)$$

Мұндағы  $y_{i0}(t), y_{i1}(t), i = \overline{1,3}$ , коэффициенттері сәйкесінше келесі есептердің шешімдері:

$$\begin{aligned} (3\mu_i^2(t) + 2A(t)\mu_i(t) + B(t))y_{i0}'(t) + (3\mu_i(t)\mu_i'(t) + A(t)\mu_i'(t) + C(t))y_{i0}(t) &= 0, y_{i0}(0) = 1, \\ (3\mu_i^2(t) + 2A(t)\mu_i(t) + B(t))y_{i1}'(t) + (3\mu_i(t)\mu_i'(t) + A(t)\mu_i'(t) + C(t))y_{i1}(t) &= \\ = -(3\mu_i(t) + A(t))y_{i0}''(t) - 3\mu_i'(t)y_{i0}'(t) - \mu_i''(t)y_{i0}(t), y_{i1}(0) = 0, i = 1,2, \\ B(t)y_{30}'(t) + C(t)y_{30}(t) &= 0, y_{30}(0) = 1, \\ B(t)y_{31}'(t) + C(t)y_{31}(t) &= -A(t)y_{30}''(t), y_{31}(0) = 0. \\ K(t, s, \varepsilon), 0 \leq s \leq t \leq 1 \end{aligned}$$

функциясы келесі есептің шешімі болсын:

$$L_\varepsilon K(t, s, \varepsilon) = 0, K(s, s, \varepsilon) = 0, K'(s, s, \varepsilon) = 0, K''(s, s, \varepsilon) = 1.$$

**Теорема 1.** Егер I–III шарттар орындалса, онда Коши функциясы  $K(t, s, \varepsilon), 0 \leq s \leq t \leq 1$  облысында бар, жалғыз және төмендегі формуламен анықталады:

$$K(t, s, \varepsilon) = \frac{1}{W(s, \varepsilon)} W_3(t, s, \varepsilon), \quad (5)$$

мұндағы  $W(s, \varepsilon) \neq 0 - y_1(s, \varepsilon), y_2(s, \varepsilon), y_3(s, \varepsilon)$  іргелі шешімдер жүйесінің вронскианы, ал  $W_3(t, s, \varepsilon)$  вронскиан  $W(s, \varepsilon)$  үшінші жатық жолын  $y_1(t, \varepsilon), y_2(t, \varepsilon), y_3(t, \varepsilon)$  іргелі шешімдер жүйесімен алмастырғанда алынатын анықтауыш.

$\Phi_i(t, \varepsilon), i = \overline{1,3}$  функциялары келесі есептің шешімі болсын:

$$L_\varepsilon \Phi_i(t, \varepsilon) = 0, h_k \Phi_i(t, \varepsilon) = \delta_{ki}, k = \overline{1,3}, i = \overline{1,3}.$$

$\Phi_i(t, \varepsilon), i = \overline{1,3}$  функциялары шекаралық функциялар деп аталады.

$\Delta(\varepsilon)$  анықтаушы (4) көмегімен  $\varepsilon \rightarrow 0$  келесі асимптотикалық түрде өрнектеледі:

$$\Delta(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} [(\mu_1(0) - \mu_2(0))\bar{\Delta} + O(\varepsilon)] \neq 0.$$

**Теорема 2.** Егер I-IV шарттары орындалса, онда  $\Phi_i(t, \varepsilon), i = \overline{1,3}$  шекаралық функциялары  $0 \leq t \leq 1$  кесіндісінде бар, жалғыз және төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$\Phi_i(t, \varepsilon) = \frac{\Delta_i(t, \varepsilon)}{\Delta(\varepsilon)}, i = \overline{1,3} \quad (7)$$

мұндағы  $\Delta_i(t, \varepsilon)$  анықтаушы  $\Delta(\varepsilon) \neq 0$  анықтаушынан оның I-ші жатық жолын  $y_i(t, \varepsilon), i = \overline{1,3}$  іргелі шешімдер жүйесімен алмастырғаннан алынған анықтауыштар.

**Теорема 3.** Егер I-IV шарттар орындалса, онда (1), (2) есептің  $[0,1]$  кесіндісінде шешімі бар, жалғыз және келесі формуламен өрнектеледі:

$$y(t, \varepsilon) = \alpha \Phi_1(t, \varepsilon) + \beta \Phi_2(t, \varepsilon) + [\gamma - \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^1 H(s, \varepsilon) F(s) ds] \Phi_3(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K(t, s, \varepsilon) F(s) ds. \quad (9)$$

$$\text{Мұндағы } H(s, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^2} K(1, s, \varepsilon) - \frac{1}{\varepsilon^2} \int_s^1 (a_0(x)K(x, s, \varepsilon) + a_1(x)K'(x, s, \varepsilon)) dx$$

$H(s, \varepsilon)$  функциясының (6) көмегімен асимптотикалық сипаты келесі түрде болады:

$$\begin{aligned} H(s, \varepsilon) = & \frac{a_1(s) - y_{30}(1) + \int_0^1 (a_0(x)y_{30}(x) + a_1(x)y_{30}'(x)) dx}{y_{30}(s)\mu_1(s)\mu_2(s)} + \\ & + \frac{y_{20}(1) - a_1(1)}{y_{20}(s)\mu_2(s)(\mu_2(s) - \mu_1(s))} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_2(x) dx} - \\ & - \frac{y_{10}(1) - a_1(1)}{y_{10}(s)\mu_1(s)(\mu_2(s) - \mu_1(s))} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_1(x) dx} + O(\varepsilon). \end{aligned} \quad (10)$$

**Теорема 4.** Егер I-IV шарттары орындалса, онда қарастырып отырған (1), (2) шекаралық есептің шешімінің  $[0,1]$  кесіндісінде асимптотикалық бағалаулары төмендегі формулалармен өрнектеледі:

$$|y^{(j)}(t, \varepsilon)| \leq C |\alpha \cdot a_1(0) - \gamma| + \varepsilon^2 |\beta| + \max |F(t)| + \frac{1}{\varepsilon^2} (|\alpha| + \varepsilon |\beta| + |\gamma| + \max |F(t)|) e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}}, j = \overline{0,2}, \quad (11)$$

Бұл теоремадан  $y^{(j)}(0, \varepsilon) = O(1), j = 0,1, \quad y''(0, \varepsilon) = O(\frac{1}{\varepsilon^2})$  екендігі шығады.

#### ӘДЕБИЕТ

1 Касымов К.К., Шарипова Ж.У. Асимптотические оценки решения краевой задачи для сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений третьего порядка // Вестник КазГУ. серия мат. 1994. Вып.1. С.146.

2 Нургабыл Д.Н., Уаисов А.Б. О граничных скачках линейных дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных // Вестник ЖГУ им.И.Жансугурова.2012. № 4. С.17-21.

#### REFERENCES

1 Kasymov K.A., Sharipova Zh.U. Asimptoticheskiye otsenki resheniya kraevoy zadachi dlya singulyarno vozmushchennykh lineynykh differentsialnykh uravneniy tretyego poryadka // Vestnik KazGU,seriya mat. 1994. Vyr.1. P.146.

2 Nurgabyl D.N., Uaisov A.B. O granichnykh skachkakh lineynykh differentsialnykh uravneniy s malym parametroм pri starshikh proizvodnykh // Vestnik ZhGU im.I.Zhansugurova.2012. № 4. P.17-21.

### Резюме

*М. Қ. Дауылбаев, М. Ж. Адильбекова*

(Казахский национальный университет им.аль-Фараби, Алматы)

#### АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РЕШЕНИЙ ИНТЕГРАЛЬНО КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается интегральная краевая задача для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка с малым параметром при двух старших производных. Построены фундаментальная система решений, функция Коши и граничные функции сингулярно возмущенного однородного дифференциального уравнения, а также их асимптотические представления по малому параметру. Находим аналитическую формулу решения для этой задачи и оцениваем ее.

**Ключевые слова:** малый параметр, асимптотика, начальный скачок.

### Summary

*M. K. Dauylbayeb, D. N. Nurgabyl, M. Zh. Adil'bekova*

#### ASIMPTOTIC ESTIMATE OF SOLUTIONS OF INTEGRAL BOUNDARY VALUE FOR SINGULARLY PERTURBED DIFFERENTIAL EQUATIONS

An integral boundary value problem for linear ordinary differential equations of the third order with a small parameter in the two highest derivatives is considered when roots of additional characteristic equation are negative. A fundamental system of solutions, Cauchy function and boundary functions for a singularly perturbed homogeneous differential equation and their asymptotic representations with respect to small parameter are constructed. An explicit formula of the solution of the considered integral boundary value problem is obtained using Cauchy function and boundary functions. Asymptotic estimates of the solution and its derivatives of considered integral boundary value problem are obtained. An asymptotic behavior of the solution and order of growth of its derivatives with respect to small parameter are determined. It is shown that the solution of the integral boundary value problem at the left end of given segment has the phenomenon of an initial jump of zero order and second power. The modified unperturbed integral boundary value problem with initial jumps of solution and integral terms of the boundary conditions is constructed. Found the value of the initial jump of the integral terms. Theorem about asymptotic estimation of the difference between the solutions of the singularly perturbed and the corresponding modified unperturbed problem is proved. The asymptotic convergence of the solution of the singularly perturbed integral boundary value problem to solving of a modified unperturbed problem are proved.

**Keywords:** small parameter, asymptotics, initial jump.

*Поступила 2014 г.*

УДК 917.928

*Д. Н. НУРГАБЫЛ<sup>1</sup>, А. Б. УАЙСОВ<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова, Талдыкорган,

<sup>2</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г.Алматы )

#### АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ПО МАЛОМУ ПАРАМЕТРУ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ ПРИ ПРОИЗВОДНЫХ

**Аннотация.** В настоящей работе описан алгоритм построения асимптотического разложения решения краевой задачи для дифференциальных уравнений высшего порядка с малым параметром при производных.



Найдено аналитическое представление решения вырожденной краевой задачи. Построено равномерное асимптотическое приближение решения сингулярно возмущенной краевой задачи с точностью до произвольного порядка при стремлении малого параметра к нулю. Установлен рост производных решения возмущенной краевой задачи при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Описан явление начального скачка.

**Ключевые слова:** асимптотика, краевая задача, дополнительное характеристическое уравнение, возмущенные и невозмущенные задачи, явление начального скачка.

**Тірек сөздер:** асимптотика, шекаралық есеп, қосымша характеристикалық теңдеу, туындалған және ауытқыған есептер, бастапқы секіріс құбылысы.

**Key words:** asymptotic, boundary value problem, additional characteristic equation, perturbed and no perturbed problems, initial jump phenomenon.

**1. Постановка задачи.** Для широкого класса сингулярно возмущенных начальных краевых задач для дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений выбор надлежащего метода для построения решений или их асимптотических приближений без предварительного исследования оказывается весьма затруднительным. Анализ показывает, что к таким задачам, можно отнести и краевые задачи, для которых характерно наличие явления начального скачка. Наибольшие общие результаты в этом направлении получены в [1-5].

Однако в указанных работах рассматривается случай, когда малый параметр содержится только при старшей производной. Естественно возникает вопрос о рассмотрении краевых задач для дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных, обладающих явлением начального скачка.

В [6] выделен класс краевых задач для дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных. При этом были установлены оценки, выражающие связь между решением  $\bar{y}(t)$  вырожденной краевой задачи и решением  $y(t, \varepsilon)$  исходной сингулярно возмущенной задачи. Из этих оценок видно, что  $\bar{y}^{(q)}(t) (q = \overline{0, n_1 - 1})$  можно использовать в качестве асимптотического приближения к  $y^{(q)}(t, \varepsilon) (q = \overline{0, n_1 - 1})$ , имеющего равномерную точность на всем отрезке  $[0, 1]$ , производные  $y^{(n_1+j)}(t, \varepsilon), j = \overline{0, m - 1}$  в точке  $t = 0$  отличаются от  $\bar{y}^{(n_1+j)}(t), j = \overline{0, m - 1}$  на конечные величины  $\Delta^j$ , а производные  $y^{(q)}(t, \varepsilon) (q = m + n_1, m + n_1 + 1, \dots)$  в точке  $t = 0$  имеют полюс по параметру  $\varepsilon$ . Следовательно,  $\bar{y}^{(q)}(t) (q = m + n_1, m + n_1 + 1, \dots)$  в некоторой окрестности точки  $t = 0$  не может служить равномерным асимптотическим приближением для  $y^{(q)}(t, \varepsilon) (q = m + n_1, m + n_1 + 1, \dots)$ .

Следовательно, естественно поставить вопрос о построении равномерного асимптотического приближения решения краевой задачи для дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных, обладающих явлением начального скачка с точностью до произвольного порядка.

Итак, рассмотрим линейное дифференциальное уравнение высшего порядка с малым параметром при производных

$$L_\varepsilon y_\varepsilon \equiv \sum_{r=1}^m \varepsilon^r A_{n+r}(t) \frac{d^{n+r} y}{dt^{n+r}} + \sum_{k=0}^n A_k(t) \frac{d^k y}{dt^k} = h(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\left. \frac{d^i y}{dt^i} \right|_{t=0} = \alpha_i, \quad i = \overline{0, l-1}, \quad \left. \frac{d^i y}{dt^i} \right|_{t=1} = \beta_i, \quad i = \overline{0, p-1}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon > 0$  – малый параметр,  $\alpha_i, \beta_i$  – постоянные,  $A_{n+m}(t) = 1, m + n = l + p$ .

Потребуем выполнения следующих условий.

1<sup>0</sup>. Функции  $A_i(t) \in C^{n+N+1-n_1}([0,1])$ ,  $i = \overline{0, n+m}$ ;  $h(t) \in C([0,1])$ .

2<sup>0</sup>. Функция  $A_n(t)$  удовлетворяет неравенству  $A_n(t) \neq 0$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .

3<sup>0</sup>. Дополнительное характеристическое уравнение

$$\mu^m + A_{n+m-1}(t)\mu^{m-1} + \dots + A_{n+1}(t)\mu + A_n(t) = 0$$

имеет  $m$  различных корней  $\mu_1, \dots, \mu_m$  с отрицательными вещественными частями, причем  $m < l$ . Пусть  $l - m = n_1$ .

4<sup>0</sup>. Справедливо

$$\bar{J}_0 = \det \|\sigma_{ij}\| \neq 0, \quad (3)$$

где элементы  $\sigma_{ij} = u_{j0}^{(i-1)}(0)$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $i = \overline{1, l}$ ,  $\sigma_{l+i, j} = u_{j0}^{(i-1)}(1)$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $i = \overline{1, p}$  составлены на основе фундаментальной системы решений  $u_{10}(t), u_{20}(t), \dots, u_{n0}(t)$  уравнения

$$L_0 \bar{y} = 0. \quad (4)$$

Пусть  $\bar{W}(t)$  – вронскиан фундаментальной системы решений уравнения (3), тогда  $\bar{W}(t) \neq 0$ ,  $t \in [0,1]$ .

**2. Построение асимптотического разложения.** Из выше сказанного заключаем, что асимптотическое разложение решения краевой задачи (1), (2) следует искать в виде:

$$y(t, \varepsilon) = y_\varepsilon(t) + \varepsilon^n u_\varepsilon(\tau), \quad \tau = t/\varepsilon, \quad (5)$$

где

$$y_\varepsilon(t) = y_0(t) + \varepsilon y_1(t) + \dots, \quad (6)$$

$$u_\varepsilon(\tau) = u_0(\tau) + \varepsilon u_1(\tau) + \dots \quad (7)$$

Подставляя (5) в (1) и приравнявая выражения, зависящие от  $t$  и  $\tau$  по отдельности, получим уравнения относительно  $y_\varepsilon(t)$  и  $u_\varepsilon(\tau)$ :

$$\begin{aligned} A_n(t)y_\varepsilon^{(n)}(t) + A_{n-1}(t)y_\varepsilon^{(n-1)}(t) + A_{n-2}(t)y_\varepsilon^{(n-2)}(t) + \dots + A_1(t)y_\varepsilon'(t) + A_0(t)y_\varepsilon(t) = h(t) - \\ - \varepsilon A_{n+1}(t)y_\varepsilon^{(n+1)}(t) - \varepsilon^2 A_{n+2}(t)y_\varepsilon^{(n+2)}(t) - \dots - \varepsilon^m A_{n+m}(t)y_\varepsilon^{(n+m)}(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где верхний значок  $(i)$  выражения  $y_\varepsilon^{(i)}$  означает  $i$ -ую производную по  $t$  от  $y_\varepsilon(t)$ ;

$$\begin{aligned} A_{n+m}(\varepsilon\tau)u_\varepsilon^{(n+m)}(\tau) + A_{n+m-1}(\varepsilon\tau)u_\varepsilon^{(n+m-1)}(\tau) + \dots + A_{n+1}(\varepsilon\tau)u_\varepsilon^{(n+1)}(\tau) + A_n(\varepsilon\tau)u_\varepsilon^{(n)}(\tau) + \\ + \varepsilon A_{n-1}(\varepsilon\tau)u_\varepsilon^{(n-1)}(\tau) + \varepsilon^2 A_{n-2}(\varepsilon\tau)u_\varepsilon^{(n-2)}(\tau) + \dots + \varepsilon^n A_0(\varepsilon\tau)u_\varepsilon(\tau) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где верхний значок  $(i)$  выражения  $u_\varepsilon^{(i)}$  означает  $i$ -ую производную по  $\tau$  от  $u_\varepsilon(\tau)$ .

Подставим теперь разложения (6) в (8) и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon$ . В результате получаем

$$L_0 y_0(t) \equiv A_n(t) y_0^{(n)} + A_{n-1}(t) y_0^{(n-2)} + \dots + A_0(t) y_0 = h(t), \quad (10)$$

$$L_0 y_k(t) \equiv A_n(t) y_k^{(n)} + A_{n-1}(t) y_k^{(n-2)} + \dots + A_0(t) y_k = F_k(t), \quad (11)$$

где

$$F_k(t) = -\sum_{i=1}^k A_{n+i}(t) y_{k-i}^{(n+i)}(t), \quad k = \overline{1, m}, \quad (12)$$

$$F_k(t) = -\sum_{i=1}^m A_{n+i}(t) y_{k-i}^{(n+i)}(t), \quad k = m+1, m+2, \dots$$

Подставляя (7) в (9), представляя  $A_i(\varepsilon\tau)$  в ряды по степеням  $\varepsilon$  и собирая члены с одинаковыми степенями  $\varepsilon$ , получим

$$L_{n+m} u_0 \equiv A_{n+m}(0) u_0^{(n+m)}(\tau) + \dots + A_{n-1}(0) u_0^{(n+1)}(\tau) + A_n(0) u_0^{(n)}(\tau) = 0, \quad (13)$$

$$L_{n+m} u_k \equiv A_{n+m}(0) u_k^{(n+m)}(\tau) + \dots + A_{n-1}(0) u_k^{(n+1)}(\tau) + A_n(0) u_k^{(n)}(\tau) = H_k(\tau), \quad (14)$$

где

$$H_k(\tau) = -\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{k-1} \frac{A_{n+m-i}^{(k-j)}(0) \tau^{k-j}}{(k-j)!} u_{k-j}^{(n+m-j)}(\tau) - \sum_{r=1}^k \sum_{j=0}^{k-r} \frac{A_{n-r}^{(j)}(0) \tau^j}{j!} u_{k-r-j}^{(n-r)}(\tau), \quad k = \overline{1, n-1}, \quad (15)$$

$$H_k(\tau) = -\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{k-1} \frac{A_{n+m-i}^{(k-j)}(0) \tau^{k-j}}{(k-j)!} u_{k-j}^{(n+m-j)}(\tau) - \sum_{r=1}^n \sum_{j=0}^{k-r} \frac{A_{n-r}^{(j)}(0) \tau^j}{j!} u_{k-r-j}^{(n-r)}(\tau), \quad k = n, n+1, \dots$$

Чтобы из полученных уравнений определить члены разложений (6), (7), нужно задать условия. Для этого подставим (5), (6), (7) в исходные краевые условия (2):

$$\sum_{i=0}^{\infty} y_i^{(k)}(0) + \frac{\varepsilon^{n_1}}{\varepsilon^k} \sum_{i=0}^{\infty} u_i^{(k)}(0) = \alpha_k, \quad k = \overline{0, n_1 + m - 1}. \quad (16)$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon$  в обеих частях равенства (16). Тогда получим:

$$y_0^{(j)}(0) = \alpha_j, \quad j = \overline{0, n_1 - 1}, \quad y_0^{(j)}(1) = \beta_j, \quad j = \overline{0, p - 1}; \quad (17)$$

$$u_0^{(m_1)}(0) = \alpha_{n_1} - y_0^{(m_1)}(0), \quad u_0^{(m_1+j)}(0) = 0, \quad j = \overline{1, m - 1}; \quad (18)$$

$$y_1^{(j)}(0) = 0, \quad j = \overline{0, n_1 - 2}, \quad y_1^{(m_1-1)}(0) = -u_0^{(m_1-1)}(0), \quad y_1^{(j)}(1) = 0, \quad j = \overline{0, p - 1}; \quad (19)$$

$$u_1^{(n_1)}(0) = -y_1^{(n_1)}(0), \quad u_1^{(n_1+1)}(0) = \alpha_{n_1+1} - y_0^{(n_1+1)}(0), \quad u_1^{(n_1+j)}(0) = 0, \quad j = \overline{2, m-1}; \quad (20)$$

при  $k = \overline{1, n_1 - 1}$ :

$$y_k^{(j)}(0) = 0, \quad j = \overline{0, n_1 - k - 1}; \quad y_k^{(n_1-k+j)}(0) = -u_j^{(n_1-k+j)}(0), \quad j = \overline{0, k-1},$$

$$y_k^{(j)}(1) = 0, \quad j = \overline{0, p-1} \quad (21)$$

при  $k = n_1, n_1 + 1, \dots$ :

$$y_k^{(j)}(0) = -u_{k-n_1+j}^{(j)}(0), \quad j = \overline{0, n_1 - 1}, \quad y_k^{(j)}(1) = 0, \quad j = \overline{0, p-1}; \quad (22)$$

при  $k = n_1, n_1 + 1, \dots$ :

$$y_k^{(j)}(0) = -u_{k-n_1+j}^{(j)}(0), \quad j = \overline{0, n_1 - 1}, \quad y_k^{(j)}(1) = 0, \quad j = \overline{0, p-1}; \quad (22)$$

при  $k = \overline{1, m-2}$ :

$$u_k^{(n_1+j)}(0) = -y_{k-j}^{(n_1+j)}(0), \quad j = \overline{0, k-1}, \quad u_k^{(n_1+k)}(0) = \alpha_{n_1+k} - y_{k-j}^{(n_1+k)}(0), \quad j = k,$$

$$u_k^{(n_1+j)}(0) = 0, \quad j = \overline{k+1, m-1}, \quad (23)$$

при  $k = m-1, m, m+1, \dots$ :

$$u_k^{(n_1+j)}(0) = -y_{k-j}^{(n_1+j)}(0), \quad j = \overline{0, m-1}. \quad (24)$$

Рассмотрим задачу (10), (17). Решение  $y_0(t)$  задачи (10), (17) согласно результатом работы [6] существует на отрезке  $[0, 1]$ , единственно и выражается формулой:

$$y_0(t) = \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_{i-1} \overline{\Phi}_i(t) + \sum_{i=1}^p \beta_{i-1} \overline{\Phi}_{n_1+i}(t) - \sum_{i=1}^p \overline{\Phi}_{n_1+i}(t) \int_0^1 \frac{\overline{K}_t^{(i-1)}(1, s)}{A_n(s)} h(s) ds +$$

$$+ \int_0^t \frac{\overline{K}(t, s)}{A_n(s)} h(s) ds, \quad (25)$$

где  $\overline{K}(t, s) = \frac{\overline{W}(t, s)}{\overline{W}(s)}$  – функция Коши,  $\overline{\Phi}_k(t) = \frac{\overline{J}_k(t)}{\overline{J}_0}$ ,  $k = 1, \dots, n$  – граничные функции [6] краевой задачи (10), (17),  $\overline{W}(t, s)$  получается из  $\overline{W}(s)$  заменой  $n$ -ой строки строкой  $u_{10}(t), u_{20}(t), \dots, u_{n0}(t)$ ,  $\overline{J}_k(t)$ -определитель  $n$ -го порядка, полученный из  $\overline{J}_0$  заменой  $k$ -ой строки строкой  $u_{10}(t), u_{20}(t), \dots, u_{n0}(t)$ .

Рассмотрим уравнение (13). Составим характеристическое уравнение

$$\mu^n (A_{n+m}(0)\mu^m + A_{n+m-1}(0)\mu^{m-1} + \dots + A_{n+1}(0)\mu + A_n(0)) = 0. \quad (26)$$

Тогда, опираясь на  $3^0$  получим, что общее решение уравнения (13) представимо в виде

$$u_0(\tau) = c_1 + c_2\tau + \dots + c_n\tau^{n-1} + c_{n+1}e^{\mu_1\tau} + \dots + c_{n+m}e^{\mu_m\tau}, \quad \tau \geq 0.$$

Так как функция  $u_0(\tau)$  должна стремиться к нулю при  $\tau \rightarrow +\infty$ , то постоянные  $c_k, k = \overline{1, n}$  нужно положить равными нулю т.е.  $c_k \equiv 0, k = \overline{1, n}$ . Тогда имеем

$$u_0(\tau) = c_{n+1}e^{\mu_1\tau} + \dots + c_{n+m}e^{\mu_m\tau}, \quad \tau \geq 0. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (18), получим

$$\begin{aligned} \mu_1^{n_1} c_{n+1} + \dots + \mu_m^{n_1} c_{n+m} &= \alpha_{n_1} - y_0^{(n_1)}(0), \\ \mu_1^{n_1+1} c_{n+1} + \dots + \mu_m^{n_1+1} c_{n+m} &= 0, \\ \mu_1^{n_1+m-1} c_{n+1} + \dots + \mu_m^{n_1+m-1} c_{n+m} &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Систем (28) является линейной алгебраической системой из  $m$  уравнений относительно неизвестных  $c_{n+k}, k = \overline{1, m}$ , причем главный определитель этой системы отличен от нуля:

$$D = \mu_1^{n_1} \cdot \dots \cdot \mu_m^{n_1} \omega(\mu) \neq 0, \quad (29)$$

где  $\omega(\mu)$  – определитель Вандермонда элементов  $\mu_1, \dots, \mu_m$ . Следовательно, система (28) имеет единственное решение. Подставляя это решение в (27), получаем

$$u_0(\tau) = (\alpha_{n_1} - y_0^{(n_1)}(0)) \frac{D_1(\tau)}{D}, \quad (30)$$

где  $D_1(\tau)$  – определитель  $m$ -го порядка, полученный из определителя  $D$  заменой первой строки на строку  $e^{\mu_1\tau}, \dots, e^{\mu_m\tau}$ . Очевидно, что  $D_1^{(n_1)}(0) = D, D_1^{(n_1+j)}(0) = 0, j = 1, \dots, m-1$ . Таким образом, нулевое приближение полностью определено.

Из (30) следует, что существуют, очевидно, такие постоянные  $K > 0$  и  $\nu > 0$ , что

$$|u_0^{(j)}(\tau)| \leq K \cdot e^{-\nu\tau}, \quad j = \overline{0, n+m-1}, \tau \geq 0 \quad (31)$$

Теперь рассмотрим задачу (19), (11) при  $k=1$ . Решение  $y_1(t)$  задачи (19), (11) согласно результатом работы [6] существует на отрезке  $[0, 1]$ , единственно и выражается формулой:

$$y_1(t) = -u_0^{(n_1-1)}(0)\overline{\Phi}_{n_1}(t) - \sum_{i=1}^p \overline{\Phi}_{n_1+i}(t) \int_0^1 \frac{\overline{K}_t^{(i-1)}(1, s)}{A_n(s)} F_1(s) ds + \int_0^t \frac{\overline{K}(t, s)}{A_n(s)} F_1(s) ds. \quad (32)$$

Рассмотрим уравнение (14). Учитывая (30), запишем функцию  $H_1(\tau)$  из (15) в виде

$$H_1(\tau) = a_1(\tau)e^{\mu_1\tau} + \dots + a_m(\tau)e^{\mu_m\tau}, \quad \tau \geq 0, \quad (33)$$

где  $a_k(\tau)$  – многочлены первой степени относительно переменной  $\tau$ . Тогда, в силу того, что характеристическое уравнение соответствующего однородного уравнения

$$L_{n+m}u_1 \equiv 0 \quad (34)$$

совпадает с (26), получаем, что общее решение уравнения (14) представимо в виде

$$u_1(\tau) = c_1 + c_2\tau + \dots + c_n\tau^{n-1} + c_{n+1}e^{\mu_1\tau} + \dots + c_{n+m}e^{\mu_m\tau} + B_1(\tau). \quad (35)$$

Здесь  $B_1(\tau)$  частное решение неоднородного уравнения (14), которое представимо в виде

$$B_1(\tau) = \tau \tilde{a}_1(\tau)e^{\mu_1\tau} + \dots + \tau \tilde{a}_m(\tau)e^{\mu_m\tau},$$

где  $\tilde{a}_k(\tau)$  – многочлены первой степени относительно переменной  $\tau$ . Так как функция  $u_1(\tau)$  должна стремиться к нулю при  $\tau \rightarrow +\infty$ , то постоянные  $c_k, k = \overline{1, n}$  нужно положить равными нулю т.е.  $c_k \equiv 0, k = \overline{1, n}$ . Тогда имеем

$$u_1(\tau) = c_{n+1}e^{\mu_1\tau} + \dots + c_{n+m}e^{\mu_m\tau} + B_1(\tau). \quad (36)$$

Подставляя (36) в (20), получим

$$\mu_1^{n_1} c_{n+1} + \dots + \mu_m^{n_1} c_{n+m} = -y_1^{(n_1)}(0) - B_1^{(n_1)}(0),$$

$$\mu_1^{n_1+1} c_{n+1} + \dots + \mu_m^{n_1+1} c_{n+m} = \alpha_{n_1+1} - y_0^{(n_1+1)}(0) - B_1^{(n_1+1)}(0), \quad (37)$$

$$\mu_1^{n_1+m-1} c_{n+1} + \dots + \mu_m^{n_1+m-1} c_{n+m} = -B_1^{(n_1+m-1)}(0).$$

В силу (29) система (37) имеет единственное решение. Подставляя это решение в (36), получаем

$$u_1(\tau) = -y_1^{(n_1)}(0) \frac{D_1(\tau)}{D} + (\alpha_{n_1+1} - y_0^{(n_1+1)}(0)) \frac{D_2(\tau)}{D} - \sum_{j=0}^{m-1} B_1^{(n_1+j)}(0) \frac{D_{1+j}(\tau)}{D} + B_1(\tau), \quad (38)$$

где  $D_k(\tau)$  - определитель  $m$ -го порядка, полученный из определителя  $D$  заменой  $k$ -ой строки на строку  $e^{\mu_1\tau}, \dots, e^{\mu_m\tau}$ . Очевидно, что

$$D_i^{(n_1+j)}(0) = D, i = j+1, j = \overline{0, m-1}, i = \overline{1, m},$$

$$D_i^{(n_1+j)}(0) = 0, j = \overline{0, m-1}, i = \overline{1, m}.$$

Из (38) следует, что существуют, очевидно, такие постоянные  $K > 0$  и  $\nu > 0$ , что

$$\left| u_1^{(j)}(\tau) \right| \leq K \cdot e^{-\nu\tau}, j = \overline{0, n+m-1}, \tau \geq 0 \quad (39)$$

Таким образом, первое приближение полностью определено.

Совершенно аналогично определяются  $y_k(t), u_k(\tau)$  из уравнений (11), (14) с помощью условий (21), (22), (23), (24):

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^{n_1} y_k^{(j-1)}(0) \overline{\Phi}_i(t) - \sum_{i=1}^p \overline{\Phi}_{n_1+i}(t) \int_0^1 \frac{\overline{K}_t^{(i-1)}(1, s)}{A_n(s)} F_k(s) ds + \int_0^t \frac{\overline{K}(t, s)}{A_n(s)} F_k(s) ds, \quad (40)$$

где начальные значения  $y_k^{(j-1)}(0)$  определяются из (21) и (22);

$$u_k(\tau) = u_k^{(n_1)}(0) \frac{D_1(\tau)}{D} + u_k^{(n_1+1)}(0) \frac{D_2(\tau)}{D} + \dots + u_k^{(n_1+m-1)}(0) \frac{D_m(\tau)}{D} - \sum_{j=0}^{m-1} B_k^{(n_1+j)}(0) \frac{D_{1+j}(\tau)}{D} + B_k(\tau), \quad (41)$$

где  $u_k^{(n_1+j)}(0)$ ,  $j = \overline{0, m-1}$  однозначно определяются из (23), (24). Из (41) следует, что существуют, очевидно, такие постоянные  $K > 0$  и  $\nu > 0$ , что

$$|u_k^{(j)}(\tau)| \leq K \cdot e^{-\nu\tau}, \quad j = \overline{0, n+m-1}, \tau \geq 0. \quad (42)$$

Итак, описанный алгоритм позволяет определить члены рядов (6) и (7) до любого номера  $k$  включительно, причем все  $u_k(\tau)$  имеют экспоненциальную оценку.

**3. Обоснование асимптотики.** Определим члены разложений (5), (6), (7) до номера  $n - m_1 + N$  включительно и образуем частичную сумму  $Y_N(t, \varepsilon)$  разложения (5)-(7) в виде:

$$Y_N(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^N \varepsilon^k y_k(t) + \varepsilon^{n_1} \sum_{k=0}^{n-n_1+N} \varepsilon^k u_k(t/\varepsilon). \quad (43)$$

*Лемма 1.* Пусть выполняются условия 1)-4). Тогда функция  $Y_N(t, \varepsilon)$ , выражаемая формулой (43), является приближенным решением сингулярной возмущенной задачи (1), (2) с точностью порядка  $O(\varepsilon^{N+1})$ :

$$L_\varepsilon Y_N(t, \varepsilon) - h(t) = O(\varepsilon^{N+1}), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (44)$$

$$Y_N^{(j)}(0, \varepsilon) - \alpha_j = O(\varepsilon^{N+n_1-j}), \quad j = \overline{0, n_1-1}, \quad (45)$$

$$Y_N^{(j)}(1, \varepsilon) - \beta_j = O(\varepsilon^{N+n_1-j} e^{-\frac{\nu}{\varepsilon}}), \quad j = \overline{0, n_2-1}$$

*Доказательство* леммы непосредственно следует из самого построения функций  $y_k(t)$ ,  $u_k(\tau)$ .

Пусть  $R(t, \varepsilon) = y - Y_N(t, \varepsilon)$ , где  $y(t, \varepsilon)$  решение задачи (1), (2). Подставляя  $y = R(t, \varepsilon) + Y_N(t, \varepsilon)$  в (1), (2), в силу (44), (45), получим для  $R(t, \varepsilon)$  задачу:

$$L_\varepsilon R(t, \varepsilon) = F(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (46)$$

$$R^{(j)}(0, \varepsilon) = O(\varepsilon^{N+n_1-j}), \quad j = \overline{0, n_1-1}, \quad (47)$$

$$R^{(j)}(1, \varepsilon) = O(\varepsilon^{N+n_1-j} e^{-\frac{\nu}{\varepsilon}}), \quad j = \overline{0, n_2-1}$$

где

$$F(t) = h(t) - L_\varepsilon Y_N(t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{N+1}), \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Применяя теперь к задаче (46), (47) теорему 3 из [6], заключаем, что существует единственное решение задачи (1), (2) на  $0 \leq t \leq 1$ , и приходим к оценке

$$\left| R^{(q)}(t, \varepsilon) \right| \leq K \cdot \varepsilon^{N+1}, \quad q = \overline{0, n+m-1}, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Тем самым доказана следующая теорема.

*Теорема 2.6.* Пусть выполнены 1)-4). Тогда при достаточно малых  $\varepsilon > 0$  на сегменте  $0 \leq t \leq 1$  решение задачи (1), (2) существует, единственно и удовлетворяет оценке

$$\left| y^{(q)}(t, \varepsilon) - Y_N^{(q)}(t, \varepsilon) \right| \leq K \cdot \varepsilon^{N+1}, \quad q = \overline{0, n+m-1}, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

где  $K$  - независящая от  $t$  и  $\varepsilon$  постоянная.

В частности из (43), в силу экспоненциальных оценок (31), (39), (42), следует, что производные  $y^{(n_1+m+j)}(t, \varepsilon)$ ,  $j = 0, 1, \dots, p-1$  в точке  $t = 0$  имеют полюсы по  $\varepsilon$ :

$$y^{(n_1+m)}(0, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon^m}\right), \dots, y^{(p+l-1)}(0, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon^{m+p-1}}\right),$$

а  $y(t, \varepsilon)$  в точке  $t = 0$  обладает явлением начального скачка  $n_1$ -го порядка, кратностью  $m$ , причем величина скачка определяется по формуле

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y^{(n_1+j)}(0, \varepsilon) - y_0^{(n_1+j)}(0) = \alpha_{n_1+j} - y_0^{(n_1+j)}(0) = \Delta_j,$$

что является одним из особенностей изучаемой задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Kasymov K.A., Nurgabyly D.N. Asymptotic Behavior of Solutions of Linear Singularly Perturbed General Separated Boundary-Value Problems with Initial Jump // Ukrainian Mathematical Journal. V. 55. No. 11, (2003). P. 1777-1792.
- 2 Kasymov K.A., Nurgabyly D.N. Asymptotic estimates of the solution of a singularly perturbed boundary value problem with initial jump for linear differential equations, Differential equations, V. 40. No. 4 (2004). P.597-607.
- 3 Нургабыл Д.Н. Построение решения сингулярно возмущенной краевой задачи имеющего начальный скачок // Вестник Кыргызского государственного Национального университета. – 2001.– Т.3. – № 6. – С.173-177.
- 4 Дауылбаев М.К. Асимптотические оценки решений интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром. // Математический журнал. Институт математики МОН РК. № 4(30). Т.8. 2008 г.
- 5 Касымов К.А., Дауылбаев М.К., Атахан Н. Асимптотическая сходимость решения краевых задач для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений. // Вестник КазНУ им. аль-Фараби, серия математика, механика, информатика. № 3 (74). 2012. С. 28-34.
- 6 Kasymov K.A., Nurgabyly D.N., Uaisov A.B. Asymptotic estimates for the solutions of boundary-value problems with initial jump for linear differential equations with small parameter in the coefficients of derivatives // Ukrainian Mathematical Journal. V. 65, No. 5 (2013). P. 694-708.

#### REFERENCES

- 1 Kasymov K.A., Nurgabyly D.N. Asymptotic Behavior of Solutions of Linear Singularly Perturbed General Separated Boundary-Value Problems with Initial Jump // Ukrainian Mathematical Journal. V. 55, No. 11, (2003). P. 1777-1792
- 2 Kasymov K.A., Nurgabyly D.N. Asymptotic estimates of the solution of a singularly perturbed boundary value problem with initial jump for linear differential equations, Differential equations, V. 40 No. 4 (2004). P 597-607.
- 3 Nurgabyly D. N. Construction of solution of the singularly perturbed boundary problem with initial jump // Vestnik of Kirghiz State National University. – 2001. – V.3. № 6. – С.173-177.
- 4 Dauylbaev M.K. Asymptotic estimates of solutions of the integro-differential equations with small parameter // Mathematical Journal. V.8. No 4. (2008).



5 Kasymov K.A., Dauylbaev M.K., Atahan N. Asymptotic convergence of the solution of a singularly perturbed boundary value problem integro-differential equations // Vestnik KazNU. Ser. math., mech. Almaty, No 3( 2012). – P. 28-34.

6 Kasymov K.A., Nurgabyl D.N., Uaisov A.B. Asymptotic estimates for the solutions of boundary-value problems with initial jump for linear differential equations with small parameter in the coefficients of derivatives // Ukrainian Mathematical Journal. V. 65. No. 5 (2013). – P.694-708.

### Резюме

*Д. Н. Нұрғабұл<sup>1</sup>, А. Б. Уайсов<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup>І.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ.;  
<sup>2</sup>әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

### ТУЫНДЫСЫНЫҢ ЖАНЫНДА КІШКЕНЕ ПАРАМЕТРІ БАР ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕП ШЕШІМІНІҢ КІШКЕНЕ ПАРАМЕТР БОЙЫНША АСИМПТОТИКАЛЫҚ ЖІКТЕЛІСІ

Бұл жұмыста туындыларының жанында кішкене параметрі бар жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеулер үшін шекаралық есеп шешімінің асимптотикалық жіктелісін құрудың алгоритмі берілген. Туындалған шекаралық есеп шешімінің аналитикалық формуласы табылған. Кішкене параметр нөлге ұмтылғанда шекаралық есеп шешімінің бірқалыпты асимптотикалық жуықтауы кез келген дәлдікке дейін құрылған. Ауытқыған шекаралық есеп шешімінің туындысының  $\varepsilon \rightarrow 0$  өсуі анықталған. Бастапқы секіріс құбылысы сипатталған.

**Тірек сөздер:** асимптотика, шекаралық есеп, қосымша характеристикалық теңдеу, туындалған және ауытқыған есептер, бастапқы секіріс құбылысы.

### Summary

*D. N. Nurgabyl<sup>1</sup>, A. B. Uaisov<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup>Zhetysu State University Named after I. Zhansugurov. Taldykorgan;  
<sup>2</sup>al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

### ASYMPTOTIC EXPANSION IN THE SMALL PARAMETER SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH A SMALL PARAMETER WHEN DERIVATIVES

In this paper we describe an algorithm for constructing an asymptotic expansion of the solution of the boundary value problems for higher order differential equations with a small parameter of the derivatives. Found analytic representation of the solution a degenerate boundary value problem. Built uniform asymptotic approximation of the solution of singularly perturbed boundary value problem up to an arbitrary order in the small parameter tends to zero. Set growth of the derivatives solutions perturbed boundary value problem with  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Described the of initial jump phenomenon.

**Key words:** asymptotic, boundary value problem, additional characteristic equation, perturbed and no perturbed problems, initial jump phenomenon

УДК 519.7

*С. Н. АМИРГАЛИЕВА, Ж. Е. АМИРГАЛИЕВА*

(Университет имени Сулеймана Демиреля,  
Институт информационных и вычислительных технологий)

### ДИНАМИКА ИГРОВЫХ ЗАДАЧ И ОПЕРАТОРНЫЕ КОНСТРУКЦИИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ

Структура дифференциальных игр описывается с помощью однопараметрических полугрупп операторов, на основе которых можно строить  $\mathcal{E}$ -стратегии и операторы описывают множества начальных позиций, благоприятных для того или иного игрока, в игровых моделях с терминальным множеством. В игровых моделях с терминальным функционалом операторы описывают цену игры.

**Ключевые слова:** модели дифференциальных игр, операторные конструкции, задача сближения-уклонения, фазовые ограничения, терминальные функционалы, стратегия игры, цена игры.

**Тірек сөздер:** дифференциальдық ойын модельдері, операторлық конструкция, жақындасу-алшақтау есебі, фазалық шектемелер, терминальдық функционалдар, ойыншының стратегиясы, ойын бағасы.

**1. Игры, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями.** Рассмотрим динамическую систему, задаваемую дифференциальным уравнением

$$\dot{z} = f(z, u, v), \quad (1)$$

где  $z \in E^n$ ,  $u \in U$ ,  $v \in V$ ,  $U$  и  $V$  – компакты в евклидовых пространствах.

Параметрами  $U$  и  $V$  распоряжаются соответственно игроки  $P$  (догоняющий) и  $E$  (убегающий). Под допустимыми управлениями игроков  $P$  и  $E$  будут пониматься функции  $u(t)$  и  $v(t)$  со значениями в  $U$  и  $V$ , соответственно. Множество всех допустимых управлений игроков  $P$  и  $E$ , определенных на отрезке  $[a, b]$  (полуинтервале  $[a, b)$ ), будем соответственно обозначать через  $U[a, b]$  и  $V[a, b]$  ( $U[a, b)$  и  $V[a, b)$ ).

Считаем, что в дальнейшем функция  $f$  и множества  $U$  и  $V$  удовлетворяет следующим предположениям.

**Предположение 1.** Функция  $f(z, u, v)$  – непрерывна по совокупности переменных и локально Липшицева по  $z$  (т.е. удовлетворяет условию Липшица по  $z$  на каждом компакте  $K \subset E^n$  с константой  $L_K$ , зависящей от  $K$ ).

**Предположение 2.** Существует константа  $C \geq 0$  такая, что для всех  $z \in E^n$ ,  $u \in U$ ,  $v \in V$

$$\langle z, f(z, u, v) \rangle \leq C(1 + \|z\|^2).$$

**Предположение 3.** Множество  $f(z, U, v)$  – выпукло для всех  $z \in E^n$ ,  $v \in V$ .

Предположения 1 и 2 гарантируют существование, единственность и продолжимость решения  $z(t)$  уравнения (1) на всю полуось  $[0, +\infty)$  при произвольном начальном условии  $z(0) = z_0$  и при подстановке в (1) вместо параметров  $u$  и  $v$  любых допустимых уравнений  $u(t)$  и  $v(t)$  игроков  $P$  и  $E$ , соответственно.

Будем обозначать решение  $z(t)$  уравнения (1), соответствующее  $u(t)$ ,  $v(t)$  и начальному условию  $z(0) = z_0$  через  $z(t | u(\cdot), v(\cdot), z_0)$ .

Рассмотрим произвольный интервал  $[0, \theta]$ ,  $\theta < +\infty$ . Предположение 3 гарантирует в топологии равномерной сходимости на отрезке  $[0, \theta]$  компактность множества решений, соответствующих различным допустимым управлениям  $u(\cdot)$  игрока  $P$  и начальной позиции  $z_0$ . Сказанное остается в силе, если начальная позиция  $z_0$  не фиксирована и пробегает некоторое компактное множество  $K \subset E^n$ .

Из описанного свойства следует, что, если  $u_k(\cdot) \in U[0, \theta]$ ,  $x_k \in K$ ,  $k = 1, 2, \dots$  – некоторые последовательности, и  $z_k(t) = z(t | u_k(\cdot), v(\cdot), x_k)$  – последовательность соответствующих решений уравнения (1), то существует подпоследовательность  $\{z_{k_m}(\cdot)\}$  последовательности  $\{z_k(\cdot)\}$ , которая равномерно на  $[0, \theta]$  сходится к функции  $z_0(\cdot)$ . Причем существуют такие  $u(\cdot) \in U[0, \theta]$ ,  $x \in K$ , что

$$z_0(t) = z(t | u(\cdot), v(\cdot), x).$$

Рассмотрим два класса игровых моделей: игровые модели с терминальным множеством и игровые модели с терминальным функционалом.

В первом случае цели игроков описываются с помощью терминального множества  $M \subset E^n$  и множества фазовых ограничений  $N \subset E^n$ . Множества  $M$  и  $N$  предполагаются замкнутыми, причем  $M \subset N$ .

Зафиксируем момент  $\theta > 0$ . Цель игрока  $P$  состоит в том, чтобы добиться включений  $z(\theta) \in M$ ,  $z(t) \in N$ , для всех  $t \in [0, \theta]$ , т.е. вывести траекторию  $z(t)$  на  $M$  в момент  $\theta$ , удержав ее во множестве  $N$ . Цель игрока  $E$  – противоположная и состоит в том, чтобы добиться условий: либо  $z(\theta) \notin M$ , либо для некоторого  $t < \theta$   $z(t) \notin N$ .

В игровых моделях с терминальным функционалом цели игроков описываются с помощью отображения  $\Phi: E^n \rightarrow E^1$ . Цель игрока  $P$  – минимизировать функционал  $\Phi(z(\theta))$ , зависящий от конца траектории. Цель игрока  $E$  – противоположная, т.е. состоит в том, чтобы максимизировать этот функционал.

В игровых моделях с терминальным множеством,  $M$  и  $N$  выбирались не произвольными, а замкнутыми подмножествами в  $E^n$ . Это делается для удобства построения соответствующего математического аппарата. В этих же целях наложим некоторые условия на функцию  $\Phi(z)$ . Считаем, что  $\Phi(z)$  удовлетворяет условию Липшица с константой  $L_K$  на каждом компакте  $K$ .

Рассмотренные игровые модели имеют между собой большую связь. Функционал  $\Phi$  может представлять собой расстояние до множества  $M$ . В этом случае цель игрока  $P$  – приблизиться в момент  $\theta$  как можно ближе к множеству  $M$ . Формально первую игру можно свести ко второй полагая  $\Phi(z) = 0$ ,  $z \in M$  и  $\Phi(z) = 1$ ,  $z \notin M$ .

Однако, указанная функция не удовлетворяет требуемому выше условию Липшица и математический аппарат, развитый для исследования этих классов игр во многом различается.

Характерная особенность дифференциальных игр заключается в том, что игроки не знают действий противника в будущем. В статье применяются различные стратегии игроков, использующие ту или иную информацию о текущей позиции и о действиях противника.

Игрок  $E$  будет выбирать свое текущее управление, пользуясь в основном знанием текущей позиции.

Для игрока  $P$  используются различные стратегии. Это  $\varepsilon$  – стратегии [1], в которых предполагается наибольшая информационная дискриминация противника: игрок  $E$  сообщает свое управление игроку  $P$  на некоторое время  $\varepsilon > 0$  вперед. Кроме того, игрок  $P$  пользуется информацией о текущей позиции. Поскольку параметром  $\varepsilon$  распоряжается игрок  $E$ , то  $\varepsilon$  – стратегии эквивалентны стратегиям, в которых игрок  $P$  выбирает свое текущее управление,

зная начальную позицию и всю предысторию действий противника. Эти стратегии строятся на основе некоторых вольтеровских отображений. Частным случаем последних стратегий, являются стратегии, в которых игрок  $P$  выбирает свое текущее управление, зная начальную позицию и текущее управление противника. Такую стратегию будем называть контрстратегией.

**2. Операторы над множествами.** Рассмотрим динамическую систему, которая описывается уравнением (1.1) и удовлетворяет предположениям 1-3.

**Определение 1.** Через  $P_\varepsilon$ ,  $\varepsilon \geq 0$ , обозначим оператор, который ставит в соответствие каждому замкнутому множеству  $M \subset E^n$  множество  $P_\varepsilon M$  всех точек  $z_0 \in E^n$  таких, что для любого допустимого управления  $v(t)$ ,  $t \in [0, \varepsilon]$ , игрока  $E$  существует допустимое управление  $u(t)$ ,  $t \in [0, \varepsilon]$ , игрока  $P$ , такое, что для соответствующего решения  $z(t) = z(t | u(\cdot), v(\cdot), z_0)$  уравнения (1.1) с началом в  $z_0$  выполняется включение  $z(\varepsilon) \in M$ , т.е. траектория  $z(t)$  с началом в  $z_0$  попадает на  $M$  в момент  $\varepsilon$ .

Формально, с помощью операций объединения и пересечения, оператор  $P_\varepsilon$  можно описать следующим образом

$$P_\varepsilon M = \bigcap_{v(\cdot) \in V[0, \varepsilon]} \bigcup_{u(\cdot) \in U[0, \varepsilon]} \{z_0 \in E^n : z(\varepsilon | u(\cdot), v(\cdot), z_0) \in M\}. \quad (2)$$

**Замечание 1.** В определении 1 можно считать, что управления  $u(\cdot)$  и  $v(\cdot)$  определены только на полуоткрытом интервале  $[0, \varepsilon)$ , поскольку изменение значений управлений  $u(t)$  и  $v(t)$  в одной точке не изменяет траекторию. При этом решение  $z(t)$ , определенное на  $[0, \varepsilon)$  всегда можно единственным образом непрерывно продлить на отрезок  $[0, \varepsilon]$ , положив  $z(\varepsilon) = \lim_{t \rightarrow \varepsilon} z(t)$ . Этот факт будет использоваться в дальнейшем.

**Замечание 2.** Множество  $P_\varepsilon M$  можно интерпретировать как множество начальных позиций  $z_0$ , начиная из которых игрок  $P$  может вывести траекторию  $z(t)$  на  $M$  в момент  $\varepsilon$ , зная управление  $v(t)$  игрока  $E$  наперед на всем интервале  $[0, \varepsilon]$ . Если же  $z_0 \notin P_\varepsilon M$ , то существует такое управление игрока  $E$ , что для всех допустимых управлений игрока  $P$  справедливо  $z(\varepsilon) \notin M$ . В этом случае стратегии игроков являются программными, т.е. они выбирают свои управления сразу на всем интервале  $[0, \varepsilon]$ . При этом игрок  $E$  знает  $z_0$ , а игрок  $P$  пользуется информацией о  $z_0$  и о уже выбранном управлении  $v(t)$ ,  $t \in [0, \varepsilon]$ .

**Лемма 1.** Множество  $P_\varepsilon M$  является замкнутым для множества  $M$ .

Положим  $P_{N, \varepsilon} M = (P_\varepsilon M) \cap N$ . Очевидно, что  $P_{N, \varepsilon} M$  является замкнутым множеством, если  $M$  и  $N$  – замкнуты.

Таким образом, лемма 1 позволяет повторно применять операторы  $P_\varepsilon M$  и  $P_{N, \varepsilon} M$ .

Пусть  $\omega = \{\tau_0 = 0 \leq \tau_1 \leq \dots \leq \tau_k = t\}$  – конечное разбиение отрезка  $[0, t]$ . Положим

$$P_N^\omega M = P_{N, \delta_1} P_{N, \delta_2} \dots P_{N, \delta_k} M,$$

где  $\delta_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

**Замечание 3.** Если  $N = E^n$ , то будем писать  $P^\omega M = P_{\delta_1} P_{\delta_2} \dots P_{\delta_k} M$ . Пусть  $z_0 \in P^\omega M$  и в начальный момент времени игрок  $P$  знает управление игрока  $E$  вперед на время  $\delta_1$ . Тогда  $P$  может целиться и попасть на  $P_{\delta_2} \dots P_{\delta_k} M$  в момент  $\delta_1 = \tau_1$ . Если он, попав на  $P_{\delta_2} \dots P_{\delta_k} M$ , узнает управление игрока  $E$  на время  $\delta_2$ , то игрок  $P$  может целиться и попасть на множество  $P_{\delta_3} \dots P_{\delta_k} M$  в момент времени  $\tau_2 = \delta_1 + \delta_2$ . Продолжая процесс дальше, игрок  $P$  добьется включения  $z(t) \in M$ . При этом игрок  $P$  выбирает свое управление в точках  $\tau_{i-1}$ ,  $i = 1, \dots, k$ , на интервале  $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ , зная  $z(\tau_{i-1})$  и будущее управление игрока  $E$  на интервале  $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ . Аналогично, если  $z_0 \notin P^\omega M$ , то игрок  $E$  может в момент  $\tau_0 = 0$  выбрать такое управление, что для любого управления игрока  $P$  соответствующая траектория не попадает на множество  $P_{\delta_2} \dots P_{\delta_k} M$  в момент  $\delta_1 = \tau_1$ . Продолжая процесс дальше, получим, что  $z(t) \notin M$ . При этом игрок  $E$  выбирает свое управление в точках  $\tau_{i-1}$  на следующий интервал  $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ , зная  $z(\tau_{i-1})$ .

С помощью формулы (2) можно представить  $P_N^\omega M$  в следующем виде

$$\begin{aligned}
 P_N^\omega M = & \bigcap_{v_1(\cdot) \in V[0, \tau_1]} \bigcup_{u_1(\cdot) \in U[0, \tau_1]} \bigcap_{v_2(\cdot) \in V[\tau_1, \tau_2]} \bigcup_{u_2(\cdot) \in U[\tau_1, \tau_2]} \dots \\
 & \dots \bigcap_{v_k(\cdot) \in V[\tau_{k-1}, t]} \bigcup_{u_k(\cdot) \in U[\tau_{k-1}, t]} \{z_0 \in N : z(t) = z(t | \{u_1(\cdot), u_2(\cdot), \dots, u_k(\cdot)\}, \\
 & \{v_1(\cdot), v_2(\cdot), \dots, v_k(\cdot)\}, z_0) \in M, z(\tau_i) \in N, i = 1, \dots, k-1\}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

**Определение 2.**  $\tilde{P}_{N,t} M = \bigcap_{|\omega|=t} P_N^\omega M$ .

**Теорема 1.** Справедливо равенство

$$\tilde{P}_{N,t_1+t_2} M = \tilde{P}_{N,t_1} \tilde{P}_{N,t_2} M.$$

**3. Операторы над функциями.** Пусть  $\Phi : E^n \rightarrow E^1$  удовлетворяет условию Липшица с константой  $L_K$  на каждом компакте  $K$  и выполняются предположения 1-3.

Определим оператор  $R_\varepsilon$ , который ставит в соответствие любой непрерывной функции  $\varphi : E^n \rightarrow E^1$  функцию

$$\psi(x) = \sup_{v(\cdot) \in V[0, \varepsilon]} \min_{u(\cdot) \in U[0, \varepsilon]} \varphi(z(\varepsilon | u(\cdot), v(\cdot), x)). \quad (4)$$

Отметим, что в силу непрерывности  $\Phi$  и предположения 3 минимум в (4) достигается.

Оператор  $R_\varepsilon$  можно связать с оператором  $P_\varepsilon$ . Действительно, если  $D_c(\varphi) = \{x \in E^n : \varphi(x) \leq c\}$ , то

$$D_c(\psi) = P_\varepsilon D_c(\varphi).$$

Доказательство этого равенства вытекает непосредственно из определения.

Пусть  $\omega = \{\tau_0 = 0 \leq \tau_1 \leq \dots \leq \tau_k = t\}$ ,  $\delta_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ ,  $i = 1, \dots, k$ , – некоторое разбиение. Положим

$$R^\omega \varphi = R_{\delta_1} \dots R_{\delta_k} \varphi, \tilde{R}_t \varphi = \sup_{|\omega|=t} R^\omega \varphi.$$

Справедлив аналог формулы (3):

$$R^\omega \Phi(x) = \sup_{v_1(\cdot) \in V[0, \tau_1]} \min_{u_1(\cdot) \in U[0, \tau_1]} \sup_{v_2(\cdot) \in V[\tau_1, \tau_2]} \min_{u_2(\cdot) \in U[\tau_1, \tau_2]} \dots \sup_{v_k(\cdot) \in V[\tau_{k-1}, \tau_k]} \min_{u_k(\cdot) \in U[\tau_{k-1}, \tau_k]} \Phi(z(t | \{u_1(\cdot), \dots, u_k(\cdot)\}, \{v_1(\cdot), \dots, v_k(\cdot)\}, x)) \quad (5)$$

Из предположения 2 и локальной Липшицевости  $\Phi$  можно вывести следующее утверждение.

**Теорема 2.** Для любого  $x \in E^n$  выполняется

$$\tilde{R}_{t_1+t_2} \Phi(x) = \tilde{R}_{t_1} \tilde{R}_{t_2} \Phi(x).$$

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Пшеничный Б.Н., Остапенко В.В. Дифференциальные игры. – Киев, 1992. – 260 с.
- 2 Остапенко В.В., Амиргалиева С.Н., Остапенко Е.В. Выпуклый анализ и дифференциальные игры. – Алматы, 2005. – 392 с.
- 3 Ostapenko Valentin V. Convexity in differential games. Springer Book. "Pareto-Optimality. Game Theory and Equilibria", ed. P. Pardalos. 2008.

#### Резюме

С. Н. Әміргалиева, Ж. Е. Әміргалиева

(Сүлеймен Демирел атындағы университет, Ақпараттық және есептеу технологиялары институты.)

#### ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОЙЫНДАРДАҒЫ ОЙЫН ЕСЕПТЕРІ ЖӘНЕ ОПЕРАТОРЛЫҚ КОНСТРУКЦИЯЛАР ДИНАМИКАСЫ

Мақалада динамикасы дифференциальдық тендеулермен сипатталатын дифференциальдық ойындар қарастырылған. Бұл ойын модельдерінде жақындау-алшақтау есептері терминальды жиын, фазалық шектемелер жиыны және терминальдық функционалдар арқылы сипатталған. Ойыншылардың стратегиялары  $\mathcal{E}$ -стратегия және оның өзгерістері арқылы беріліп, олардың өзара байланыстары қарастырылады.

In article the differential games which dynamics is described by ordinary differential equations are considered. In these gaming models tasks of convergence-evasion which are described by terminal set, set of phase restrictions or a terminal functional are researched. Various strategy of players are described: – strategy, its modifications connection in between also is established.

**Keywords:** models of differential games, operator designs, problem of rapprochement and evasion, phase restrictions, terminal functionalities, game strategy, game price.

**Тірек сөздер:** дифференциальдық ойын модельдері, операторлық конструкция, жақындасу-алшақтау есебі, фазалық шектемелер, терминальдық функционалдар, ойыншының стратегиясы, ойын бағасы.

UDC 517.968.7

A. D. ABILDAYEVA, A. D. DZHUMABAEV

(Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, MES RK, Almaty)

#### ON SOLVABILITY OF LINEAR BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR FREDHOLM

## INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION WITH PARAMETER

**Abstract.** By parameterization method a solvability criteria for the linear two-point boundary value problem for the Fredholm integro-differential equation containing parameter is established.

**Ключевые слова:** краевая задача, интегро-дифференциальное уравнение Фредгольма, параметр, разрешимость.

**Тірек сөздер:** шеттік есеп, Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі, параметр, шешілімділік.

**Keywords:** boundary value problem, Fredholm integro-differential equation, parameter, solvability.

Consider the linear two-point boundary value problem for integro-differential equation with parameter

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \int_0^T K(t,s)x(s)ds + B(t)\lambda_0 + f(t), \quad t \in (0, T), \quad x \in R^n, \quad \lambda_0 \in R^m, \quad (1)$$

$$C_1x(0) + C_2x(T) = d, \quad d \in R^{n+m}, \quad (2)$$

where the  $(n \times n)$  matrix  $A(t)$ ,  $(n \times m)$  matrix  $B(t)$  and  $n$  vector  $f(t)$  are continuous on  $[0, T]$ , the  $(n \times n)$  matrix  $K(t, s)$  is continuous on  $[0, T] \times [0, T]$ ,  $C_k : R^n \rightarrow R^{n+m}$ ,  $k = 1, 2$ ,  $\|x\| = \max_{i=1, n} |x_i|$ .

Denote by  $C([0, T], R^n)$  the space of continuous functions  $x : [0, T] \rightarrow R^n$  with the norm  $\|x\|_1 = \max_{t \in [0, T]} \|x(t)\|$ .

Solution to problem (1), (2) is a pair  $(\lambda_0^*, x^*(t))$ , where  $x^*(t) \in C([0, T], R^n)$  is a function, continuously differentiable on  $(0, T)$ , satisfying integro-differential equation (1) at  $\lambda_0 = \lambda_0^*$  and boundary condition (2).

Works of many authors were devoted to the boundary value problems for differential and integro-differential equations, containing parameters (See [1-3] and references therein).

In [4] there proposed a method of investigation and solving the linear boundary value problem for Fredholm integro-differential equation. Necessary and sufficient conditions for the solvability of considered problem has been obtained, and the algorithm for finding its solution has been constructed.

The aim of present work is to establish the necessary and sufficient conditions for solvability of problem (1), (2).

For this purpose, we use the parametrization method [4]. Divide the interval  $[0, T]$  into  $N$  parts with the step  $h > 0 : Nh = T$ . Denote the restriction of function  $x(t)$  to the  $r$ -th interval  $[(r-1)h, rh)$ ,  $r = \overline{1, N}$ , by  $x_r(t)$ . On introducing the additional parameters  $\lambda_r \triangleq x_r((r-1)h)$  and making the substitute  $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$  on the  $r$ -th interval, we obtain the equivalent multi-point boundary value problem with parameters

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)(u_r + \lambda_r) + \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t,s)[u_j(s) + \lambda_j]ds + B(t)\lambda_0 + f(t), \quad (3)$$

$$t \in [(r-1)h, rh), \quad r = \overline{1, N},$$

$$u_r[(r-1)h] = 0, \quad r = \overline{1, N}, \quad (4)$$

$$C_1\lambda_1 + C_2\lambda_N + C_2 \lim_{t \rightarrow T-0} u_N(t) = d, \quad d \in R^{n+m}, \quad (5)$$

$$\lambda_p + \lim_{t \rightarrow ph-0} u_p(t) - \lambda_{p+1} = 0, \quad p = \overline{1, N-1}, \quad (6)$$

where (6) are the conditions of continuity of solution at the interior partition points of interval  $[0, T]$ .

By  $C([0, T], h, R^{nN})$  denote the space of function system  $u[t] = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t))$ , where  $u_r : [(r-1)h, rh) \rightarrow R^n$  is continuous, and given all  $r = \overline{1, N}$  it has the finite left-sided limit  $\lim_{t \rightarrow rh-0} u_r(t)$ , with the norm  $\|u[\cdot]\|_2 = \max_{r=\overline{1, N}} \sup_{t \in [(r-1)h, rh)} \|u_r(t)\|$ .

If the pair  $(\lambda^*, u^*[t])$ , where  $\lambda^* = (\lambda_0^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_N^*) \in R^{nN+m}$ ,  $u^*[t] = (u_1^*(t), u_2^*(t), \dots, u_N^*(t)) \in C([0, T], h, R^{nN})$  is a solution to problem (3) – (6), then the pair  $(\lambda_0^*, x^*(t))$ , where the function  $x^*(t)$  is defined by the equalities:  $x^*(t) = \lambda_r^* + u_r^*(t)$ ,  $t \in [(r-1)h, rh)$ ,  $r = \overline{1, N}$ ,  $x^*(T) = \lambda_N^* + \lim_{t \rightarrow T-0} u_N^*(t)$ ,

is a solution to initial problem (1), (2).

Suppose, that  $X_r(t)$  is a fundamental matrix of differential equation  $\frac{dx}{dt} = A(t)x$  on  $[(r-1)h, rh]$ ,  $r = \overline{1, N}$ . Then the special Cauchy problem for system of integro-differential equations with parameters (3), (4) is equivalent to the system of integral equations

$$\begin{aligned} u_r(t) = & X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau_1) A(\tau_1) d\tau_1 \lambda_r + X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau_1) \times \\ & \times \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(\tau_1, s) [u_j(s) + \lambda_j] ds d\tau_1 + X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau_1) B(\tau_1) d\tau_1 \lambda_0 + \\ & + X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau_1) f(\tau_1) d\tau_1, \quad t \in [(r-1)h, rh), \quad r = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (7)$$

Assume in (7) that  $t = \tau$ . On multiplying both sides by  $K(t, \tau)$ , then integrating by  $\tau$  on the interval  $[(r-1)h, rh]$  and summing up over  $r$ , we have

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^N \int_{(r-1)h}^{rh} K(t, \tau) u_r(\tau) d\tau = & \sum_{r=1}^N \int_{(r-1)h}^{rh} K(t, \tau) X_r(\tau) \int_{(r-1)h}^{\tau} X_r^{-1}(\tau_1) A(\tau_1) d\tau_1 d\tau \lambda_r + \\ & + \sum_{r=1}^N \int_{(r-1)h}^{rh} K(t, \tau) X_r(\tau) \int_{(r-1)h}^{\tau} X_r^{-1}(\tau_1) \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(\tau_1, s) [u_j(s) + \lambda_j] ds d\tau_1 d\tau + \\ & + \sum_{r=1}^N \int_{(r-1)h}^{rh} K(t, \tau) X_r(\tau) \int_{(r-1)h}^{\tau} X_r^{-1}(\tau_1) B(\tau_1) d\tau_1 d\tau \lambda_0 + \\ & + \sum_{r=1}^N \int_{(r-1)h}^{rh} K(t, \tau) X_r(\tau) \int_{(r-1)h}^{\tau} X_r^{-1}(\tau_1) f(\tau_1) d\tau_1 d\tau, \quad t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (8)$$

Introduce the following notations:

$$\Phi_h(t) = \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t, s) u_j(s) ds, \quad M_0(h, t) = \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t, \tau) X_j(\tau) \int_{(j-1)h}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1) B(\tau_1) d\tau_1 d\tau,$$



$$\begin{aligned}
 M_r(h,t) &= \int_{(r-1)h}^{rh} K(t,\tau)X_r(\tau) \int_{(r-1)h}^{\tau} X_r^{-1}(\tau_1)A(\tau_1)d\tau_1d\tau + \\
 &+ \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t,\tau)X_j(\tau) \int_{(j-1)h}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1) \int_{(r-1)h}^{rh} K(\tau_1,s)dsd\tau_1d\tau, \quad r = \overline{1,N}, \\
 F(h,t) &= \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t,\tau)X_j(\tau) \int_{(j-1)h}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1)f(\tau_1)d\tau_1d\tau.
 \end{aligned}$$

Write down equation (8) in the form

$$\begin{aligned}
 \Phi_h(t) &= \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t,\tau)X_j(\tau) \int_{(j-1)h}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1)\Phi_h(\tau_1)d\tau_1d\tau + \\
 &+ \sum_{r=0}^N M_r(h,t)\lambda_r + F(h,t), \quad t \in [0,T].
 \end{aligned} \tag{9}$$

Choose the number  $h_0 > 0$  satisfying the inequality

$$\beta T h_0 e^{\alpha h_0} < 1,$$

where  $\beta = \max_{(t,s) \in [0,T] \times [0,T]} \|K(t,s)\|$ ,  $\alpha = \max_{t \in [0,T]} \|A(t)\|$ .

Using estimate (16) from [4, p. 1152] one easily may establish that for any  $h \in (0, h_0]$ :  $Nh = T$  the integral equation (9) has a unique solution, and it can be found by the method of successive approximations.

By equalities

$$\begin{aligned}
 M_r^{(0)}(h,t) &= M_r(h,t), \quad M_r^{(k)}(h,t) = \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t,\tau)X_j(\tau) \int_{(j-1)h}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1)M_r^{(k-1)}(h,\tau_1)d\tau_1d\tau, \\
 F^{(0)}(h,t) &= F(h,t),
 \end{aligned}$$

$$F^{(k)}(h,t) = \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t,\tau)X_j(\tau) \int_{(j-1)h}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1)F^{(k-1)}(h,\tau_1)d\tau_1d\tau, \quad k = 1,2,\dots$$

we determine the sequences of matrices and vectors depending on  $t \in [0,T]$ . For  $h \in (0, h_0]$ :  $Nh = T$  the unique solution to integral equation (9) can be represented in the form

$$\Phi_h(t) = \sum_{r=0}^N D_r(h,t)\lambda_r + F_h(t), \quad t \in [0,T], \tag{10}$$

where  $D_r(h,t) = \sum_{k=0}^{\infty} M_r^{(k)}(h,t)$  и  $F_h(t) = \sum_{k=0}^{\infty} F^{(k)}(h,t)$ .

On substituting the right-hand side of (10) into (7) instead of  $\sum_{j=1}^N \int_{(j-1)h}^{jh} K(t,s)u_j(s)ds$ , we obtain the representations of function  $u_r(t)$  via  $\lambda_j$  and  $f(t)$ :

$$u_r(t) = X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau)A(\tau)d\tau\lambda_r + \sum_{j=1}^N X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ D_j(h, \tau) + \int_{(j-1)h}^{jh} K(\tau, s) ds \right] d\tau \lambda_j + X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau) [D_0(h, \tau) + B(\tau)] d\tau \lambda_0 + \\ & + X_r(t) \int_{(r-1)h}^t X_r^{-1}(\tau) [F_h(\tau) + f(\tau)] d\tau, \quad t \in [(r-1)h, rh], \quad r = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (11)$$

Find  $\lim_{t \rightarrow T-0} u_N(t)$  and  $\lim_{t \rightarrow ph-0} u_p(t)$ ,  $p = \overline{1, N-1}$  from (11). Substituting their corresponding expressions into boundary condition (5) and bonding condition (6), we get the system of linear algebraic equations

$$\begin{aligned} & C_2 X_N(T) \int_{T-h}^T X_N^{-1}(\tau) [D_0(h, \tau) + B(\tau)] d\tau \lambda_0 + \\ & + \left\{ C_1 + C_2 X_N(T) \int_{T-h}^T X_N^{-1}(\tau) \left[ D_1(h, \tau) + \int_0^h K(\tau, s) ds \right] d\tau \right\} \lambda_1 + \\ & + C_2 \sum_{i=1}^{N-1} X_N(T) \int_{T-h}^T X_N^{-1}(\tau) \left[ D_i(h, \tau) + \int_{(i-1)h}^{ih} K(\tau, s) ds \right] d\tau \lambda_i + \\ & + C_2 \left\{ I + X_N(T) \int_{T-h}^T X_N^{-1}(\tau) \left[ A(\tau) + D_N(h, \tau) + \int_{T-h}^T K(\tau, s) ds \right] d\tau \right\} \lambda_N = \\ & = d - C_2 X_N(T) \int_{T-h}^T X_N^{-1}(\tau) [F_h(\tau) + f(\tau)] d\tau, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & X_p(ph) \int_{(p-1)h}^{ph} X_p^{-1}(\tau) [D_0(h, \tau) + B(\tau)] d\tau \lambda_0 + \\ & + \left\{ I + X_p(ph) \int_{(p-1)h}^{ph} X_p^{-1}(\tau) \left[ A(\tau) + D_p(h, \tau) + \int_{(p-1)h}^{ph} K(\tau, s) ds \right] d\tau \right\} \lambda_p - \\ & - \left\{ I - X_p(ph) \int_{(p-1)h}^{ph} X_p^{-1}(\tau) \left[ D_{p+1}(h, \tau) + \int_{ph}^{(p+1)h} K(\tau, s) ds \right] d\tau \right\} \lambda_{p+1} + \\ & + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p, j \neq p+1}}^N X_p(ph) \int_{(p-1)h}^{ph} X_p^{-1}(\tau) \left[ D_j(h, \tau) + \int_{(j-1)h}^{jh} K(\tau, s) ds \right] d\tau \lambda_j = \\ & = -X_p(ph) \int_{(p-1)h}^{ph} X_p^{-1}(\tau) [F_h(\tau) + f(\tau)] d\tau, \quad p = \overline{1, N-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Denote the matrix, corresponding to the left-hand side of the system of equations (12), (13) by  $Q^*(h)$ , and vector, corresponding to the right-hand side of the system of equations by  $F^*(h)$ . Then this system can be written as follows

$$Q^*(h)\lambda = F^*(h), \quad \lambda \in R^{nN+m}. \quad (14)$$

For any  $h \in (0, h_0]$ :  $Nh = T$  the following assertion is true

**Theorem.** Problem (1), (2) is solvable if and only if for any  $\eta \in \text{Ker}(Q^*(h))'$  the equality  $(\eta, F^*(h)) = 0$  holds, where  $(\cdot, \cdot)$  is a scalar product in  $R^{nN+m}$ , i.e. when the right-hand side of equation (14) is orthogonal to the kernel of transposed matrix  $(Q^*(h))'$ .

**Definition.** Problem (1), (2) is called uniquely solvable if for any pair  $(f(t), d)$ , where  $f(t) \in C([0, T], R^n)$ ,  $d \in R^{n+m}$ , it has a unique solution.

**Corollary.** Problem (1), (2) is uniquely solvable if and only if the matrix  $Q^*(h): R^{nN} \rightarrow R^{nN}$  is invertible for  $\forall h \in (0, h_0]: Nh = T$ .

#### REFERENCES

- 1 Luchka A.Yu., Nesterenko O.B. Construction of solutions of integro-differential equations with restrictions and control by projection-iterative method // Nonlinear Oscillations. – 2009. V. 12. № 1. P. 85-93.
- 2 Samoilenko A.M., Ronto N.I., Ronto B.A. Two-point boundary value problem with parameter in boundary conditions // Doklady AS Ukrainian SSR. Ser. Phys.-math. Techn. sciences. – 1985. – T. 7. – P. 22-26. (in russian).
- 3 Dzhumabaev D.S., Minglibayeva B.B. Well-posedness of linear two-point boundary value problem with parameter // Mathematical journal. – 2004. – T. 4. № 1. – P. 41-51. (in russian).
- 4 Dzhumabaev D.S. A method for solving the linear boundary value problem for an integro-differential equation // Computational mathematics and mathematical physics. – 2010. V. 50. № 7. P. 1150-1161.

#### Резюме

*А. Д. Әбілдаева, А. Д. Жұмбабаев*

#### ПАРАМЕТРІ БАР ФРЕДГОЛЬМ ИНТЕГРАЛДЫҚ-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУІ ҮШІН СЫЗЫҚТЫ ШЕТТІК ЕСЕБІНІҢ ШЕШІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

Параметрі бар Фредгольм интегралдық-дифференциалдық тендеуі үшін сызықты екі нүктелі шеттік есептің шешімділігінің критерий параметрлеу әдісі негізінде алынған.

**Тірек сөздер:** шеттік есеп, Фредгольм интегралдық-дифференциалдық тендеуі, параметр, шешімділік.

#### Резюме

*А. Д. Абильдаева, А. Д. Джумабаев*

#### О РАЗРЕШИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА С ПАРАМЕТРОМ

**Аннотация.** Методом параметризации установлен критерий разрешимости линейной двухточечной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма, содержащего параметр.

*Поступила 2014 г.*

UDK 512.55

*N. A. ISMAILOV*

(Al-Farabi Kazakh National University, Almaty  
S.Demirel University, Almaty)

#### PERMUTATION $S_n$ - MODULES IN FREE NOVIKOV ALGEBRAS

**Abstract.** We study permutation modules that are isomorphic to  $S_n$ -submodules of free Novikov algebras and give necessary conditions for permutation modules to be Novikov admissible.

**Keywords:** partition,  $S_n$ -module, Novikov algebra.

**Ключевые слова:** разбиение,  $S_n$ -модуль, алгебра Новикова.

**Тірек сөздер:** жіктелім,  $S_n$ -модуль, Новиков алгебрасы.

**1. Introduction.** Let  $n$  be a positive integer number. A partition of  $n$  is a sequence  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$  such that  $n = \alpha_1 + \dots + \alpha_k$  and  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k \geq 1$ ,  $\alpha_i$  is called a part of  $\alpha$  and  $k$  is the length of  $\alpha$ . We write

$\alpha \vdash n$  if  $\alpha$  is a partition of  $n$ . Also, it is common in literatures to write a partition of  $n$  in the following form:

$$\alpha = (n^{i_n}, \dots, 2^{i_2}, 1^{i_1})$$

where  $i_j$  is the number of occurrence of the integer  $j$  in the partition  $\alpha$ . Let us denote by  $P(n)$  the set of partitions of  $n$ .

**Definition.** For  $\alpha = (n^{i_n}, \dots, 2^{i_2}, 1^{i_1}) \in P(n)$  the partition  $w(\alpha) \in P(n+1)$  defined by  $w(\alpha) = \text{sort}(n+1 - \sum_{j=1}^n i_j, i_1, i_2, \dots, i_n)$

is called the *weight* of  $\alpha$ .

A weight of a partition is studied in [2]. Weights are used to describe irreducible  $S_n$ -module components of multilinear parts of free Novikov algebras and also showed that there are modules in free Novikov algebras which are isomorphic to permutation modules  $M^{w(\alpha)}$  corresponding to weights  $w(\alpha)$  for any  $\alpha \vdash n$ . For more details about structures of  $S_n$ -modules and permutations modules see [4], [5] or [6]. In [3] considered two types of permutation modules in free Novikov algebras and given their decomposition into Specht modules.

But we do not know what a permutation module appears and what its multiplicity is in free Novikov algebra. These kind of questions motivated us to study combinatorial properties of weights and in our paper we find necessary conditions on partitions of  $n+1$  to be a weight of partitions of  $n$ . More precisely, we calculate maximal length of weights and find minimal weight with respect to lexicographic order in the set of weights of partitions of  $n$ .

#### MAIN RESULTS

**2. Main results. Theorem 2.1.** *Maximal length of weights of partitions of  $n$  is equal to the number*

$$1 + \left\lfloor \frac{-1 + \sqrt{8n+1}}{2} \right\rfloor$$

Where  $\lfloor a \rfloor$  is a integer part of  $a$ .

**Proof.** By definition of weight, we can say that length of weight of a partition equals  $k+1$  if and only if the partition has  $k$  different parts. To obtain maximal length of weight, it is enough to consider a partition of  $n$  with  $k$  different parts in the following form:

$$\alpha = (n - \frac{k(k-1)}{2}, k-1, \dots, 1)$$

so that

$$n - \frac{k(k-1)}{2} \geq k$$

By solving last inequality, we get the proof of our theorem.

Let  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$  and  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$  are partitions of  $n$ . Recall that  $\alpha > \beta$ , in lexicographic order if, for some index  $i$ ,

$$\alpha_j = \beta_j, \quad \text{for } j < i \text{ and } \alpha_i > \beta_i$$

One can check that lexicographic order is a total order in a set of partitions.

**Theorem 2.2.** *Let  $\beta$  be the minimal partition in the set of weights of partitions of  $n$ .*

*If  $n \equiv 0 \pmod{3}$ , then  $\beta = (\frac{n+3}{3}, \frac{n}{3}, \frac{n}{3})$ .*

*If  $n \equiv 1 \pmod{3}$ , then  $\beta = (\frac{n+2}{3}, \frac{n+2}{3}, \frac{n-1}{3})$ .*

If  $n \equiv 2 \pmod{3}$ , then  $\beta = (\frac{n+4}{3}, \frac{n+1}{3}, \frac{n-5}{3}, 1)$ .

**Remark 2.3.** If we get a negative number as a part of a partition in Theorem 2.2, we remove this part from the given partition.

**Proof.** In our proof we apply the following proposition:

**Proposition 2.4.** (Lemma 8.2. in [2]) Let  $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k) \vdash n+1$ . If  $\gamma_3 + 2\gamma_4 + \dots + (k-2)\gamma_k > \gamma_1 - 1$  then  $\gamma \notin \text{Im } w$ .

In order to prove the Theorem 2.2, we only consider the case when  $n \equiv 0 \pmod{3}$ , because other cases are proved similarly. Suppose that  $\beta = (\frac{n+3}{3}, \frac{n}{3}, \frac{n}{3})$  is not a minimal in weight sets, so there is a partition  $\alpha$  in  $P(n)$  so that  $\beta > \gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k) \stackrel{\alpha}{=} w(\alpha)$ .

Now we consider three possible cases for  $\gamma$  such that  $\beta > \gamma$ . They are following:

- 1)  $\gamma_1 = \frac{n+3}{3}, \gamma_2 = \frac{n}{3}$ , and  $\gamma_3 + \dots + \gamma_k = \frac{n}{3}$ .
- 2)  $\gamma_1 = \frac{n+3}{3}, \frac{n}{3} > \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_k \geq 1$ .
- 3)  $\frac{n+3}{3} > \gamma_1$ .

In all cases  $\gamma$  satisfies the inequality in proposition 2.4, so we get contradictions to our assumption of our lemma.

Let us endow partitions set  $P(n)$  by equivalence relation. For  $\alpha, \beta \in P(n)$  say that  $\alpha \sim \beta$  if  $w(\alpha) = w(\beta)$ . It is easy to see that this relation is reflexive, symmetric and transitive. Let  $\tilde{P}(n)$  be the set of equivalence classes of  $P(n)$  under this relation. Generating function for partitions  $G_p(x) = \sum_i p_i x^i$ , where  $p_i = |P(i)|$ , satisfies the following relation

$$G_p(x) = \prod_i (1 - x^i)^{-1}$$

It will be interesting to find similar relation for a generating function of factor-set  $\tilde{P}(n)$ . Beginning part of  $G_{\tilde{P}}(x) = \sum_i \tilde{p}_i x^i$ , where  $\tilde{p}_i = |\tilde{P}(i)|$  look like

$$G_{\tilde{P}}(x) = x + x^2 + 2x^3 + 4x^4 + 3x^5 + 8x^6 + 7x^7 + 12x^8 + 13x^9 + 19x^{10} + \dots$$

We see that coefficients are not monotone. But if we consider separately even degree parts and odd degree parts,

$$G_{\tilde{P}}^{\text{even}}(x) = x^2 + 4x^4 + 8x^6 + 12x^8 + 19x^{10} + 32x^{12} + 42x^{14} + 64x^{16} + \dots$$

$$G_{\tilde{P}}^{\text{odd}}(x) = x + 2x^3 + 3x^5 + 7x^7 + 13x^9 + 19x^{11} + 30x^{13} + 48x^{15} + 64x^{17} + 93x^{19} + 131x^{21} + \dots$$

#### REFERENCES

- 1 Byungchan Kim, On the number of partitions of n into k different parts, Journal of Number Theory, 132 (2012). P.1306-1313.
- 2 A.S. Dzhumadil'daev, N.A. Ismailov, Sn- and GLn- module structures on free Novikov algebras, Journal of Algebra 416 (2014). 287-313.
- 3 N. A. Ismailov, Sn-submodules of free Novikov algebras, News of Nat. Ac. of Sci. of the Rep. Kazakhstan. Series of Phys. and Math. 3 (2014), 98-104.
- 4 W. Fulton, J. Harris, Representation Theory. New York: Springer, 1991 (GTM 129).
- 5 W.Fulton. Young tableaux with applications to representation theory and geometry, Cambridge University Press. – 1997.

6 B.E. Sagan, Symmetric groups: Representations, Combinatorial Algorithms, and Symmetric Functions. New York: Springer. – 2001 (GTM 203).

**Резюме**

*Н. А. Исмаилов*

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.  
Сүлеймен Демирел атындағы университет, Қаскелең қ.)

**ЕРКІН НОВИКОВ АЛГЕБРАЛАРЫНДАҒЫ АЛМАСТЫРМАЛЫ  $S_n$  – МОДУЛЬДЕРІ**

Еркін Новиков алгебрасындағы алмастырмалы  $S_n$  – модульдері қарастырылған және еркін Новиков алгебрасында кездесетін алмастырмалы  $S_n$  – модульдері үшін қажетті шарттары анықталған.

**Тірек сөздер:** жіктелім,  $S_n$  – модуль, Новиков алгебрасы.

**Резюме**

*Н. А. Исмаилов*

(Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы,  
Университет имени Сулеймана Демиреля, г. Каскелен)

**ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЕ  $S_n$  – МОДУЛИ В СВОБОДНЫХ АЛГЕБРАХ НОВИКОВА**

Изучаются перестановочные  $S_n$  – модули которые встречаются в свободных алгебр Новикова и определяются необходимые условия для таких модулей.

**Ключевые слова:** Разбиение,  $S_n$  – модуль, алгебра Новикова.

*Поступила 2014 г.*

УДК 539.12

*Э. Г. БООС, Т. ТЕМИРАЛИЕВ, М. ИЗБАСАРОВ,  
В. В. САМОЙЛОВ, А. И. ФЕДОСИМОВА*

(Физико-технический институт, г. Алматы)

**ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ СФЕРИСИТИ СОБЫТИЙ  
С ПАРЦИАЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ НЕУПРУГОСТИ  
В АНТИПРОТОН-ПРОТОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ  
ПРИ 22.4 ГЭВ/С**

**Аннотация.** Установлено, что во всех каналах реакции большие значения сферисити наблюдаются при больших значениях  $K_{\pi^\pm}$ . Распределение парциального коэффициента неупругости для заряженных мезонов в неаннигиляционном канале  $\bar{p}p$ -взаимодействий находится в области  $K_{\pi^\pm} < 0.5$ , в то время как в аннигиляционном канале распределение  $K_{\pi^\pm}$  сосредоточено в области  $K_{\pi^\pm} > 0.5$ .

**Ключевые слова:** антипротон-протонное взаимодействие, мезон, поперечность.

**Тірек сөздер:** антипротон-протон әрекеттестігі, мезон, көлденең.

**Keywords:** antiproton-proton interaction, meson, across.

Установление связи между коллективными переменными *сферисити*  $S$  и парциальным коэффициентом неупругости  $K_{\pi^\pm}$  для разных каналов реакций в антипротон-протонных взаимодействиях представляет определенный интерес для выяснения динамики множественных процессов.

Распределение частиц в импульсном пространстве в индивидуальных взаимодействиях количественно описывается *сферисити*  $S$  [1-3]

$$S = \frac{3}{2} \min \sum_{i=1}^{n_{\pi^{\pm}}} p_{\perp}^2 / \sum_i^n \vec{p}^2,$$

а парциальный коэффициент неупругости  $\pi^{\pm}$  – мезонов определяется выражением  $K_{\pi^{\pm}} = \sum_{i=1}^{n_{\pi^{\pm}}} E_{\pi^{\pm}} / E_0$ , где  $p^2, p_{\perp}^2, n_{\pi^{\pm}}, E_{\pi^{\pm}}$  и  $E_0$  соответственно квадраты импульса, поперечного импульса, количество мезонов, энергия мезонов и полная энергия взаимодействия в системе центра масс.

В работе анализируются антипротон-протонные взаимодействия, зарегистрированные в водородной пузырьковой камере ОИЯИ «Людмила» при облучении антипротонным пучком с импульсом 22.4 ГэВ/с на ускорителе У-70 в Серпухове (Россия).

По разработанной ранее методике [4] были выделены следующие каналы неупругих реакций:

$$\bar{p}p \rightarrow m(\pi^+\pi^-)x^0 \quad (1)$$

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}nt(\pi^+\pi^-)x^0 \quad (2)$$

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}rt(\pi^+\pi^-)x^0 \quad (3)$$

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}\bar{p}\pi^+t(\pi^+\pi^-)x^0 \quad (4)$$

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}\bar{p}\pi^-t(\pi^+\pi^-)x^0 \quad (5),$$

где  $m$  – число  $(\pi^+\pi^-)$  пар и  $x^0$  – вклад нейтральных частиц.

На рис. 1 показаны корреляции между *сферисити*  $S$  и парциальным коэффициентом неупругости  $K_{\pi^{\pm}}$ , а также распределения по переменной  $S$  и  $K_{\pi^{\pm}}$ , относящихся к аннигиляционному каналу  $\bar{p}p \rightarrow m(\pi^+\pi^-)x^0$  в трех группах, соответствующих множественностям  $n \geq 2$  (рис. 1 а),  $n \geq 6$  (рис. 1 б) и  $n \geq 8$  (рис. 1 с).

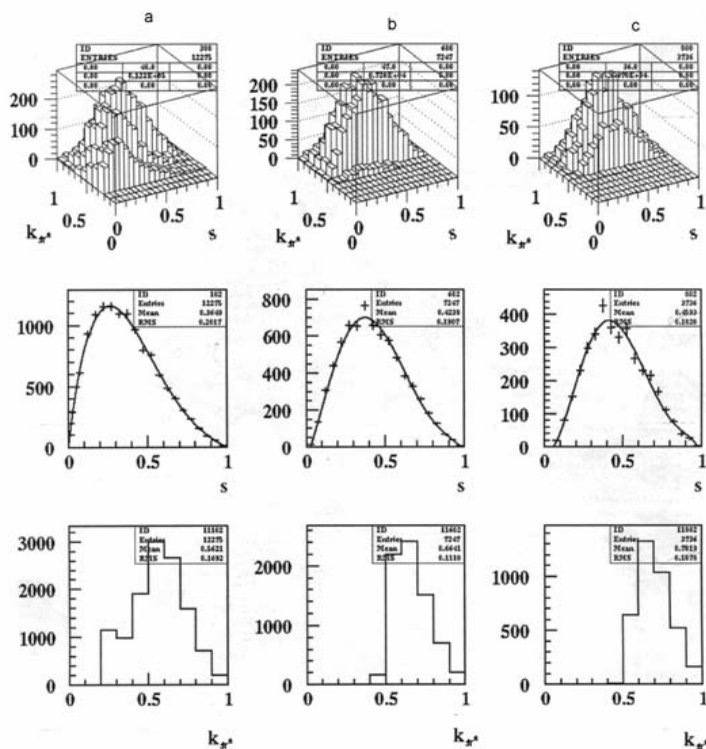


Рисунок 1 – Реакция антипротон-протонной аннигиляции  $\bar{p}p \rightarrow m(\pi^+\pi^-)x^0$

Жесткая корреляция между *сферисити* мезонов  $S$  и парциальным коэффициентом неупругости  $K_{\pi^\pm}$  не наблюдается во всех вышерассмотренных трех группах взаимодействий, тем не менее наблюдаются преимущественно большие значения *сферисити* при больших значениях  $K_{\pi^\pm}$ . Максимум распределений  $S$  и само распределение смещаются в сторону больших значений  $S$ , при этом распределение *сферисити* становится симметричным с ростом числа рожденных частиц. Кривые, приведенные на рис. 1 для групп с  $n \geq 2$ ,  $n \geq 6$  и  $n \geq 8$ , получены аппроксимацией полиномов пятой степени.

Распределение парциального коэффициента неупругости  $K_{\pi^\pm}$  в основном концентрировано в области  $K_{\pi^\pm} > 0.5$ . Распределение  $K_{\pi^\pm}$  смещается в сторону больших значений  $K_{\pi^\pm}$  с ростом частиц в конечном состоянии. Среднее значение  $\langle S \rangle$ ,  $\langle K_{\pi^\pm} \rangle$ , дисперсии  $\sigma_S^2, \sigma_K^2$ , количество обработанных событий  $N$ , множественность  $n$  и количество заряженных мезонов приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Среднее значение  $\langle S \rangle$ ,  $\langle K_{\pi^\pm} \rangle$  и дисперсии  $\sigma_S^2, \sigma_K^2$  при 22.4 ГэВ/с

Реакция	Параметр	$n$	$n_{\pi^\pm}$	$N$	$\langle S \rangle$	$\sigma_S^2$	$\langle K_{\pi^\pm} \rangle$	$\sigma_K^2$
1		2	3	4	5	6	7	8
$\bar{p}p \rightarrow m(\pi^+\pi^-)x^0$		$\geq 2$	$\geq 2$	12275	0.365±0.007	0.202	0.562±0.010	0.169
		$\geq 6$	$\geq 6$	7247	0.424±0.010	0.191	0.664±0.016	0.111
		$\geq 8$	$\geq 8$	3736	0.459±0.015	0.182	0.702±0.022	0.108
Окончание табл. 1								
1		2	3	4	5	6	7	8
$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}nm(\pi^+\pi^-)x^0$		$\geq 2$	$\geq 2$	12434	0.497±0.009	0.232	0.295±0.005	0.134
		$\geq 6$	$\geq 6$	4133	0.526±0.016	0.191	0.436±0.014	0.077
		$\geq 8$	$\geq 8$	851	0.572±0.039	0.170	0.492±0.034	0.073
$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}rm(\pi^+\pi^-)x^0$		$\geq 4$	$\geq 2$	10470	0.374±0.008	0.262	0.226±0.004	0.104
		$\geq 6$	$\geq 4$	1679	0.434±0.022	0.224	0.318±0.016	0.098
		$\geq 8$	$\geq 6$	167	0.492±0.078	0.197	0.419±0.065	0.103
$\bar{p}p \rightarrow n\bar{p}\pi^+m(\pi^+\pi^-)x^0$		$\geq 2$	$\geq 1$	13337	0.399±0.007	0.269	0.285±0.005	0.168
		$\geq 6$	$\geq 5$	4359	0.458±0.014	0.210	0.442±0.014	0.119
		$\geq 8$	$\geq 7$	891	0.486±0.032	0.192	0.523±0.035	0.112
$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}r\pi^-m(\pi^+\pi^-)x^0$		$\geq 2$	$\geq 1$	9641	0.405±0.008	0.268	0.260±0.005	0.168
		$\geq 6$	$\geq 5$	1736	0.411±0.020	0.192	0.449±0.021	0.126
		$\geq 8$	$\geq 7$	356	0.439±0.047	0.171	0.550±0.058	0.125

Нас рис. 2 представлены аналогичные графики, как на рис. 1 для реакции перезарядки протона и антипротона на нейтрон и антинейтрон. Это канал неупругой перезарядки  $\bar{p}p$  – взаимодействий привлекательны тем, что число наблюдаемых заряженных мезонов одинаково в конечном состоянии с каналом антипротон-протонной аннигиляции при определенной множественности.



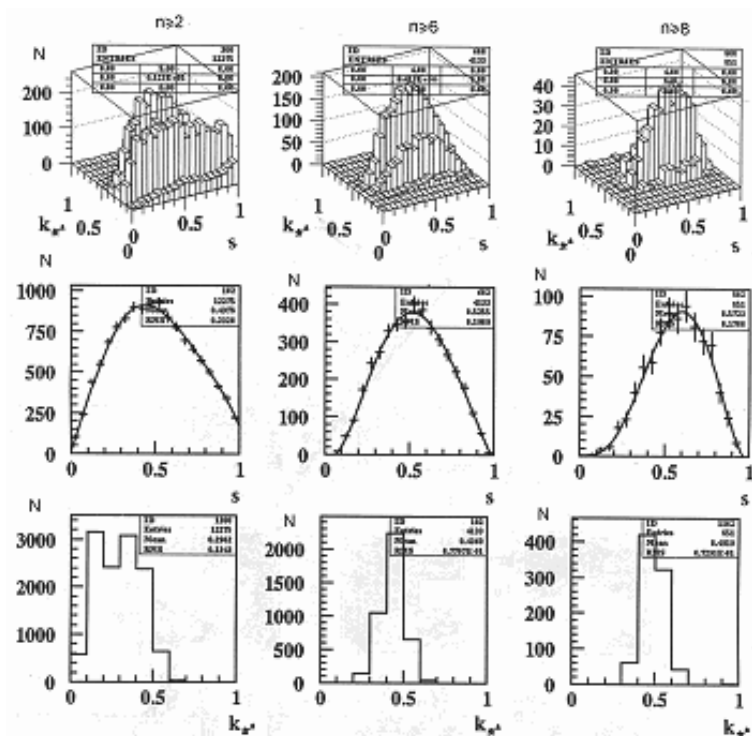


Рисунок 2 – Реакция перезарядки  $\bar{p}p \rightarrow n\bar{n}t(\pi^+\pi^-)x^0$

Прямой зависимости между коллективными переменными  $S$  и  $K_{\pi^\pm}$  не наблюдается, при этом большие значения  $S$  наблюдаются преимущественно при больших значениях  $K_{\pi^\pm}$ . Характер изменения переменных  $S$  и  $K_{\pi^\pm}$  с ростом множественности совпадает с реакцией антипротон-протонной аннигиляции (табл. 1), но вылет мезонов более сферичен в реакции перезарядки, чем в реакции аннигиляции. Распределение *сферисити* мезонов  $S$  хорошо описывается полиномом пятой степени.

На рис. 3 приведена зависимость *сферисити* событий от парциального коэффициента неупругости  $K_{\pi^\pm}$  и дифференциальные распределения этих величин в реакции  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}rt(\pi^+\pi^-)x^0$ .

Распределение *сферисити* событий и среднее значение  $\langle S \rangle$  в реакции  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}rt(\pi^+\pi^-)x^0$  отличаются от соответствующих распределений в реакции перезарядки протона и антипротона при одинаковом числе заряженных мезонов в конечном состоянии (табл. 1).

Распределение  $K_{\pi^\pm}$  в реакции (2) и (3) концентрированы в области  $K_{\pi^\pm} < 0.5$ , тогда как в антипротон-протонной аннигиляции в области  $K_{\pi^\pm} \geq 0.5$ .

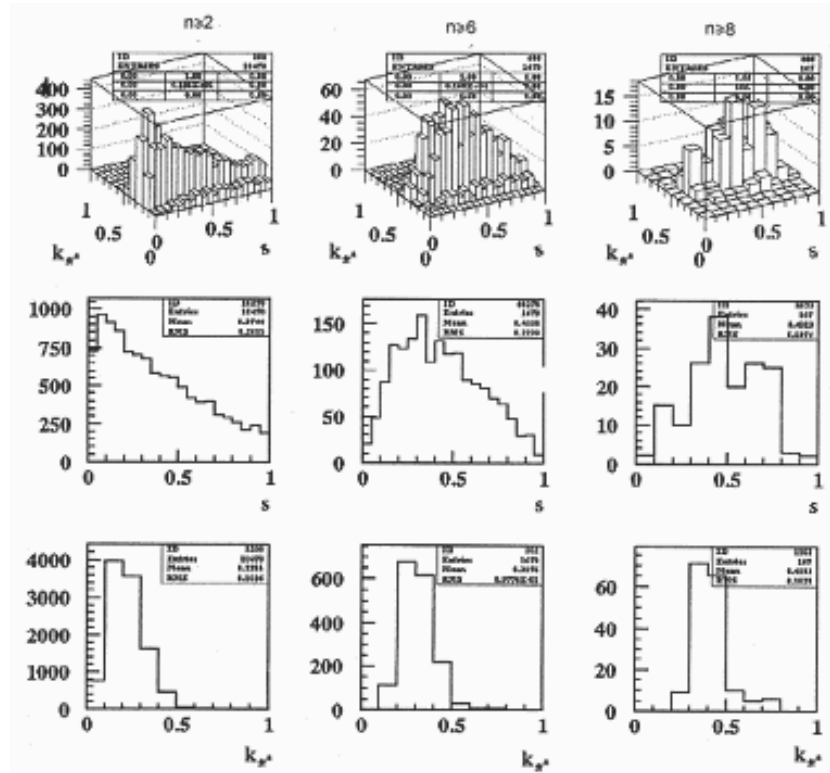


Рисунок 3 – Реакция  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}pt(\pi^+\pi^-)x^0$

На рис. 4 и 5 приведены зависимости *сферисити* от парциального коэффициента неупругости  $K_{\pi^\pm}$ , а также распределения по переменной  $S$  и  $K$  соответственно для реакции  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p\pi^+t(\pi^+\pi^-)x^0$  и  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p\pi^-t(\pi^+\pi^-)x^0$ .

Распределение по переменной  $S$  и  $K_{\pi^\pm}$  в реакции перезарядки только протона  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p\pi^+t(\pi^+\pi^-)x^0$  и в реакции перезарядки только антипротона  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p\pi^-t(\pi^+\pi^-)x^0$  схожи, а среднее значение совпадает в пределах двухкратной статистической ошибки (табл. 1) при одинаковой множественности.

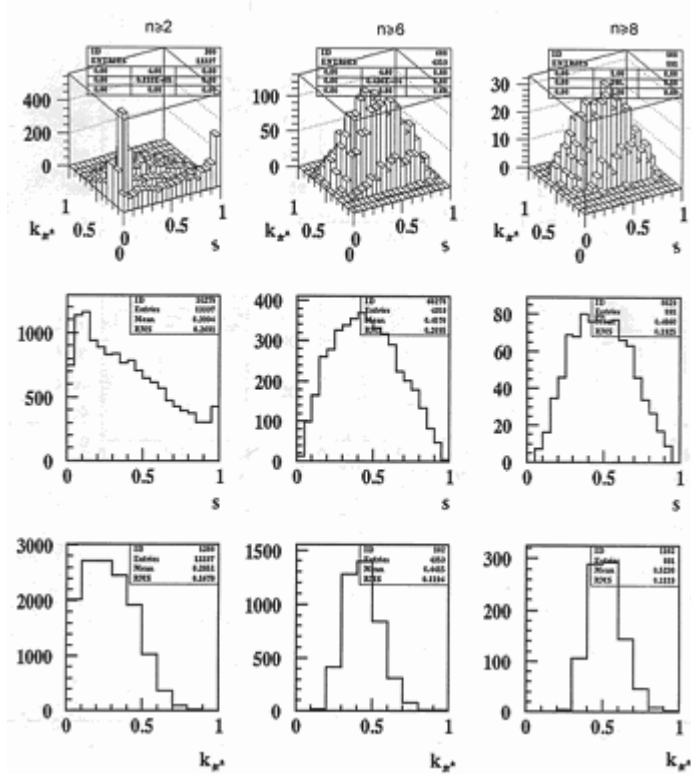


Рисунок 4 – Реакция перезарядки протон на нейтрон  $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}p\pi^+\pi^-)x^0$

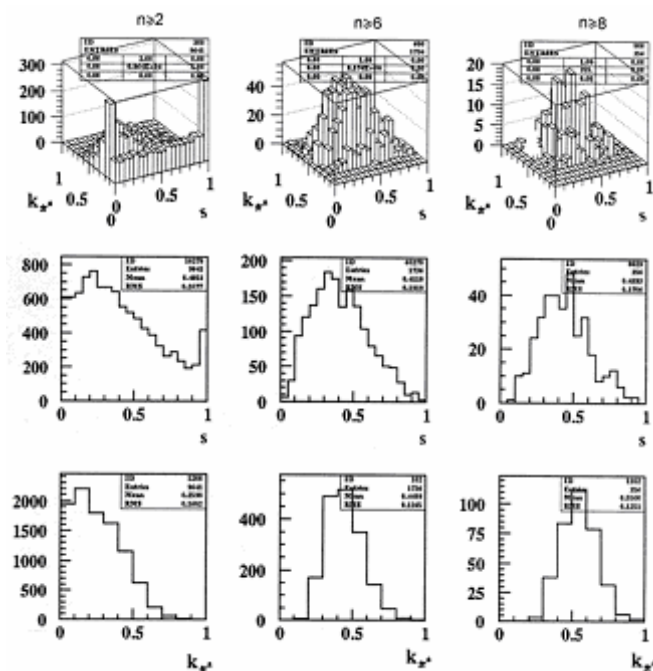


Рисунок 5 – Реакция перезарядки антипротон на антинейтрон  $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}p\pi^-\pi^+)x^0$

В заключении отметим результаты сравнительного анализа данных:

1. Из корреляционного анализа зависимости  $S$  от  $K_{\pi^\pm}$  следует, что во всех вышерассмотренных реакциях наблюдаются преимущественно большие значения сферисити при больших значениях  $K_{\pi^\pm}$ .

2. Испускание мезонов более сферично в реакции перезарядки протона и антипротона на нейтрон и антинейтрон, чем в событиях антипротон-протонной аннигиляции.

3. Распределение парциального коэффициента неупругости для заряженных мезонов в неаннигиляционном канале  $\bar{p}p$ - взаимодействий находится в области  $K_{\pi^{\pm}} < 0.5$ , в то время в аннигиляционном канале распределение  $K_{\pi^{\pm}}$  сосредоточено в области  $K_{\pi^{\pm}} > 0.5$ .

Эти результаты имеют важное значение при сопоставлении различных теоретических моделей, описывающих процессы «мягкой адронизации».

Работа выполнена благодаря гранту №1471/ГФ2 МОН РК «Исследование динамики многочастичных реакций в экспериментах на ускорителях и в космических лучах на уровне гор» по приоритету «Фундаментальные исследования в области естественных наук».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Hanson G. et. al. // Phys. Rev. Lett. 35. P.1609, 1975.
- 2 Мурзин В.С., Сарычева Л.И. // В.кн. «Взаимодействия адронов высоких энергий», Изд. «Наука», Москва, 1983.
- 3 Гришин В.Г. и др. // Ядерная физика. – 1983. – Т.37. С.915.
- 4 Боос Э.Г., Темиральев Т. и др. // Известия МОН-НАН РК. Сер. Физ.-мат.. – 2000. – № 2. – С.35.

#### Резюме

*Э. Г. Боос, Т. Темиральев, М. Избасаров, В. В. Самойлов, А. И. Федосимова*

#### ИМПУЛЬСИ 22.4 ГЭВ/С АНТИПРОТОН — ПРОТОНДЫҚ ӘРЕКЕТТЕСТІКТЕРДЕ ОҚИҒА СФЕРИСИТАСЫНЫҢ ҮЛЕСТІК СЕРПІМСІЗДІК КОЭФФИЦИЕНТІНЕ БАЙЛАНЫСТЫЛЫҒЫН ЗЕРТТЕУ

Реакцияның барлық арналарында сфериситаның жоғары мәндері үлестік серпімсіздік коэффициенті  $K_{\pi^{\pm}}$  – тің жоғары мәндерінде байқалғаны анықталды.  $\bar{p}p$  – әрекеттестіктің аннигиляциялық емес арнасында зарядталған мезондардың үлестік серпімсіздік коэффициентінің таралымы  $K_{\pi^{\pm}} < 0.5$  аймағында орналасқан, ал аннигиляциялық арнада  $K_{\pi^{\pm}}$  таралымы  $K_{\pi^{\pm}} > 0.5$  аймағында шоғырланған.

#### Summary

*E. G. Boos, T. Temiraliev, M. Izbasarov, V. V. Samoilov, A. I. Fedosimova*

#### THE INVESTIGATION OF CORRELATION OF SPHERICITY EVENTS WITH PARTIAL INELASTICITY COEFFICIENT IN ANTIPROTON – PROTON INVESTIGATIONS AT 22,4 GEV/C

It is established that in all channels of reaction big values of sphericity are observed at big values  $K_{\pi^{\pm}}$ . Distribution of partial coefficient of unelasticity for charged mesons in non-annihilation channel of  $\bar{p}p$ -interactions is placed in the area  $K_{\pi^{\pm}} < 0.5$ , at that time in the annihilation channel the distribution  $K_{\pi^{\pm}}$  is concentrated in the area  $K_{\pi^{\pm}} > 0.5$ .

*Поступила 2014 г.*

УДК 517.948.34

А. Е. МИРЗАКУЛОВА, Ж. К. АБДИКЕРИМОВА

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

## ЕКІ ҮЛКЕН ТУЫНДЫСЫНЫҢ АЛДЫНДА КІШІ ПАРАМЕТРІ БАР ИНТЕГРАЛДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕП ШЕШІМІНІҢ АСИМПТОТИКАЛЫҚ БАҒАЛАУЫ

**Аннотация.** Жұмыста екі үлкен туындысының алдында кіші параметрі бар үшінші ретті сингулярлы ауытқыған сызықты интегралды-дифференциалдық теңдеу үшін «қосымша сипаттаушы теңдеу» деп аталатын теңдеудің түбірлерінің таңбасы бірдей болған жағдайда екінүктелі шекаралық есеп қарастырылған. Жұмыста берілген теңдеуге сәйкес біртекті дифференциалдық теңдеудің іргелі шешімдер жүйесі, бастапқы және шекаралық функциялары құрылып, олардың асимптотикалық бағалаулары алынған. Бұл функциялардың көмегімен қарастырылып отырған шекаралық есеп шешімінің аналитикалық формуласы алынған. Бұл формуланың көмегімен есеп шешімінің асимптотикалық бағалауы туралы теорема дәлелденген.

**Түйін сөздер:** іргелі шешімдер жүйесі, Коши функциясы, шекаралық функциялар, сингулярлы ауытқу, кіші параметр, асимптотика

**Ключевые слова:** фундаментальная система решений, функция Коши, граничные функций, сингулярное возмущение, малый параметр, асимптотика

**Key words:** fundamental system of solutions, Cauchy function, boundary functions, small parameter, singular perturbation, asymptotics.

Екі үлкен туындыларының алдында кіші параметрі бар сингулярлы ауытқыған интегралды-дифференциалдық теңдеуге қойылған келесі түрдегі шеттік есеп қарастырайық:

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon^2 y''' + \varepsilon A(t)y'' + B(t)y' + C(t)y = F(t) + \int_0^1 H(t, x)y(x, \varepsilon)dx \quad (1)$$

$$h_1 y(t, \varepsilon) \equiv y(0, \varepsilon) = \alpha \quad h_2 y(t, \varepsilon) \equiv y'(0, \varepsilon) = \beta \quad h_3 y(t, \varepsilon) \equiv y(1, \varepsilon) = \gamma \quad (2)$$

$\varepsilon > 0$  – кіші параметр, ал  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – белгілі тұрақтылар.

Келесі төмендегі шарттар орындалсын:

I.  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$ ,  $F(t)$  функциялары  $0 \leq t \leq 1$  аралығында, ал  $H(t, x)$  функциясы  $D = \{0 \leq t \leq 1, 0 \leq x \leq 1\}$  аралығында үзіліссіз дифференциалданады

II.  $\mu^2(t) + A(t)\mu(t) + B(t) = 0$  қосымша сипаттаушы теңдеудің түбірлері  $\mu_1(t) \neq \mu_2(t)$  және  $\operatorname{Re} \mu_1(t) < 0$ ,  $\operatorname{Re} \mu_2 < 0$  болсын.

$$\text{III. } \Delta(\varepsilon) = \begin{vmatrix} h_1 y_1(t, \varepsilon) & h_1 y_2(t, \varepsilon) & h_1 y_3(t, \varepsilon) \\ h_2 y_1(t, \varepsilon) & h_2 y_2(t, \varepsilon) & h_2 y_3(t, \varepsilon) \\ h_3 y_1(t, \varepsilon) & h_3 y_2(t, \varepsilon) & h_3 y_3(t, \varepsilon) \end{vmatrix} \neq 0$$

$L_\varepsilon y(t, \varepsilon) = 0$  теңдеуінің іргелі шешімдер жүйесі

$$y_1^{(i)}(t, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^i} e^{\frac{1}{\varepsilon^0} \int_0^t \mu_1(x) dx} (\mu_1^i(t) y_{10}(t) + O(\varepsilon)), \quad i = \overline{0, 2}$$

$$y_2^{(i)}(t, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^i} e^{\frac{1}{\varepsilon^0} \int_0^t \mu_2(x) dx} (\mu_2^i(t) y_{20}(t) + O(\varepsilon)), \quad i = \overline{0, 2}$$

$$y_{30}^{(i)}(t, \varepsilon) = y_{30}^{(i)}(t) + O(\varepsilon), \quad i = \overline{0, 2}$$

түрінде анықталады [1], мұндағы  $y_{i0}(t)$ ,  $i = 1, 2$  функциялары

$$\begin{cases} (2\mu_i^2(t) + A(t)\mu_i(t))y'_{i0}(t) + (3\mu_i'(t)\mu_i(t) + A(t)\mu_i(t) + C(t))y_{i0}(t) = 0, & i = 1, 2 \\ y_{i0}(0) = 1 \end{cases}$$

есебінің шешімі болады, ал  $y_{30}(t) = e^{-\int_0^t \frac{C(x)}{B(x)} dx}$ .

**Анықтама.**

$$\begin{cases} L_\varepsilon K_i(t, s, \varepsilon) = 0 & i = \overline{1, 3} \quad j = \overline{0, 2} \\ K_i^{(j)}(s, s, \varepsilon) = \delta_{i-1, j} \end{cases} \quad (3)$$

(3) есебінің шешімі болатын  $K(t, s, \varepsilon)$  функциясы Коши функциясы деп аталады, мұндағы  $\delta_{ij}$  – Кронекер символы және келесі формуламен өрнектеледі:

$$K(t, s, \varepsilon) = \frac{W(t, s, \varepsilon)}{W(s, \varepsilon)} \quad (4)$$

$W(s, \varepsilon)$  – іргелі шешімдер жүйесінен құралған вронскиан, ал  $W(t, s, \varepsilon) - W(s, \varepsilon)$  анықтаушының үшінші жатық жолын  $y_1(t, \varepsilon)$ ,  $y_2(t, \varepsilon)$ ,  $y_3(t, \varepsilon)$  іргелі шешімдер жүйесімен алмастырылған анықтауыш.

Вронский анықтаушының асимптотикалық сипаты келесі түрде болады:

$$W(s, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^3} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (\mu_1(x) + \mu_2(x)) dx} \mu_1(s) \mu_2(s) y_{10}(s) y_{20}(s) y_{30}(s) (\mu_2(s) - \mu_1(s)) (1 + O(\varepsilon)). \quad (5)$$

(4), (5) формулалардың көмегімен Коши функциясының асимптотикалық сипатын

$$K^{(i)}(t, s, \varepsilon) = -e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_s^t \mu_1(x) dx} \frac{\mu_1^i(t) y_{10}(t)}{\varepsilon^{i-2} \mu_1(s) y_{10}(s) (\mu_2(s) - \mu_1(s))} + e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_s^t \mu_2(x) dx} \frac{\mu_2^i(t) y_{20}(t)}{\varepsilon^{i-2} \mu_2(s) y_{20}(s) (\mu_2(s) - \mu_1(s))} + \varepsilon^2 \frac{y_{30}^{(i)}(t)}{y_{30}(s) \mu_1(s) \mu_2(s)} + O\left(\varepsilon^3 + \varepsilon^{3-i} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_s^t \mu(x) dx}\right), \quad (6)$$

$i = \overline{0, 2}$  аламыз.

**Анықтама.**

$$\begin{cases} L_\varepsilon \Phi_i(t, \varepsilon) = 0 \\ h_k \Phi_i(t, \varepsilon) = \delta_{ki} \end{cases}, \quad i = \overline{1, 3} \quad k = \overline{1, 3} \quad (7)$$

(7) есебінің шешімі болатын  $\Phi_i(t, \varepsilon)$ ,  $i = \overline{1, 3}$  функциялары шекаралық функциялар деп аталады және келесі формуламен анықталады:

$$\Phi_i(t, \varepsilon) = \frac{\Delta_i(t, \varepsilon)}{\Delta(\varepsilon)}, \quad i = \overline{1, 3} \quad (8)$$

мұндағы

$$\Delta(\varepsilon) = \begin{vmatrix} h_1 y_1(t, \varepsilon) & h_1 y_2(t, \varepsilon) & h_1 y_3(t, \varepsilon) \\ h_2 y_1(t, \varepsilon) & h_2 y_2(t, \varepsilon) & h_2 y_3(t, \varepsilon) \\ h_3 y_1(t, \varepsilon) & h_3 y_2(t, \varepsilon) & h_3 y_3(t, \varepsilon) \end{vmatrix},$$

ал  $\Delta_i(t, \varepsilon)$ ,  $i = \overline{1,3} - \Delta(\varepsilon)$  анықтаушының  $i$  – ші жатық жолын  $y_1(t, \varepsilon)$ ,  $y_2(t, \varepsilon)$ ,  $y_3(t, \varepsilon)$  іргелі шешімдер жүйесімен алмастырылған анықтауыш.

$\Delta(\varepsilon)$  анықтаушының асимптотикалық сипаты келесі түрде болады:

$$\Delta(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} y_{30}(1)(\mu_2(0) - \mu_1(0))(1 + O(\varepsilon)) \neq 0 \quad (9)$$

(8), (9) формулалардың көмегімен шекаралық функциялардың асимптотикалық сипаттарын аламыз:

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(i)}(t, \varepsilon) &= e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_1(x) dx} \frac{\mu_1^i(t) y_{10}(t) \mu_2(0)}{\varepsilon^i \mu_2(0) - \mu_1(0)} - e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_2(x) dx} \frac{\mu_2^i(t) y_{20}(t) \mu_1(0)}{\varepsilon^i \mu_2(0) - \mu_1(0)} + \\ &+ O\left( \varepsilon^{1-i} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx} \right), \quad i = \overline{0,2}. \\ \Phi_2^{(i)}(t, \varepsilon) &= -e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_1(x) dx} \frac{\mu_1^i(t) y_{10}(t)}{\varepsilon^{i-1} \mu_2(0) - \mu_1(0)} + e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_2(x) dx} \frac{\mu_2^i(t) y_{20}(t)}{\varepsilon^{i-1} \mu_2(t) - \mu_1(t)} + \\ &+ O\left( \varepsilon^{2-i} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx} \right), \quad i = \overline{0,2}. \\ \Phi_3^{(i)}(t, \varepsilon) &= -e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_1(x) dx} \frac{\mu_1^i(t) y_{10}(t) \mu_2(0)}{\varepsilon^i y_{30}(1)(\mu_2(0) - \mu_1(0))} + e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_2(x) dx} \frac{\mu_2^i(t) y_{20}(t) \mu_1(0)}{\varepsilon^i y_{30}(1)(\mu_2(t) - \mu_1(t))} + \\ &+ \frac{y_{30}^{(i)}(t)}{y_{30}(1)} + O\left( \varepsilon + \varepsilon^{1-i} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx} \right), \quad i = \overline{0,2}. \end{aligned} \quad (10)$$

(1) теңдеудің оң жағына белгілеу енгізейік:

$$z(t, \varepsilon) = F(t) + \int_0^1 H(t, x) y(x, \varepsilon) dx \quad (11)$$

Онда  $L_\varepsilon y = z(t, \varepsilon)$  дифференциалдық теңдеудің шешімін келесі түрде іздейміз:

$$y(t, \varepsilon) = C_1 \Phi_1(t, \varepsilon) + C_2 \Phi_2(t, \varepsilon) + C_3 \Phi_3(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K(t, s, \varepsilon) z(s, \varepsilon) ds \quad (12)$$

мұндағы  $\Phi_1(t, \varepsilon)$ ,  $\Phi_2(t, \varepsilon)$ ,  $\Phi_3(t, \varepsilon)$  – шекаралық функциялар,  $K(t, s, \varepsilon)$  – Коши функциясы, ал  $z(t, \varepsilon)$  – белгісіз функция.

(12) функцияны (11) теңдікке қойып, келесі өрнекті аламыз:

$$z(t, \varepsilon) = F(t) + \int_0^1 H(t, \varepsilon) \left( C_1 \Phi_1(x, \varepsilon) + C_2 \Phi_2 + C_3 \Phi_3 + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^x K(x, s, \varepsilon) z(s, \varepsilon) ds \right) dx \quad (13)$$

(13) теңдіктегі соңғы қос интегралдың ретін алмастырып,

$$z(t, \varepsilon) = F(t) + C_1 \int_0^1 H(t, x) \Phi_1(x, \varepsilon) dx + C_2 \int_0^1 H(t, x) \Phi_2(x, \varepsilon) dx + C_3 \int_0^1 H(t, x) \Phi_3(x, \varepsilon) dx + \\ + \int_0^1 z(s, \varepsilon) ds \frac{1}{\varepsilon^2} \int_s^1 H(t, x) K(x, s, \varepsilon) dx$$

теңдігін аламыз. Қосымша белгілеулер енгізсек, төмендегідей Фредгольмнің 2-ші текті интегралдық теңдеуін аламыз:

$$z(s, \varepsilon) = f(t, \varepsilon) + \int_0^1 H(t, s, \varepsilon) z(s, \varepsilon) ds \quad (14)$$

мұндағы

$$f(t, \varepsilon) = F(t) + C_1 \int_0^1 H(t, x) \Phi_1(x, \varepsilon) dx + C_2 \int_0^1 H(t, x) \Phi_2(x, \varepsilon) dx + C_3 \int_0^1 H(t, x) \Phi_3(x, \varepsilon) dx$$

$$f(t, \varepsilon) = F(t) + C_1 \int_0^1 H(t, x) \Phi_1(x, \varepsilon) dx + C_2 \int_0^1 H(t, x) \Phi_2(x, \varepsilon) dx + C_3 \int_0^1 H(t, x) \Phi_3(x, \varepsilon) dx$$

$$H(t, s, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^2} \int_s^1 H(t, x) K(x, s, \varepsilon) dx.$$

1 саны  $H(t, s, \varepsilon)$  өзегінің меншікті мәні болмасын.

Онда (14) интегралдық теңдеудің шешімі бар, жалғыз болады және келесі түрде болады:

$$z(t, \varepsilon) = f(t, \varepsilon) + \int_0^1 R(t, s, \varepsilon) f(s, \varepsilon) ds \quad (15)$$

мұндағы  $R(t, s, \varepsilon) - H(t, s, \varepsilon)$  өзегінің резольвентасы.

(15) теңдікті (13) функцияға қойып, шешімнің аналитикалық формуласын аламыз:

$$y(t, \varepsilon) = \sum_{i=1}^3 C_i \left[ \Phi_i(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K(t, s, \varepsilon) \varphi_i(s, \varepsilon) ds \right] + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K(t, s, \varepsilon) \bar{F}(s) ds \quad (16)$$

мұндағы  $\Phi_1(t, \varepsilon)$ ,  $\Phi_2(t, \varepsilon)$ ,  $\Phi_3(t, \varepsilon)$  – шекаралық функциялар,  $K(t, s, \varepsilon)$  - Коши функциясы, ал  $C_i$ ,  $i = \overline{1,3}$  – белгісіз тұрақтылар,  $R(t, s, \varepsilon) - H(t, s, \varepsilon)$  өзегінің резольвентасы,

$$\varphi_i(s, \varepsilon) = \int_0^1 \bar{H}(s, x) \Phi_i(x, \varepsilon) dx, \quad i = \overline{1,3}$$

$$\bar{H}(s, \varepsilon) = H(s, \varepsilon) + \int_0^1 R(t, p, \varepsilon) H(p, \varepsilon) dp. \quad (17)$$

$$\bar{F}(s) = F(s) + \int_0^1 R(t, p, \varepsilon) F(p) dp.$$



(16) шешімге (2) шекаралық шарттарды колданып,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  коэффициенттерін анықтаймыз:

$$C_1 = \alpha$$

$$C_2 = \beta$$

$$C_3 = \frac{\gamma - \frac{\alpha}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \varphi_1(s, \varepsilon) ds - \frac{\beta}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \varphi_2(s, \varepsilon) ds - \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \overline{F}(s) ds}{1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \varphi_3(s, \varepsilon) ds}.$$

Сонымен келесі теорема дұрыс болады:

**Теорема 1.** Егер I-IV шарттар орындалса, (1), (2) шеттік есебінің  $0 \leq t \leq 1$  аралығында шешімі бар, жалғыз болады және шешім келесі түрде болады:

$$y^{(i)}(t, \varepsilon) = \alpha(\Phi_1^{(i)}(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K^{(i)}(t, s, \varepsilon) \varphi_1(s, \varepsilon) ds) + \beta(\Phi_2^{(i)}(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K^{(i)}(t, s, \varepsilon) \varphi_2(s, \varepsilon) ds) + \frac{\gamma - \frac{\alpha}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \varphi_1(s, \varepsilon) ds - \frac{\beta}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \varphi_2(s, \varepsilon) ds - \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \overline{F}(s) ds}{1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^1 K(1, s, \varepsilon) \varphi_3(s, \varepsilon) ds}.$$

$$\cdot (\Phi_3^{(i)}(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K^{(i)}(t, s, \varepsilon) \varphi_3(s, \varepsilon) ds) + \frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^t K^{(i)}(t, s, \varepsilon) \overline{F}(s) ds, \quad i = 0, 1, 2 \quad (18)$$

мұндағы  $\Phi_1(t, \varepsilon)$ ,  $\Phi_2(t, \varepsilon)$ ,  $\Phi_3(t, \varepsilon)$  – шекаралық функциялар,  $K(t, s, \varepsilon)$  – Коши функциясы, ал  $C_i$ ,  $i = \overline{1, 3}$  – белгісіз тұрақтылар,  $R(t, s, \varepsilon) - H(t, s, \varepsilon)$  өзегінің резольвентасы,  $\varphi_i(s, \varepsilon)$ ,  $i = \overline{1, 3}$ ,  $\overline{H}(s, \varepsilon)$ ,  $\overline{F}(s)$  функциялары (17) формуламен анықталады.

(10), (17) формулалардың көмегімен  $\varphi_i(t, \varepsilon)$ ,  $i = \overline{1, 3}$  функциялардың асимптотикалық сипаттарын аламыз:

$$\varphi_1(s, \varepsilon) = -\varepsilon \frac{\mu_1(0) + \mu_2(0)}{A(0)} \cdot \left( H(s, 0) + \int_0^1 R_0(s, p) H(p, x) dp \right) + O(\varepsilon^2),$$

$$\varphi_2(s, \varepsilon) = \varepsilon^2 \frac{1}{A(0)} \cdot \left( H(s, 0) + \int_0^1 R_0(s, p) H(p, x) dp \right) + O(\varepsilon^3), \quad (19)$$

$$\varphi_3(s, \varepsilon) = \int_0^1 \left[ H(s, 0) + \int_0^1 R_0(s, p) H(p, x) dp \right] e^{-\frac{x C(p)}{1 B(p)} dx}.$$

мұндағы  $R_0(t, s) - R(t, s, \varepsilon)$  өзегінің басты бөлігі.

**Теорема 2.** Егер I-IV шарттар орындалса, (1), (2) шеттік есебінің шешімі үшін  $\varepsilon \rightarrow 0$  ұмтылғанда келесі асимптотикалық бағалаулар орындалады:

$$\begin{aligned}
 |y(t, \varepsilon)| &\leq C \left( |\alpha| + \varepsilon |\beta| + |\gamma| + \varepsilon \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right) e^{-\gamma \frac{t}{\varepsilon}} + C \left( \varepsilon |\alpha| + \varepsilon^2 |\beta| + |\gamma| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right), \\
 |y'(t, \varepsilon)| &\leq \frac{C}{\varepsilon} \left( |\alpha| + \varepsilon |\beta| + |\gamma| + \varepsilon \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right) e^{-\gamma \frac{t}{\varepsilon}} + C \left( \varepsilon |\alpha| + \varepsilon^2 |\beta| + |\gamma| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right), \\
 |y''(t, \varepsilon)| &\leq \frac{C}{\varepsilon^2} \left( |\alpha| + \varepsilon |\beta| + |\gamma| + \varepsilon \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right) e^{-\gamma \frac{t}{\varepsilon}} + C \left( \varepsilon |\alpha| + \varepsilon^2 |\beta| + |\gamma| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right)
 \end{aligned} \quad (20)$$

**Дәлелдеуі:** (18) шешімге (6),(10),(19) асимптотикалық бағалаулардың көмегімен (20) асимптотикалық бағалауларды аламыз.

Теорема 2-ден шығатын қорытынды:  $t = 0$  нүктесінде

$$y(0, \varepsilon) \equiv O(1), \quad y'(0, \varepsilon) \equiv O(1), \quad y''(0, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right)$$

(1), (2) шеттік есебінің шешімі  $0$  ретті екінші дәрежелі бастапқы секіріске ие болады.

#### ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР:

1 Нургабыл Д.Н., Уайсов А.Б. О граничных скачках линейных дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных // Вестник ЖГУ им. И. Жансугурова.. – 2012. – № 4. – С.17-21.

#### REFERENCES

1 Nurgabyl D.N., Uaisov A.B. O granichnykh skachkax lineinykh differentsialnykh uravnenii s malym parametroм pri starshix proizvodnykh // Vestnik JGU im. Jansugurova. – 2012. – № 4. – S.17-21.

#### Резюме

*А. Е. Мирзакулова, Ж. К. Абдикеримова,*

(КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы)

#### АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНТЕГРО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ ПРИ ДВУХ СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ

В работе рассматривается сингулярно возмущенная краевая задача для линейного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка с малым параметром при двух старших производных при условии, что корни дополнительного характеристического уравнения имеют одинаковые знаки. В работе построена фундаментальная система решений, начальные и граничные функции сингулярно возмущенного однородного дифференциального уравнения, получены их асимптотические оценки. С помощью начальных и граничных функции получена явная аналитическая формула решений. Доказана теорема об асимптотической оценке решения рассматриваемой краевой задачи.

#### Summary

*E. Mirzakulova, Zh. K. Abdikerimova*

(KazNU n.a. al-Farabi, Almaty)

#### ASYMPTOTIC ESTIMATES OF SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR INTEGRO DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH A SMALL PARAMETER IN THE HIGHEST DERIVATIVES

The thesis deals with the singularly perturbed boundary value problem for third order linear integro-differential equation with a small parameter in the highest derivatives, provided that the roots of additional distinctive equation have same signs. In this paper for a singularly-perturbed homogeneous differential equation are constructed a fundamental system of solutions, initial and boundary functions, and their asymptotic estimates are derived. With initial and boundary functions are obtained explicit analytical formula solutions. The theorem about asymptotic estimate of a solution of boundary value problem is proved.

Поступила 2014 г.

А. Ж. БИБОСИНОВ, Д. Т. ШИГАЕВ, С. С. СУНДЕТКАЗИН

(ДТОО «Институт ионосферы», г. Алматы, Казахстан)

## МЕТОДЫ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ ГЕОРАДИОЛОКАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

**Аннотация.** В данной статье описаны принцип работы и преимущество георадара, а так же показана методика диагностирования и оценка технического состояния гидротехнических сооружений георадиолокационными методами. Приведены георадарные обследования гидротехнических сооружений приборами неразрушающего контроля.

**Ключевые слова:** ионосфера, гидротехнические сооружения, георадар.

**Тірек сөздер:** ионосфера, гидротехникалық ғимараттар, георадар.

**Keywords:** ionosphere, GPR waterworks, GPR.

**Введение.** На сегодняшний день благодаря использованию одним из самых уникальных и современных геофизических приборов – георадаром, который предоставляет уникальный шанс работать, так называемый, экологичный «неразрушающий» метод подпочвенного исследования в различных структурах. Изобретение георадара и его применение в различных сферах деятельности человека позволило значительно снизить производственные затраты.

Успешность решения широкого круга задач георадаром заложена в принципе его действия. Геофизические измерения позволяют определить физические характеристики слоев грунта и сделать выводы об их строении и структуре материала с поверхности земли и/или воды. Принцип же работы георадара основан на использовании классических принципов радиолокации [1].

Выбор длительности импульса определяется необходимой глубиной зондирования и разрешающей способностью прибора. Излучаемый в исследуемую среду импульс отражается от находящихся в ней предметов или неоднородностей среды, имеющих отличную от среды диэлектрическую проницаемость или проводимость, принимается приемной антенной, усиливается в широкополосном усилителе, преобразуется в цифровой вид при помощи аналого-цифрового преобразователя и запоминается для последующей обработки. Скорость распространения волн записывается через равные промежутки вдоль одной линии. На основании таких радарограмм рассчитывается 2-D-отображение подземных слоев, которое показывает картину расположения границ слоев и положение изолированных объектов. Исследуемой средой для георадара может быть любой материал: грунт, железобетон, бетон, кирпичная стена и др.

Исследования георадара активно и успешно проводит и в сфере обследования гидротехнических сооружений (ГТС). Достоинством метода является высокая производительность и высокая разрешающая способность, как в плане, так и по глубине. Глубинность исследования - от первых десятков сантиметров до первых десятков метров [2].

Проблема безопасности гидротехнических сооружений тесно связана с историей отечественной и мировой гидротехники, проектированием и строительством гидроузлов, плотин, каналов, гидроэлектростанций.

Несвоевременно выявленные и не устранённые дефекты и повреждения нередко перерастают в серьезные конструктивные нарушения гидротехнических сооружений и невозможность их дальнейшей эксплуатации. Поэтому важно правильно и своевременно оценить состояние сооружения и предусмотреть мероприятия по ремонту их повреждений на ранней стадии развития. Существующие на сегодняшний день методы определения эксплуатационной надежности подобных гидротехнических сооружений относятся к визуальным и используют разрушающие методы ударного воздействия, точность измерения которых недостаточна.

Общей целью обследования технического состояния гидротехнических сооружений являются выявление степени физического износа, причин, обуславливающих их состояние, фактической работоспособности элементов и разработка мероприятий по обеспечению их эксплуатационных параметров, а также описание технического состояния.

Техническое состояние гидротехнических сооружений при проведении эксплуатационного мониторинга определяется с применением приборов неразрушающего контроля на основе выявления таких факторов, как:

- геометрические размеры конструкций и их сечений;
- наличие трещин, а также отколов и разрушений;
- количественные параметры прогибов и деформаций конструкций;
- фактические значения сцепления арматуры с бетоном после длительной эксплуатации элементов сооружения;
- наличие разрыва арматуры;
- степень коррозии бетона и арматуры.

Эксплуатационный мониторинг длительно эксплуатируемых гидротехнических сооружений включает проведение следующих этапов.

- 1) Информационное и техническое обеспечение.
- 2) Подготовительный этап.
- 3) Визуальный осмотр обследуемых гидротехнических сооружений.
- 4) Обследование гидротехнических сооружений приборами неразрушающего контроля.
- 5) Анализ материалов проведенного эксплуатационного мониторинга технического состояния гидротехнических сооружений с применением приборов неразрушающего контроля [3].

Основными параметрами, подвергаемыми неразрушающему контролю в железобетонах, являются прочность, величина защитного слоя, влажность, морозоустойчивость, влагонепроницаемость и ряд других. Так же на долговечность железобетонной конструкции существенное влияние оказывают величина защитного слоя бетона и наличие на нем дефектов – трещин, раковин, пор, и т.д. Защитный слой предохраняет арматуру от доступа влаги, кислорода, агрессивных веществ и газов. Арматурные стержни, имеющие небольшой защитный слой или значительные дефекты в нем, подвергаются коррозии в первую очередь.

При проведении оценки технического состояния гидротехнических сооружений использовались приборы неразрушающего контроля, приборы по определению геометрических характеристик их дефектов и повреждений, георадар ОКО-2.

Георадар имеет в своем составе антенный блок, в который входят приемная и передающая антенны, блок управления (БУ) и устройство отображения, в качестве которого используются портативный компьютер или специализированный блок обработки (БО), предназначенный для работы в сложных климатических условиях (мороз, дождь, снег, яркое солнце) и защищенный от механических воздействий.

Для точной пространственной привязки профилей наблюдения используются датчики перемещения [4].

Исследование состояния грунтов, залегающие в основании гидротехнических сооружений, в том числе динамические изменения свойств грунтов в процессе многолетней эксплуатации, представляет собой актуальную и весьма важную задачу. Одними из интересных и информативных результатов обследования мы покажем Каратомарское водохранилище которое расположена на реке Тобол,

При выполнении георадарного профилирования на Каратомарском водохранилище были проведены 8 продольных профилей по 200-250 метров в длину по гребню и верхнему бьефу плотины, глубиной зондирования свыше 10 метров (Рисунок 1).

В результате обработки и интерпретации георадарного профиля № 0003 была обнаружена зона разуплотнения и зоны повышенной влажности в теле плотины. На георадарном профиле четко проявляются геологические слои и границы разуплотнения в точках от 160 до 215 метров на глубине до 6 метров от уровня гребня дамбы. Зафиксирована граница зоны распределения, при котором в грунтах происходит перераспределение напряженного состояния, приводящее к развитию трещин разрыва в поперечном направлении, относительно продольной оси дамбы. Понятие «зона разуплотнения» в данной терминологии означает, что грунт в этой зоне менее плотен, чем в окружающих слоях. Полости (пустоты) в основании отсутствуют, так как они имеют характерный «радиообраз» - неоднократно повторяющийся сигнал из-за переотражения волн в полости, чего при выполнении работ не обнаружено. Также зафиксирована особо повышенная зона

влажности в теле плотины на отметке 115-155 метрах глубиной проницаемости до 2 метров, что может так же привести к образованию аномальных зон в теле плотины.

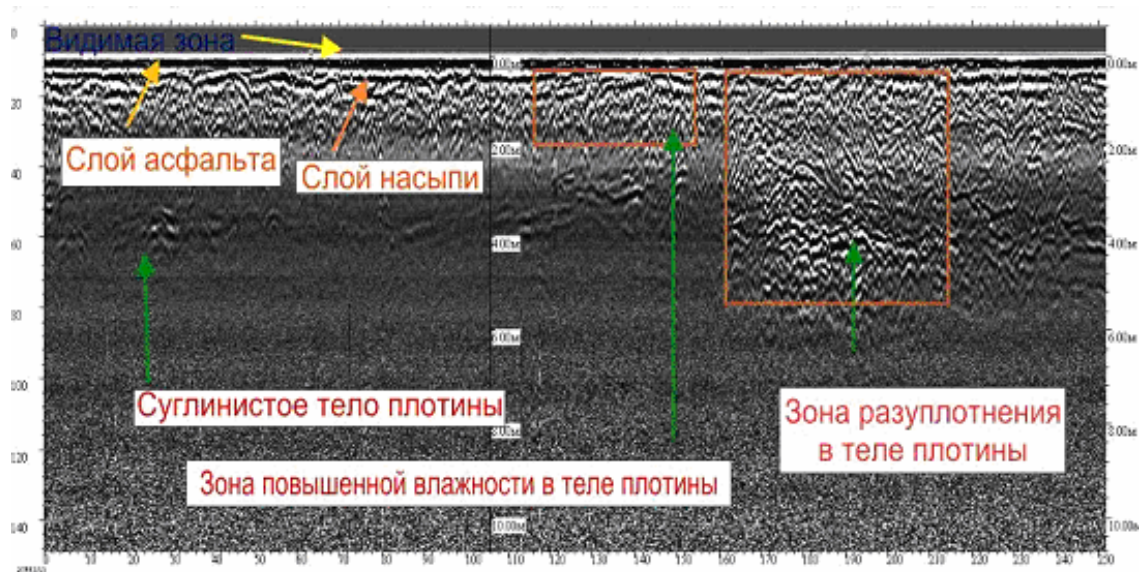


Рисунок 1 – Продольный профиль № 0003 по геофизическому исследованию с водохранилища Каратомар

Так же как и Каратомарское водохранилище, очень интересным является и Шардаринское водохранилище в близ города Шардара на реке Сырдария. И здесь используется профилирование с применением цветовой гаммы, и контрастности (рисунок 2).

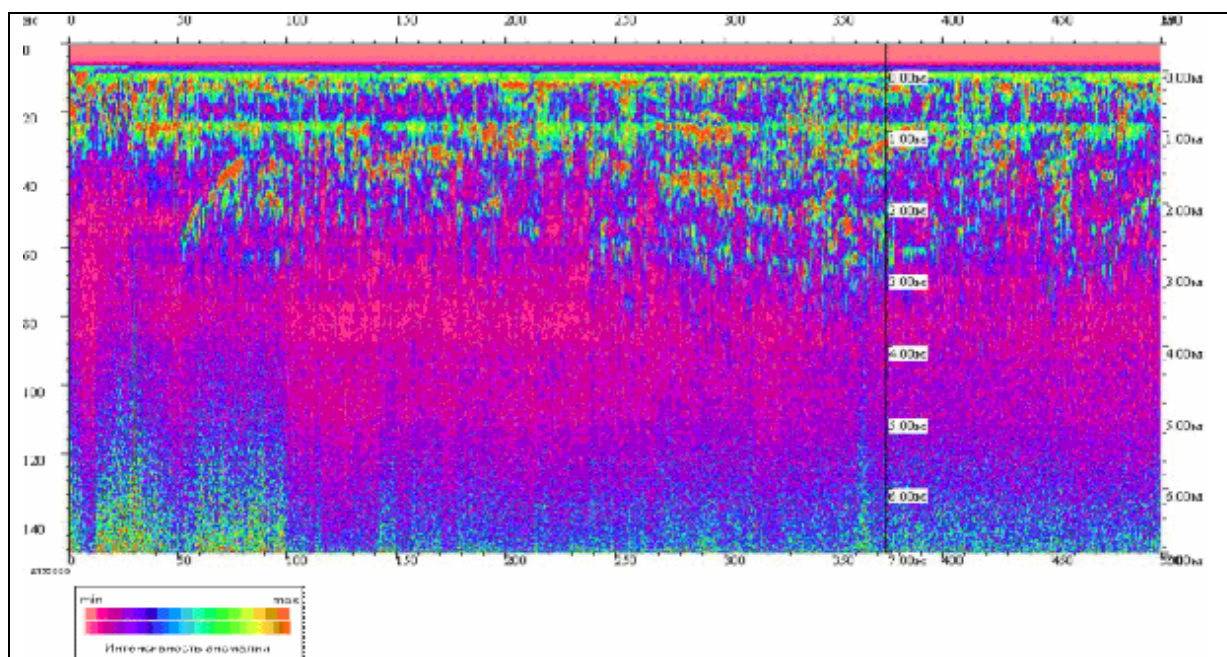


Рисунок 2 – Продольный профиль № 0001 по геофизическому исследованию с водохранилища Шардара

В результате обработки и интерпретации георадарного профиля 0001 были обнаружены аномальные зоны в теле плотины. На георадарном профиле в интенсивной цветовой гамме четко проявляется степень аномальных зон по глубине и длине их залегания. Зафиксированы участки аномальных зон и возможные зоны влагонасыщения естественной фильтрации, указанные в нижней части георадарограммы [5].

**Заключение.** Использование георадарного (GPR) метода и в сочетании с имеющимися данными о структуре грунтов позволила неразрушающими методами контроля с поверхности получить специализированную информацию по изолированным структурам и границам слоев, а так – же установить распределение различных материалов в сооружении. При этом усовершенствована технология наземно-космического мониторинга ГТС и ИС, позволяющая оперативно обнаружить, отследить и измерить потенциально опасные проявления в бетонных и земляных конструкциях сооружений, а также провести необходимые мероприятия по ликвидации возможных аварий и чрезвычайных ситуаций.

Используя георадарные технологии в оценке современного состояния ГТС и ИС мы можем получить максимально точные и достоверно характеризующие обследованные сооружения, в соответствии с современными мировыми требованиями к исследованию водохозяйственных объектов.

*Работа выполнена по РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности» в рамках темы «Разработать методы математического моделирования и спутни-ковых исследований напряженно-деформированного состояния системы «грунт-сооружение» для промышленных агломераций и городов с высотной застройкой».*

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Колосов М.А., Моргунов К.П., Коган Г.В. *Использование георадарных методов исследования грунтов оснований камеры шлюза, Журнал университета водных коммуникаций. 2009. № 4. С. 29-33.*
- 2 Саламов А.М., Габиров Ф.Г. *Изучение оползневых процессов на Баиловском склоне в г. Баку методом вертикального электрического зондирования. А.М. Саламов, Ф.Г. Габиров, Инженерные изыскания. 2010. № 11. С. 36-41.*
- 3 Белозеров А.А., Кулижников А.М. *Применение георадаров для обследования оползневых участков автомобильных дорог, Георадары-дороги. 2002. Материалы Межд. научн.-практ. конф., АГТУ, г. Архангельск, 2002. С. 67-73.*
- 4 Бандурин М.А. *Обследование состояния оросительных лотковых каналов азовской оросительной системы неразрушающими методами. Научный журнал КубГАУ, № 24(8), 2006.*

#### REFERENCES

- 1 Kolosov M.A., Morgounov K.P., Kogan G.V. *Ispolzovanie GPR soil testing methods vosnovany lock chamber, Journal of University of Water Communications. 2009. № 4. P. 29-33.*
- 2 Salamov A.M., Gabibov F.G. *The study of landslide processes Bail slope in Baku by vertical electrical sounding. A.M. Salamov, F.G. Gabibov, Surveying. 2010. № 11. С. 36-41.*
- 3 Beloserov A.A., Kulizhnikov A.M. *Application of ground penetrating radar survey for landslide road sections, GPR-road. 2002. Proceedings of Int. nauchn. Conf. conf., ASTU, Arkhangelsk. 2002. P. 67-73.*
- 4 Bandurin M.A. *Survey of irrigation channels launder Azov irrigation system by non-destructive methods. KubGAU scientific journal, № 24 (8), 2006.*

#### Резюме

*А. Ж. Бибосинов, Д. Т. Шигаев, С. С. Сундетказин*

(«Ионосфера институты» ЕЖШС «Ұлтық Ғарыштық Зерттеулер мен технологиялар орталығы» АО, Алматы қаласы)

#### МЕТОДЫ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИИ ГЕОРАДИОЛОКАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

Бұл мақалада георадардың жұмыс істеу ұстанымдары мен артықшылықтары қарастырылған, және диагностикалаудың әдістемесі мен гидротехникалық ғимараттың техникалық қалпын бақылаудың тәсілі көрсетілген. Тікелей жерді қазбай, бетінен аспаптармен тексерілген гидротехникалық ғимараттардың георадарлық зертеулері берілген.

**Тірек сөздер:** ионосфера, гидротехникалық ғимараттар, георадар.

#### Summary

*A.ZH. Bibosynov, D. T. Shigaev, S. S. Sundetkazin*

(Institute of Ionosphere, National Center for Space Research and Technology, Almaty)

#### METHODS OF DIAGNOSIS AND EVALUATION TECHNICAL STATE OF HYDRAULIC STRUCTURES BY GPR

This article describes the principles and advantages of GPR, as well as the technique of diagnosis and evaluation of technical condition waterworks of GPR methods. GPR survey shows waterworks as nondestructive testing devices.

**Keywords:** ionosphere, GPR waterworks, GPR.

Поступила 2014 г.

И. О. ОРАЗОВ, А. Ш. ШАЛДАНБАЕВ

(Южно-Казахстанский государственный университет им.М.Ауезова,  
Шымкент, Республика Казахстан)**ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ  
С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ**

**Аннотация.** Бұл еңбекте аргументі ауытқыған бірінші ретті дербес туындылы тендеу үшін Дирихле есебі қарастырылды.

**Ключевые слова:** оператор Штурм-Лиувилля, собственные функций, присоединенные функций.

**Тірек сөздер:** Штурм-Лиувиллдің операторы, меншікті функциялар, қосарлас функциялар.

**Keywords:** the operator of Sturm-Liouville, own functions, attached functions.

Постановка задачи. Пусть  $D$  – область состоящая из верхней полуполосы  $D^+ = \{x = -\pi, x = \pi, y \geq 0\}$  и из нижнего треугольника  $D^- = \triangle ABC$ , где  $A = A(-\pi, 0)$ ,  $B = B(\pi, 0)$ ,  $C = C(0, -\pi)$ .

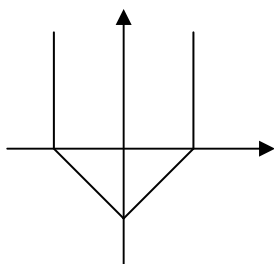


Рисунок 1

Рассмотрим в этой области  $D = D^+ \cup D^-$  задачу Дирихле; Найти дважды непрерывно дифференцируемую в области  $D$  и непрерывно дифференцируемую в  $\bar{D}$  решение уравнения

$$u_x(x, y) + \sqrt{sqny} u_y(-x, y) = 0 \quad (1)$$

удовлетворяющего следующей условию Дирихле

$$u|_{x=-\pi} = 0 \quad (2)$$

$$u|_{AC} = f(x), \quad u|_{BC} = q(x), \quad (3)$$

$$u(x, y) \Rightarrow 0 \quad \text{равномерно при } y \rightarrow +\infty \quad (4)$$

где функций  $f(x), q(x)$  – непрерывно дифференцируемы и удовлетворяют дополнительных условию,

$$f(-\pi) = 0, \quad f'(0) + q'(\pi) = 0 \quad (5)$$

Полученные результаты. Если  $y \geq 0$ , то уравнение (1) примет вид

$$u_x(x, y) + u_y(-x, y) = 0 \quad (6)$$

Тогда полагая  $v(x, y) = u(-x, y)$  имеем  $v_x = -u_x(-x, y)$ ,  $v_y = u_y(-x, y)$ ,  $u_x + v_y = 0$ ; заменив

$x$  на  $-x$  в уравнении (6) получим  $u_x(-x, y) + u_y(x, y) = 0$  или  $-v_x + u_y = 0$ . В итоге мы получили систему уравнений

$$\begin{cases} u_x + v_y = 0, \\ -v_x + u_y = 0 \end{cases}$$

где  $v(x, y) = u(-x, y)$ . Исключив из этой системы уравнений неизвестную  $v(x, y)$  получим уравнение Лапласа

$$u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (7)$$

для неизвестной функций  $u(x, y)$ .

Если  $y < 0$ , то аналогичные вычисления показывают, что функция  $u(x, y)$  является решением волнового уравнения:

$$\begin{aligned} y < 0, \quad u_x(x, y) + iu_y(-x, y) = 0, \quad v = u(-x, y), \quad v_x = -u_x(-x, y), \quad v_y = u_y(-x, y), \\ u_x + iv_y = 0; \\ u_x(-x, y) + iu_y(x, y) = 0, \quad -v_x + iu_y = 0, \quad -v_x + iu_y = 0, \quad u_{xx} + iv_{yx} = 0, \quad -v_{xy} + iu_{yy} = 0, \\ u_{xx} - u_{yy} = 0 \end{aligned}$$

Таким образом уравнение при  $y < 0$  примет вид волнового уравнения

$$u_{xx} - u_{yy} = 0 \quad (8)$$

Внутри характеристического треугольника  $\Delta ABC$  функция  $u(x, y)$  является решением задачи Гурса для волнового уравнения. Так как общее решение уравнения (8) имеет вид

$$u(x, y) = \varphi(x + y) + \psi(x - y) \quad (9)$$

то из уравнения (3) имеем

$$\begin{aligned} \varphi(-\pi) + \psi[x - (-x - \pi)] &= f(x), \\ \varphi(x + x - \pi) + \psi(\pi) &= q(x) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \varphi(-\pi) + \psi(2x + \pi) &= f(x) \\ \varphi(2x - \pi) + \psi(\pi) &= q(x) \end{aligned}$$

Отсюда полагая  $2x + \pi = \xi$ ,  $2x - \pi = \eta$ , получим

$$x = \frac{\xi - \pi}{2}, \quad x = \frac{\eta + \pi}{2}.$$

и

$$\begin{aligned} \varphi(-\pi) + \psi\left(\frac{\xi - \pi}{2}\right) &= f\left(\frac{\xi - \pi}{2}\right), \\ \varphi(\eta) + \psi(\pi) &= q\left(\frac{\eta + \pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \psi\left(\frac{\xi - \pi}{2}\right) &= f\left(\frac{\xi - \pi}{2}\right) - \varphi(-\pi), \\ \varphi(\eta) &= q\left(\frac{\eta + \pi}{2}\right) - \psi(\pi) \end{aligned}$$

При  $\xi = \pi$  имеем  $\psi(\pi) = f(0) - \varphi(-\pi)$ ,  $\varphi(\pi) + \psi(-\pi) = f(0) = q(0)$



Следовательно, решением задачи Гурса будет функция

$$u(x, y) = q\left(\frac{x+y+\pi}{2}\right) + f\left(\frac{x-y-\pi}{2}\right) - \varphi(-\pi) - \psi(\pi) = q\left(\frac{x+y+\pi}{2}\right) + f\left(\frac{x-y-\pi}{2}\right) - q(0).$$

Переходя к пределу при  $y \rightarrow 0$  получим граничное условие для верхней части нашей задачи

$$u\Big|_{y=0} = q\left(\frac{x+\pi}{2}\right) + f\left(\frac{x-\pi}{2}\right) - q(0) \quad (10)$$

Полагая  $x = -\pi$  в этом равенстве и учитывая условие (2) имеем

$$q(0) + f(-\pi) - q(0) = f(-\pi) = 0$$

Теперь найдем условия согласования в точке  $B$ . Продифференцировав равенство (8) по  $x$  и положив  $x = \pi$  получим

$$\left[ \frac{1}{2} q'\left(\frac{x+\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} f'\left(\frac{x-\pi}{2}\right) \right]_{x=\pi} = \frac{1}{2} [q'(\pi) + f'(0)] = 0$$

Следовательно,  $q'(\pi) + f'(0) = 0$ .

В верхней части области  $D$  наше уравнение совпадает с уравнением Лапласа и задача принимает вид задачи Дирихле для полубесконечной полосы:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} u\Big|_{x=-\pi} = u_x\Big|_{x=\pi} = 0, \\ u\Big|_{AB} = q\left(\frac{x+\pi}{2}\right) + f\left(\frac{x-\pi}{2}\right) - q(0), \\ \lim_{y \rightarrow +\infty} u = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

равномерно относительно  $x$ .

Для решения этой задачи воспользуемся первоначальным уравнением (1).

При  $y \geq 0$  уравнение (1) примет вид

$$u_x(x, y) + u_y(-x, y) = 0 \quad (13)$$

Полагая  $u(x, y) = v(x) \cdot w(y)$  имеем

$$v_x \cdot w(y) + v(-x) \cdot w_y = 0$$

$$\frac{v_x}{v(-x)} + \frac{w_y}{w(y)} = 0$$

Пусть  $\frac{v_x}{v(-x)} = \lambda$ ,  $\frac{w_y}{w(y)} = -\lambda$ , тогда

$$w(y) = A(\lambda) \cdot e^{-\lambda y} \quad (14)$$

а для функции  $v_x$  получим спектральную задачу:

$$\begin{cases} v_x = \lambda v(-x), \\ v(-\pi) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Продифференцировав это уравнение имеем

$$v_{xx} = -\lambda \cdot v_x(-x) = -\lambda \cdot \lambda \cdot v(x) = -\lambda^2 v(x)$$

Следовательно, спектральная задача (15) сводится к неклассической задаче Штурма-Лиувилля

$$-v_{xx} = \lambda^2 v \quad (16)$$

$$v(-\pi) = 0 = v_x(\pi) \tag{17}$$

$$v_x = \lambda \cdot v(-x) \tag{18}$$

От обычной задачи Штурма-Лиувилля эта задача отличается наличием дополнительного условия (18).

Общее решение уравнения (16) имеет вид

$$v(x) = A(\lambda)\cos \lambda x + B(\lambda)\sin \lambda x \tag{19}$$

Коэффициентов  $A(\lambda)$ ,  $B(\lambda)$  находим с помощью условия (17), (18). Продифференцировав полученное решение и подставив в (18) имеем

$$v'_x = -A(\lambda)\lambda \sin \lambda x + \lambda B(\lambda)\cos \lambda x = \lambda A(\lambda)\cos \lambda x - \lambda B(\lambda)\sin \lambda x$$

$$[\lambda B(\lambda) - \lambda A(\lambda)] \cdot \cos \lambda x + [\lambda B(\lambda) - \lambda A(\lambda)] \cdot \sin \lambda x = 0,$$

$$\lambda[B(\lambda) - A(\lambda)] \cdot [\cos \lambda x + \sin \lambda x] = 0.$$

Так как  $\cos \lambda x + \sin \lambda x \neq 0$ , то

$$\lambda[B(\lambda) - A(\lambda)] = 0.$$

Отсюда либо  $\lambda = 0$ , либо  $B(\lambda) - A(\lambda) = 0$ . Если  $\lambda = 0$ , то  $v_{xx} = 0$  и  $v(x) = ax + b$ , где  $a, b$  – произвольные постоянные. Тогда из граничного условия (17) получим  $a = 0$ ,  $b = 0$  т.е.  $v(x) \equiv 0$ . Следовательно, значение  $\lambda = 0$  не является собственным значением нашей задачи. Таким образом

$$B(\lambda) = A(\lambda) \tag{20}$$

при  $\lambda \neq 0$  и  $A(0) = B(0) = 0$  при  $\lambda = 0$ .

С учетом условия (20) наше решение принимает вид

$$v(x, \lambda) = A(\lambda)[\cos \lambda x + \sin \lambda x] \tag{21}$$

Подставив (21) в граничное условие (17) получим  $A(\lambda)[\cos \lambda \pi - \sin \lambda \pi] = 0$ ,

$$v_x(\pi) = \lambda A(\lambda)[-\sin \lambda \pi + \cos \lambda \pi] = 0. \tag{22}$$

Из этих равенств видно, что второе условие равенств (17) выполняется автоматически. Поэтому это условие можно снять. Из (22) видно, что  $\operatorname{tg} \lambda \pi = 1$ ,  $\lambda_n \pi = n\pi + \frac{\pi}{4}$ ,

$$\lambda_n = n + \frac{1}{4}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Таким образом собственными значениями и собственными функциями задачи (15) являются

$$\lambda_n = n + \frac{1}{4}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$1 = \int_{-\pi}^{\pi} v_n^2(x) dx = \int_{-\pi}^{\pi} A_n^2 (\cos \lambda_n x + \sin \lambda_n x)^2 dx = \int_{-\pi}^{\pi} A_n^2 (1 + 2 \sin \lambda_n x \cdot \cos \lambda_n x) dx =$$

Коэффициенты  $A_n$  находим из условия нормировки:

$$\int_{-\pi}^{\pi} A_n^2 (1 + \sin 2\lambda_n x) dx = A_n^2 \cdot 2\pi - \frac{\cos 2\lambda_n x}{2\lambda_n} \Big|_{-\pi}^{\pi} = 2\pi \cdot A_n^2, \quad A_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.$$

Решение нашей задачи ищем в виде

$$v(x, y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} B_n e^{-\lambda_n y} v_n(x).$$

Если учтем условия убывания, то должны полагать, что  $B_n = 0$  при  $n < 0$ . Тогда

$$u(x, \lambda) = \sum_0^{+\infty} e^{-\lambda_n y} v_n(x),$$

но функции  $\{v_n(x)\}$  – могут оказаться неполной в  $L_2(-\pi, \pi)$ , поэтому сохраним все члены ряда.

Таким образом решение задачи ищем в виде

$$u(x, y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} A_n \cdot \frac{\left[ \cos\left(n + \frac{1}{4}\right)x + \sin\left(n + \frac{1}{4}\right)x \right]}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\left(n + \frac{1}{4}\right)y}$$

Из начального условия на  $AB$  имеем

$$q\left(\frac{x+\pi}{2}\right) + f\left(\frac{x-\pi}{2}\right) - q(0) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_n}{\sqrt{2\pi}} \left[ \cos\left(n + \frac{1}{4}\right)x + \sin\left(n + \frac{1}{4}\right)x \right],$$

следовательно,

$$A_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ q\left(\frac{x+\pi}{2}\right) + f\left(\frac{x-\pi}{2}\right) - q(0) \right] \cdot \left[ \cos\left(n + \frac{1}{4}\right)x + \sin\left(n + \frac{1}{4}\right)x \right] dx.$$

Для сходимости полученного ряда достаточно, чтобы

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} |A_n| e^{-\left(n + \frac{1}{4}\right)\pi} + \sum_0^{+\infty} |A_n| < +\infty.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969. – 529 с.
- 2 Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. Киев: Наукова думка, 1977. – 329 с.
- 3 Леонтьев А.Ф. Целые функций. Ряды экспонент. М.: Наука, 1983. – 176 с.
- 4 Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени. // Известия АН РК, серия физ.-мат. 2000. № 3. С.29-34.

#### References

- 1 Naimark M.A. Lineinye differencial'nye operatory. M.: Nauka, 1969. – 528 (in Russ.).
- 2 Marchenko V.A. Operatory Shturma-Liuvillya i ih prilozheniya. Kiev: Nauka dumka, 1977. – 332 (in Russ.).
- 3 Leont'ev A.Ph. Celye funkicii. Ryady exponent. M.: Nauka, 1983, – 17 (in Russ.).
- 4 Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. O structure spectra kraevoi zadachi Shturma-Liuvillya na konechnom otrezke vremeni // Izvestiya AN RK, seriya phis.-math. 2000. № 3, 29-34(in Russ.).

#### Резюме

В данной работе исследована задача Дирихле для уравнения первого порядка с частными производными и отклоняющимся аргументом.

Поступила 2014 г.

16 июля 2014 г. на 75-м году ушел из жизни **Гонтарев Олег Георгиевич**, прекрасный человек, замечательный ученый.

Биография Гонтарева О.Г. практически неразрывно связана с наукой, ей он посвятил всю свою жизнь. С его именем связано становление и развитие радио и геофизических исследований в Казахстане. В частности, под его руководством был организован высокогорный радиополигон «Орбита» и впервые выполнены наблюдения радиоизлучения Солнца – важнейшего прогностического параметра космической погоды. При непосредственном участии Гонтарева О.Г. совместно со специалистами Цюрихского Института Астрономии (Швейцария) на радиополигоне «Орбита» были организованы спектрографические наблюдения Солнца. Радиополигон «Орбита» был включен в состав международной сети спектрографических наблюдений Солнца e-CALLISTO. Работающие спектрографы Международной сети e-CALLISTO расположены в 24 пунктах (Швейцария, Бельгия, Финляндия, Ирландия, Чешская Республика, США (Аляска), Бразилия, Мексика, Коста-Рика, Перу, Южная Африка, Австралия, Южная Корея, Монголия, Индия (Gauribidanur, Ооту), Россия (г.Иркутск), Казахстан (г. Алматы)) и позволяют круглосуточно регистрировать радиовсплески Солнца (II, III, IV типов) и прогнозировать геоэффективность вспышечной активности.



Под руководством Гонтарева О.Г. на радиополигоне «Орбита» велись новые, новые не только для Казахстана, радиофизические эксперименты по приему сигналов от геостационарных ИСЗ, что предоставляло уникальную возможность не только расширить диапазон высот наблюдения ионосферы до 2000 км, но и расширить круг решаемых задач в плане изучения физики ионосферы. Метод данного эксперимента, заключающийся в регистрации угла поворота плоскости поляризации (эффекта Фарадея) принимаемого от геостационарного ИСЗ «ETS-II» высокочастотного радиосигнала с частотой 136,112 МГц, дал качественно новые сведения о состоянии ионосферы, позволил выявить характерные особенности ионосферы для данного региона и явился одним из самых надежных средств контроля ионосферы во время возмущений.

Мы скорбим по поводу безвременной кончины **Гонтарева Олега Георгиевича** – старейшего сотрудника, много сделавшего для развития радио и геофизических исследований в Республике Казахстан.

Память об **Олеге Георгиевиче** будет жить в сердцах людей, которым посчастливилось работать с ним. Всем нам будет его не хватать.

*ДТОО «Институт ионосферы»,  
АО «Национальный центр  
космических исследований и технологий»*

## МАЗМҰНЫ

### Жұлдыздар жүйесінің динамикасы және аспан механикасының мәселелері

Дубовиченко С.Б., Әділбеков Д.Н., Ткаченко А.С. $^{10}\text{B}$ дағы радиациялық протон қармауы. I .....	3
Дубовиченко С.Б., Әділбеков Д.Н., Ткаченко А.С. $^{10}\text{B}$ дағы радиациялық протон қармауы. II .....	9
Дубовиченко С.Б., Әділбеков Д.Н., Ткаченко А.С. $^{10}\text{B}$ дағы радиациялық протон қармауы. III.....	15
Гайсина В.Н., Денисюк Э.К., Валиуллин Р.Р., Кусакин А.В., Шөмишкова С.А., Коқымбаева Р.И. NGC 4151 сейферт ғаламының айнымалылығы.....	20

### Жұлдыздар және тұмандықтарды зерттеу

Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Аймуратов Е.К. SED 90 тұмандығы құрылымының иондалуын зерттеу .....	27
Князева Л. Н. Артық түсті және $\lambda 2200\text{Å}$ жұтылу жолағының эквивалентті енінің арасындағы байланысты зерттеу.....	34
Терещенко В. М. Інім шешуімен 8 алғашқы спектрофотометрлік стандарттар үшін энергияның таралуы.....	42
Павлова Л.А. Бақылаулар және жас жұлдыздар қабығы үлгілері.....	48
Кусакин А.В., Хруслов А.В., Коқымбаева Р.И. Тянь-Шань астрономиялық обсерваториясы ZEISS-1000 телескобында жаңа айнымалы жұлдыздарды іздеу және зерттеу.....	51

### Күн жүйесіндегі денелер мен күн физикасы

Демченко Б.И., Шестакова Л.И. Органикалық бөлшектерге күн радиациясының әсері.....	60
Минасянц Г.С., Минасянц Т.М. Тыныш күн желіндегі әртүрлі химиялық элементтердегі бөлшектер ағынының қасиеттері.....	65
Шестакова Л.И. Сангрейзерлер метеориттердің ықтималды көздері.....	71
Вдовиченко В.Д., Кириченко Г.А., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г. Юпитердегі метанның жұтылу жолақтарын-дағы Үлкен Қызыл Дактың ерекшеліктері.....	77
Каримов А.М., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г., Харитонова Г.А. 2013 ж. САТУРН – аймақтық спектрофотометриясы.....	85
Диденко А.В., Усольцева Л.А. «ЭКРАН» геостационар жерсеріктердің оптикалық және динамикалық сипаттамалары.....	91
Диденко А.В., Комаров А.А., Нифонтова М.В., Усольцева Л.А. «TRANSTAGE» желісті блогының оптикалық сипаттамалары.....	96

### Теориялық және эксперименталдық зерттеулер

Яковец А.Ф., <u>Водяников В.В.</u> , Гордиенко Г.И., Абдрахманов Н., Әбдірахманов Н. GPS сигналдарының қабылдағыштың орнын анықтау кателерінің мерзімді тәуелділігін зерттеу.....	101
Яковец А.Ф., Гонтарев О.Г., Левин Ю.Н. II түрдің радиосәулелену шолптарының параметрлері бойынша массалардың короналдық атқуларының қозғалыс жылдамдығын анықтау.....	106
Сомсиков В.М., Андреев А.Б. Жаппай ортаның жақындауы туралы.....	110
Салихов Н.М., Сомсиков В.М. Жер сілкіністері ошақтарының үстінде ионосфералық радиосигналдар жиілігінің доплерлік шетке жылжуын тіркеу үшін аппараттық-бағдарламалық кешен.....	115
Крякунова О.Н., Малимбаев А.М., Цепакина И.Л., Белов А.В., Ерошенко Е.А., Янке В.Г. Жоғары жылдамдық тасқыны күн желінің короналды ойықтары, жылікке және анизотропиялық ғарыш сәулелеріне ықпалы.....	121
Савельев В.Л., Филько С.А. Кинетикалық күш пен екі бөлшекті үлестіру атқарымы әдісінде молекулалар жүйесі энергиясының сақталуы.....	126
Салихов Н.М., Пак Г.Д., Крякунова О.Н., Самойленко Т.В. Геомагнитті ұйытқулардың Жерге жақын атмосферада гамма-сәулеленудің флуктуациясы мен адамның ағзасына биотропты әсері.....	134

### Жер қыртысындағы геодинамикалық процестер зерттеуінің жер - ғарыштық әдістері

Жантаев Ж.Ш., Бреусов Н.Г., Құрманов Б.К., Хачикян Г.Я., Садықов Т.Х., Мұқашев К.М., Жуков В.В. Жер сілкіністерін болжауының ғарыштық-геофизикалық әдісті туралы.....	140
---	-----

### Теориялық және эксперименталдық зерттеулер

Алексеева Л.А. Өте жылдам көлік қозғалысы кезіндегі серпімділік теориясының шеткі есебін шешудің жалғыздығы туралы.....	149
Шыныбаев М.Д., Беков А.А., Дайырбеков С.С., Қукиев Ж.С., Серікбаева К.С., Дүйсембек М.П. Сынақ денесінің квадратуралармен берілген орталық орбитасы.....	157
Михайлов П.Г., Өжікенов Қ.А. Сенсорлық элементтердің микромеханикалық құрылымдарындағы механикалық және жылулық деформациялары.....	162
Ибадов Р.М. Ықшам импульсі бар айналмалы-инварианттық калибрленген модель.....	167
Дауылбаев М.Қ., Әділбекова М.Ж. Сингулярлы ауытқыған дифференциалдық тендеулер үшін интегралды шеттік есеп шешімінің асимптотикалық бағалауы.....	172
Нұрабдыл Д.Н., Уайсов А.Б. Туындысының жанында кішкене параметрі бар шекаралық есеп шешімінің кішкене параметр бойынша асимптотикалық жіктелісі.....	175
Әмірғалиева С.Н., Әмірғалиева Ж.Е. Дифференциалдық ойындардағы ойын есептері және операторлық конструкциялар динамикасы.....	184
Әбілдаева А.Д., Жұмбабаев А.Д. Параметрі бар Фредгольм интегралдық-дифференциалдық тендеуі үшін сызықты шеттік есебінің шешімділігі туралы.....	189
Исмаилов Н.А. Еркін Новиков алгебраларындағы алмастырмалы $S_n$ – модульдері.....	194
Боос Э. Г., Темірәлиев Т., Избасаров М., Самойлов В. В., Федосимова А. И. Импульсі 22.4 ГэВ/с антипротон – протондық әрекеттестіктерде оқиға сфериситасының үлестік серпімсіздік коэффициентіне байланыстылығын зерттеу....	197
Мырзақұлова А.Е., Ж. К. Әбдикеримова. Екі үлкен туындысының жанындағы кіші параметрі бар интегралдық дифференциалдық тендеу шеттік есепті шешуді асимптотикалық бағалау.....	203
Бибосинов А.Ж., Шигаев Д.Т., Сундетказин С.С. Георадиолокациондық әдістермен гидротехникалық құрылымдар жай-күнің техникалық бағалау және диагностикалау әдістері.....	209
Оразов И.О., Шалданбаев А.Ш. Аутқуы бар тәуелсіз айнымалы шама тендеуі үшін Дирихле есебі.....	213
Гонтарев О.Г. Қазанам.....	218

## СОДЕРЖАНИЕ

## Проблемы небесной механики и динамики звездных систем

Дубовиченко С.Б., Адильбеков Д.Н., Ткаченко А.С. Радиационный захват протона на $^{10}\text{B}$ . I.....	3
Дубовиченко С.Б., Адильбеков Д.Н., Ткаченко А.С. Радиационный захват протона на $^{10}\text{B}$ . II.....	9
Дубовиченко С.Б., Адильбеков Д.Н., Ткаченко А.С. Радиационный захват протона на $^{10}\text{B}$ . III.....	15
Гайсина В.Н., Денисюк Э.К., Валиуллин Р.Р., Кусакин А.В., Шомшекова С.А., Кокумбаева Р.И. Переменность галактики NGC 4151.....	20

## Исследование звезд и туманностей

Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Аймуратов Е.К. Исследование ионизационной структуры туманности CED.....	27
Князева Л.Н. Исследование связи между эквивалентной шириной полосы поглощения $\lambda$ 2200А и избытком цвета.....	34
Терещенко В.М. Распределение энергии для 8 первичных спектрофотометрических стандартов с разрешением 1 нм.....	42
Павлова Л.А. Наблюдения и модели оболочек молодых звезд.....	48
Кусакин А.В., Хруслов А.В., Кокумбаева Р.И. Поиск и исследование новых переменных на телескопе ZEISS-1000 Тянь-Шаньской астрономической обсерватории.....	51

## Физика Солнца и тел солнечной системы

Шестакова Л.И., Демченко Б.И. Действие Солнечной радиации на органические частицы.....	60
Минасянц Г.С., Минасянц Т.М. Свойства потоков частиц различных химических элементов в спокойном Солнечном ветре.....	65
Шестакова Л.И. Сангрейзеры как возможный источник метеоритов.....	71
Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г. Особенности большого красного пятна на Юпитере в полосах поглощения метана.....	77
Каримов А.М., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г., Харитонова Г.А. Сатурн – зональная спектрофотометрия.....	85
Диденко А.В., Усольцева Л.А. Оптические и динамические характеристики геостационарных спутников «ЭКРАН».....	91
Диденко А.В., Комаров А.А., Нифонтова М.В., Усольцева Л.А. Оптические характеристики разгонных блоков «TRANSTAGE».....	96

## Процессы в околоземном космическом пространстве

Яковец А.Ф., <u>Водяников В.В.</u> , Гордиенко Г.И., Абдрахманов Н. Исследование сезонной зависимости ошибок местоопределения приемника сигналов GPS.....	101
Яковец А.Ф., Гонтарев О.Г., Левин Ю.Н. Определение скорости движения корональных выбросов масс по параметрам всплесков радиоизлучения ii типа.....	106
Сомских В.М., Андреев А.Б. О приближении сплошной среды.....	110
Салихов Н.М., Сомских В.М. Аппаратно-программный комплекс для регистрации доплеровского сдвига частоты ионосферных радиосигналов над очагами землетрясений.....	115
Крякунова О.Н., Малимбаев А.М., Цепкина И.Л., Белов А.В., Ерошенко Е.А., Янке В.Г. Влияние высокоско- ростных потоков солнечного ветра из корональных дыр на плотность и анизотропию космических лучей.....	121
Савельев В.Л., Филько С.А. Сохранение энергии системы молекул в методе кинетической силы с двухчастичной функцией распределения.....	126
Салихов Н.М., Пак Г.Д., Крякунова О.Н., Самойленко Т.В. Влияние геомагнитных возмущений на флуктуации гамма-излучения приземной атмосферы и их биотропное действие на организм человека.....	134

## Наземно-космические методы исследования геодинамических процессов в земной коре

Жантаев Ж.Ш., Бреусов Н.Г., Курманов Б.К., Хачикян Г.Я., Садыков Т.Х., Мукашев К.М., Жуков В.В. О космогеофизическом методе прогноза сильных землетрясений.....	140
--	-----

## Теоретические и экспериментальные исследования

Алексеева Л.А. О единственности решений краевых задач теории упругости при действии сверхзвуковых транспортных нагрузок.....	149
Шинибаев М.Д., Беков А.А., Дайырбеков С.С., Кукиев Ж.С., Серикбаева К.С., Дуйсембек М.П. Промежуточная орбита пробного тела в квадратурах.....	157
Михайлов П.Г., Ожиганов К.А. Механические и тепловые деформации в микромеханических структурах сенсорных элементов.....	162
Ибадов Р.М. Вращательно-инвариантная калибровочная модель с компактным импульсным пространством.....	167
Дауылбаев М.Қ., Әділбекова М.Ж. Сингулярлы ауытқыған дифференциалдық тендеулер үшін интегралды шеттік есеп шешімінің асимптотикалық бағалауы.....	172
Нургабыл Д.Н., Уаисов А.Б. Асимптотическое разложение по малому параметру решения краевой задачи для дифференциальных уравнений с малым параметром при производных.....	175
Амиргалиева С.Н., Амиргалиева Ж.Е. Динамика игровых задач и операторные конструкции в дифференциальных играх.....	184
Абильдаева А.Д., Джумабаев А.Д. О разрешимости линейной краевой задачи для интегро- дифференциального уравнения Фредгольма с параметром.....	189
Исмаилов Н.А. Перестановочные $S_n$ – модули в свободных алгебрах Новикова.....	194
Боос Э.Г., Темиралиев Т., Избасаров М., Самойлов В.В., Федосимова А.И. Исследование корреляции Сферисити событий с парциальным коэффициентом неупругости в антипротон-протонных взаимодействиях при 22,4 ГэВ/С.....	197
Мирзакулова А.Е., Абдикеримова Ж.К. Асимптотические оценки решения краевой задачи для интегро- дифференциального уравнения с малым параметром при двух старших производных.....	203
Бибосинов А.Ж., Шигаев Д.Т., Сундетказин С.С. Методы диагностирования оценки технического состояния гидротехнических сооружений георадиолокационными методами.....	209
Оразов И.О., Шалданбаев А.Ш. Задача Дирихле для уравнения с отклоняющимся аргументом.....	213
Гонтарев О.Г. Некролог.....	218

## CONTENTS

**Problems of celestial mechanics and dynamics of stellar systems**

<i>Dubovichenko S.B., Adilbekov D.N., Tkachenko A.S.</i> Radiative proton capture on 10B. I.....	3
<i>Dubovichenko S.B., Adilbekov D.N., Tkachenko A.S.</i> Radiative proton capture on 10B. II.....	9
<i>Dubovichenko S.B., Adilbekov D.N., Tkachenko A.S.</i> Radiative proton capture on 10B. III.....	15
<i>Gaisina V.N., Denisyyuk E.K., Valiullin R.R.</i> Variability of seyfert galaxy NGC 4151.....	20

**Investigation of stars and nebulae**

<i>Kondratyeva L.N., Rspaev F.K., Aimuratov E.</i> Study of ionization structure of the nebula CED 90.....	27
<i>Knyazeva L.N.</i> Investigation of possible correlation between the equivalent width of the band $\lambda$ 2200Å and color excess.....	34
<i>Tereschenko V. M.</i> The energy distribution for 8 prime spectrophotometric standards with resolution 1nm.....	42
<i>Pavlova L.A.</i> Observations and models of the young stars envelopes.....	48
<i>Kusakin A.V., Khruslov A.V., Kokumbaeva R.I.</i> Discovery and study of new variable stars using the ZEISS -1000 telescope of the TIEN-SHAN astronomical observatory.....	51

**Physics of sun and bodies of the Solar system**

<i>Shestakova L.I., Demchenko B.I.</i> Effects of Solar radiation on organic particles.....	60
<i>Minasyants G.S. and Minasyants T.M.</i> Properties of fluxes of the particles of different Chemical elements in quiet solar wind.....	65
<i>Shestakova L.I.</i> Sungrazing comets as a potential source of meteorites.....	71
<i>Vdovichenko V.D., Kirienko G.A., Lysenko P.G., Teifel V.G.,</i> JUPITER'S great red spot peculiarities in the methane absorption bands.....	77
<i>Kirienko G.A., Lysenko P.G., Teifel V.G., Kharitonova G.A.</i> SATURN – zonal spectrophotometry in 2013.....	85
<i>Didenko A.V., Usoltseva L.A.</i> The optical and dynamical characteristics of geostationary satellites «EKРАН».....	91
<i>Didenko A.V., Komarov A.A., Nifontova M.V., Usoltseva L.A.</i> Optical characteristics of «TRANSTAGE».....	96

**Processes are in circumterrestrial spaceupper stages**

<i>Yakovets A.F., Vodyannikov V.V., Gordienko G.I., Abdrakhmanov N.</i> Seasonal dependence of errors of GPS receiverpositioning.....	101
<i>Yakovets A.F., Gontarev O.G., Levin Yu.N.</i> Coronal mass ejection speed derived from parameters of type II solar radio bursts.....	106
<i>Somsikov V.M., Andreev A.B.</i> On the continuum approach bursts.....	110
<i>Salikhov N.M., Somsikov V.M.</i> The hardware-software complex for the registration of doppler shift frequencies of ionospheric radiosignals above the earthquake center.....	115
<i>Kryakunova O.N., Malimbayev A.M., Tsepakina I.L., Belov A.V., Eroshenko E.A., Yanke V.G.</i> The effect of high wind streams from coronal holes on cosmic ray density and anisotropy.....	121
<i>Saveliev V.L., Filko S.A.</i> Energy conservation of system of molecules in kinetic force method with two-particle distribution function.....	126
<i>Salikhov N.M., Pak G.D., Kryakunova O.N., Samoilenko T.V.</i> Influence of geomagnetic disturbances on fluctuations of gamma radiation of near-surface atmosphere and their biotropic effect on human.....	134

**Ground-space methods of research of geodynamic processes are in the earth's crust**

<i>Zhantaev ZH.SH., Breusov N.G., Kurmanov B.K., Khachikyan G.YA., Sadykov T.H., K.M. Mukashev, Zhukov V.V.</i> On cosmogeophysical method of Strong-Earthquakes prediction.....	140
--	-----

**Theoretical and experimental researches**

<i>Alexeyeva L. A.</i> About uniqueness of solutions of elastodynamics boundary value problems at action of supersonic transport loads.....	149
<i>Shinibayev M.D., Bekov A.A., Daiyrbekov S.S., Kukiyyev Z.S., Serikbaeva K.S., Duysembek M.P.</i> The intermediate orbit of the trial body in quadratures.....	157
<i>Mikhailov P.G., Ozhikenov K.A.</i> Mechanical and thermal deformation in the structure of the sensory micromechanical elements.....	162
<i>Ибадов P.M. Ibadov R.M.</i> Rotation-invariant gauge model with compact pulsed space.....	167
<i>Dauylbayev M.K., Nurgabyl D.N., Adil'bekova M.Zh.</i> Asymptotic estimate of solutions of integral boundary value for singularly perturbed differential equations.....	172
<i>Nurgabyl D.N., Uaissov A.B.</i> Asymptotic expansion in the small parameter solution of boundary value problems for differential equations with a small parameter when derivatives.....	175
<i>Amirgaliyeva S.N., Amirgaliyeva Zh.E.</i> Dynamics of game tasks and operator designs in differential games.....	184
<i>Abildaeva A.D., Dzhumabaev A.D.</i> On solvability of linear boundary value problem for Fredholm Integro-differential equation with parameter.....	189
<i>Ismailova N.A.</i> Permutation $\mathfrak{S}_n$ – modules in free Novikov algebras.....	194
<i>Boos E.G., Temiraliyev T., Izbasarov M., Samoilov V.V., Fedosimova A.I.</i> The Investigation of Correlation of sphericity Events with Partial Inelasticity Coefficient in Antiproton – Proton Investigations at 22,4 GeV/c.....	197
<i>Mirzakulova E., Abdikerimova Zh.K.</i> Asymptotic estimates of solution of boundary value problem for integro-differential equations with a small parameter in the highest derivatives.....	203
<i>Bibosynov A.ZH., Shigaev D.T., Sundetkazin S.S.</i> Methods of diagnosis and evaluation technical state of hydraulic structures by GPR.....	209
<i>Orazov I.O., Haldanbaev A. H.</i> Dirichlet's problem for equalization with abundant argument.....	213
<i>Gontarev O.G.</i> Obituary.....	218

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

[www.akademiyanauk.kz](http://www.akademiyanauk.kz)

Редактор *М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина*  
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 05.06.2014.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
10,3 п.л. Тираж 300. Заказ 3.

---

---

*Национальная академия наук РК*  
*050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19*