

ISSN 2518-1726 (Online),  
ISSN 1991-346X (Print)



«ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫ» РҚБ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

**ИЗВЕСТИЯ**

РОО «НАЦИОНАЛЬНОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ  
КАЗАХСТАН»

**N E W S**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF  
SCIENCES OF THE REPUBLIC OF  
KAZAKHSTAN

**SERIES OF PHYSICS AND MATHEMATICS**

**2 (354)**

**APRIL – JUNE 2025**

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963  
PUBLISHED 4 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

#### CHIEF EDITOR:

**MUTANOV Galimkair Mutanovich**, doctor of technical sciences, professor, academician of NAS RK, acting General Director of the Institute of Information and Computing Technologies CS MES RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6506682964>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1423665>

#### EDITORIAL BOARD:

**KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich**, (Deputy Editor-in-Chief), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Advisor to the General Director of the Institute of Information and Computing Technologies of the CS MES RK, Head of the Laboratory (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**Mamyrbayev Orken Zhumazhanovich**, (Academic Secretary), PhD in Information Systems, Deputy Director for Science of the Institute of Information and Computing Technologies CS MES RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55967630400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1774027>

**BAIGUNCHEKOV Zhumadil Zhanabaevich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Institute of Cybernetics and Information Technologies, Department of Applied Mechanics and Engineering Graphics, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6506823633>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1923423>

**WOJCIK Waldemar**, Doctor of Technical Sciences (Phys.-Math.), Professor of the Lublin University of Technology (Lublin, Poland), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7005121594>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/678586>

**SMOLARJ Andrej**, Associate Professor Faculty of Electronics, Lublin polytechnic university (Lublin, Poland), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56249263000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1268523>

**KEILAN Alimkhan**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Doctor of science (Japan)), chief researcher of Institute of Information and Computational Technologies CS MES RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8701101900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1436451>

**KHAIROVA Nina**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher of the Institute of Information and Computational Technologies CS MES RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=37461441200>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1768515>

**OTMAN Mohamed**, PhD, Professor of Computer Science Department of Communication Technology and Networks, Putra University Malaysia (Selangor, Malaysia), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56036884700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/747649>

**NYSANBAYEVA Saule Yerkebulanovna**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher of the Institute of Information and Computing Technologies CS MES RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55453992600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/3802041>

**BIYASHEV Rustam Gakashevich**, doctor of technical sciences, professor, Deputy Director of the Institute for Informatics and Management Problems, Head of the Information Security Laboratory (Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6603642864>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/3802016>

**KAPALOVA Nursulu Aldazharovna**, Candidate of Technical Sciences, Head of the Laboratory cybersecurity, Institute of Information and Computing Technologies CS MES RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57191242124>,

**KOVALYOV Alexander Mikhailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of the National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Applied Mathematics and Mechanics (Donetsk, Ukraine), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/38481396>

**MIKHALEVICH Alexander Alexandrovich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of Belarus (Minsk, Belarus), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004159952>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/46249977>

**TIGHINEANU Ion Mihailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician, President of the Academy of Sciences of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

---

#### News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

##### Series of Physics and Mathematics

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA «National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan» (Almaty).

Certificate No. **KZ20VPY00113741** on the re-registration of the periodical printed and online publication of the information agency, issued on **28.02.2025** by the Republican State Institution «Information Committee» of the Ministry of Culture and Information of the Republic of Kazakhstan

Subject area: *information and communication technologies.*

Currently: *included in the list of journals recommended by the CCSES MSHE RK in the direction of «Information and communication technologies».*

Periodicity: *4 times a year.*

Editorial address: *28, Shevchenko str., of 219, Almaty, 050010, tel. 272-13-19*

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

#### БАС РЕДАКТОР:

**МҮТАНОВ Ғалымқайыр Мұтанұлы**, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР ҒЖБМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының м.а. (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=6506682964>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1423665>

#### РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ:

**ҚАЛИМОЛДАЕВ Максат Нұрәділұлы**, (бас редактордың орынбасары), физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР ҒЖБМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының кеңесшісі, зертхана меңгерушісі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**МАМЫРБАЕВ Өркен Жұмажанұлы** (ғалым хатшы), Ақпараттық жүйелер саласындағы техника ғылымдарының (PhD) докторы, ҚР ҒЖБМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» директорының ғылым жөніндегі орынбасары (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=55967630400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1774027>

**БАЙҒҮНЧЕКОВ Жұмаділ Жанабайұлы**, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Кибернетика және ақпараттық технологиялар институты, Қолданбалы механика және инженерлік графика кафедрасы, Сәтбаев университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=6506823633>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1923423>

**ВОЙЧИК Вальдемар**, техника ғылымдарының докторы (физ-мат), Люблин технологиялық университетінің профессоры (Люблин, Польша), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=7005121594>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/678586>

**СМОЛАРЖ Анджей**, Люблин политехникалық университетінің электроника факультетінің доценті (Люблин, Польша), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=56249263000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1268523>

**КЕЙЛАН Әлімхан**, техника ғылымдарының докторы, профессор (ғылым докторы (Жапония)), ҚР ҒЖБМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институтының» бас ғылыми қызметкері (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=8701101900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1436451>

**ХАЙРОВА Нина**, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҒЖБМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институтының» бас ғылыми қызметкері (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=37461441200>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1768515>

**ОТМАН Мохаммед**, PhD, Информатика, Коммуникациялық технологиялар және желілер кафедрасының профессоры, Путра университеті Малайзия (Селангор, Малайзия), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=56036884700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/747649>

**НЫСАНБАЕВА Сауле Еркебұланқызы**, техника ғылымдарының докторы, доцент, ҚР ҒЖБМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институтының» аға ғылыми қызметкері (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=55453992600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/3802041>

**БИЯШЕВ Рустам Гакашевич**, техника ғылымдарының докторы, профессор, Информатика және басқару мәселелері институты директорының орынбасары, Ақпараттық қауіпсіздік зертханасының меңгерушісі (Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=6603642864>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/3802016>

**КАПАЛОВА Нұрсұлу Алдажарқызы**, техника ғылымдарының кандидаты, ҚР ҒЖБМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты», Киберқауіпсіздік зертханасының меңгерушісі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=57191242124>,

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина Ұлттық Ғылым академиясының академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/38481396>

**МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович**, техника ғылымдарының докторы, профессор, Беларусь Ұлттық Ғылым академиясының академигі (Минск, Беларусь), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=7004159952>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/46249977>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authorid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математика сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктеуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы).

Ақпарат агенттігінің мерзімді баспасөз басылымын, ақпарат агенттігін және желілік басылымды қайта есепке қою туралы ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі «Ақпарат комитеті» Республикалық мемлекеттік мекемесі **28.02.2025** ж. берген №**KZ20VPU00113741** Куәлік.

Тақырыптық бағыты: *ақпараттық-коммуникациялық технологиялар*

Қазіргі уақытта: *«ақпараттық-коммуникациялық технологиялар» бағыты бойынша ҚР БҒМ БҒСБК ұсынған журналдар тізіміне енді.*

Мерзімділігі: *жылына 4 рет.*

Редакцияның мекен-жайы: *050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., тел.: 272-13-19*

*<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>*

© «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ, 2025

## ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР:

**МУТАНОВ Галимканр Мутанович**, доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МНВО РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6506682964>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1423665>

## Редакционная коллегия:

**КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович**, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, советник генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МНВО РК, заведующий лабораторией (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**МАМЫРБАЕВ Оркен Жумажанович**, (ученый секретарь), доктор философии (PhD) по специальности «Информационные системы», заместитель директора по науке РГП «Институт информационных и вычислительных технологий» Комитета науки МНВО РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55967630400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1774027>

**БАЙГУНЧЕКОВ Жумадил Жанабаевич**, доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, Институт кибернетики и информационных технологий, кафедра прикладной механики и инженерной графики, Университет Саппаева (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6506823633>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1923423>

**ВОЙЧИК Вальдемар**, доктор технических наук (физ.-мат.), профессор Люблинского технологического университета (Люблин, Польша), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7005121594>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/678586>

**СМОЛАРЖ Анджей**, доцент факультета электроники Люблинского политехнического университета (Люблин, Польша), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56249263000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1268523>

**КЕЙЛАН Алимхан**, доктор технических наук, профессор (Doctor of science (Japan)), главный научный сотрудник РГП «Института информационных и вычислительных технологий» КН МНВО РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8701101900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1436451>

**ХАЙРОВА Нина**, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник РГП «Института информационных и вычислительных технологий» КН МНВО РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=37461441200>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1768515>

**ОТМАН Мохамед**, доктор философии, профессор компьютерных наук, Департамент коммуникационных технологий и сетей, Университет Путра Малайзия (Селангор, Малайзия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56036884700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/747649>

**НЫСАНБАЕВА Сауле Еркебулановна**, доктор технических наук, доцент, старший научный сотрудник РГП «Института информационных и вычислительных технологий» КН МНВО РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55453992600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/3802041>

**БИЯШЕВ Рустам Гакашевич**, доктор технических наук, профессор, заместитель директора Института проблем информатики и управления, заведующий лабораторией информационной безопасности (Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6603642864>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/3802016>

**КАПАЛОВА Нурсулу Алдажаровна**, кандидат технических наук, заведующий лабораторией кибербезопасности РГП «Института информационных и вычислительных технологий» КН МНВО РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57191242124>,

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/38481396>

**МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович**, доктор технических наук, профессор, академик НАН Беларуси (Минск, Беларусь), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004159952>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/46249977>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

---

**«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».**

**ISSN 2518-1726 (Online),**

**ISSN 1991-346X (Print)**

Собственник: *Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).*

Свидетельство о постановке на переучет периодического печатного издания, информационного агентства и сетевого издания № **KZ20VPU00113741**. Дата выдачи **28.02.2025**

Тематическая направленность: *информационно-коммуникационные технологии.*

В настоящее время: *вошел в список журналов, рекомендованных КОКШВО МНВО РК по направлению «информационно-коммуникационные технологии».*

Периодичность: *4 раза в год.*

Адрес редакции: *050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, оф. 219, тел.: 272-13-19*  
<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан», 2025

## CONTENTS

## INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES

<b>O. Auyelbekov, E. Bostanov, R. Berkutbayeva, A. Seidildayeva, I. Musabekova</b> ANALYSIS OF AGRICULTURAL YIELDS IN KAZAKHSTAN USING UNMANNED AERIAL VEHICLES AND AI.....	12
<b>S.T. Akhmetova, S.U. Ismailov, A.A. Batyrbekov, A.S. Ismailova</b> PREREQUISITES FOR CREATION OF A VIRTUAL 3D MODEL OF AN UNMANNED UNIVERSAL CROPPING TRACTOR.....	33
<b>A. Bekarystankyzy, O. Mamyrbayev, D. Oralbekova, A. Yerimbetova, M. Turdalyuly</b> TESTING THE AUDIO-TEXT DATASET FOR KAZAKH LANGUAGE USING THE CONFORMER ENCODER.....	50
<b>G. Bekmanova, M. Kantureeva, A. Omarbekova, B. Ergesh, A. Zakirova</b> THE USE AND IMPACT ASSESSMENT OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN HIGHER EDUCATION.....	61
<b>N.S. Yesmukhamedov, S. Sapakova, Syed Abdul Rahman Al-Haddad, D. Daniyarova</b> DEVELOPMENT OF AN INFORMATION SYSTEM ARCHITECTURE FOR HEALTHCARE INSTITUTIONS USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE.....	74
<b>T. Zhukabayeva, V. Desnitsky, Y. Mardenov, N. Karabayev</b> INFORMATION SECURITY INCIDENT MANAGEMENT IN IIOT SYSTEMS WITH EDGE COMPUTING.....	92
<b>M. Ilesbay, A. Tynymbayev, S. Mambetov, A. Barakova, O. Joldasbayev</b> INTEGRATED METHOD OF INFORMATION PROTECTION BASED ON DATA COMPRESSION, ENCRYPTION AND SEPARATION.....	107
<b>B.A. Karibayev, N. Meirambekuly, M. Ibraim, A.S. Baikenov, G.B. Ikhsan</b> DESIGN OF A SIX-ELEMENT S-BAND ANTENNA ARRAY FOR CUBESAT.....	125
<b>N. Karymsakova, K. Ozhikenov, M. Bolysbek, R. Beisembekova</b> ARCHITECTURE OF THE MEDICAL REHABILITATION PLATFORM.....	140

<b>D. Kuanyshbay, A. Shoiynbek, K. Rabbany, A. Bekarystankyzy, A. Mukhametzhanov</b> COMPARISON OF MACHINE LEARNING AND REINFORCEMENT LEARNING FOR DEPRESSION RECOGNITION FROM SPEECH.....	155
<b>E. Nysanov, Zh. Kemelbekova, E. Abdrashova, S. Kurakbaeva, A. Baydibekova</b> MODELING AND CALCULATION OF THE FLOW OF THREE-PHASE MEDIA WITH VARIABLE CONCENTRATIONS.....	169
<b>B. Orazbaev, Z. Kuzhukhanova, K. Orazbaeva, A. Kishubaeva</b> DEVELOPMENT OF MODELS OF ATMOSPHERIC AND RECTIFICATION COLUMNS IN PRIMARY OIL REFINING.....	181
<b>D. Rakhimova, A. Sarsenbayeva, A. Turarbek, A. Auezova</b> THE USE OF DEEP LEARNING TO IMPROVE THE ACCURACY OF ANSWERS IN MULTILINGUAL QUESTION-AND-ANSWER SYSTEMS...	196
<b>L. Rzayeva, D. Pogolovkin, A. Myrztatay</b> DEVELOPMENT OF A MODULAR NLP-BASED CORRESPONDENCE ANALYSIS SERVICE FOR DIGITAL FORENSICS.....	212
<b>A.T. Sankibayev, I. Makhambayeva, K. Kanibaikyzy, A. Temirbek</b> MODELING OF VIBRATIONAL PROCESSES IN WOLFRAM MATHEMATICA SYSTEM.....	234
<b>N.M. Temirbekov, A.K. Turarov</b> NUMERICAL SOLUTION OF THE DIRECT AND INVERSE PROBLEM OF GAS LIFT OIL PRODUCTION PROCESS BY THE METHOD OF CONJUGATE EQUATIONS.....	251
<b>Z. Utemaganbetov, Kh. Ramazanova, K. Bizhanova, R. Assylbayeva</b> AN ANALYTICAL AND NUMERICAL METHOD FOR TRANSFERRING BOUNDARY CONDITIONS FOR A ONE-DIMENSIONAL DIFFUSION EQUATION.....	280
<b>M. Khizirova, K. Chezhimbayeva, A. Kassimov, M. Yermekbayev</b> RESEARCH ON DISTRIBUTION TRAFFIC AND DISTRIBUTION METHODS IN VANET NETWORKS.....	294
<b>K. Yakunin, D. Kusain, R.I. Mukhamediev, N. Yunicheva, N. Kuldeyev</b> INTEGRATION OF FLIGHT PATH PLANNING PROGRAMS AND CONTROL SYSTEMS OF UNMANNED AERIAL VEHICLES.....	317



## МАЗМҰНЫ

### АҚПАРАТТЫҚ-КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР

<b>Ө. Әуелбеков, Е. Бостанов, Р. Беркутбаева, А. Сейдилдаева, І. Мусабекова</b> ҚАЗҚАСТАНДА АУЫЛ ШАРУАШЫЛЫҒЫ ӨНІМДІЛІГІН ҰШҚЫШСЫЗ ҰШУ АППАРАТТАРЫ МЕН ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТ КӨМЕГІМЕН ТАЛДАУ.....	12
<b>С.Т. Ахметова, С.У. Исмаилов, А.А. Батырбеков, А.С. Исмаилова</b> ЖҮРГІЗУШІСІЗ ӘМБЕБАП ЕГІН ЕГЕТІН ТРАКТОРДЫҢ ВИРТУАЛДЫ 3D МОДЕЛІН ҚҰРУДЫҢ АЛҒЫ ШАРТТАРЫ.....	33
<b>А. Бекарыстанқызы, О. Мамырбаев, Д. Оралбекова, А. Еримбетова, М. Тұрдалыұлы</b> CONFORMER ШИФРЛАУШЫСЫН ҚОЛДАНЫП ҚАЗАҚ ТІЛІНДЕ АУДИО- МӘТІН ТҮРІНДЕ ЖИНАЛҒАН МӘЛІМЕТТЕР ҚОРЫН СЫНАУ.....	50
<b>Г.Т. Бекманова, М.А. Кантуреева, А.С. Омарбекова, Б. Ж. Ергеш, А.Б. Закирова</b> ЖОҒАРЫ БІЛІМ БЕРУДЕ ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТТІ ҚОЛДАНУ ЖӘНЕ ӘСЕРІН БАҒАЛАУ.....	61
<b>Н.С. Есмұхамедов, С. Сапақова, Сайд Абдул Рахман Әл-Хаддад, Д. Даниярова,</b> МЕДИЦИНАЛЫҚ МЕКЕМЕЛЕРГЕ АРНАЛҒАН ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТТІ ҚОЛДАНАТЫН АҚПАРАТТЫҚ ЖҮЙЕ АРХИТЕКТУРАСЫН ӘЗІРЛЕУ.....	74
<b>Т. Жукабаева, В. Десницкий, Е. Марденов, Н. Карабаев</b> ПОТ-ЖҮЙЕЛЕРІНДЕГІ АҚПАРАТТЫҚ ҚАУІПСІЗДІК ИНЦИДЕНТТЕРІН ШЕТКІ ЕСЕПТЕУЛЕРДІ ПАЙДАЛАНА ОТЫРЫП БАСҚАРУ.....	91
<b>М.А. Ілесбай, Ә.Б. Тынымбаев, С.Т. Мамбетов, А.Ш. Баракова, О.К. Джолдасбаев</b> ДЕРЕКТЕРДІ СЫҒУ, ШИФРЛАУ ЖӘНЕ БӨЛУ НЕГІЗІНДЕ АҚПАРАТТЫ ҚОРҒАУДЫҢ БІРІКТІРІЛГЕН ӘДІСІ.....	107
<b>Б.А. Қарибаев, Н. Мейрамбекұлы, М. Ибраим, А.С. Байкенов, Г.Б. Ихсан</b> SUBESAT ҮШІН АЛТЫ ЭЛЕМЕНТТІ S-ДИАПАЗОНДЫ АНТЕННА ТОРЫН ЖОБАЛАУ.....	125
<b>Н.Т. Қарымсақова, К.А. Ожикенов, М.Е. Болысбек, Р.Н. Бейсембекова</b> МЕДИЦИНАЛЫҚ ОҢАЛТУ ПЛАТФОРМА АРХИТЕКТУРАСЫ.....	140

<b>Д. Қуанышбай, А. Шойынбек, К. Раббани, А. Мұхаметжанов, Б. Мералиев</b> СӨЙЛЕУ АРҚЫЛЫ ДЕПРЕССИЯНЫ ТАҢУ ҮШІН МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ МЕН КҮШЕЙТУ АРҚЫЛЫ ОҚЫТУДЫ САЛЫСТЫРУ.....	155
<b>Е.А. Нысанов, Ж.С. Кемельбекова, Э.Т. Абдрашова, С.Ж. Куракбаева, А.О. Байдибекова</b> АЙНЫМАЛЫ КОНЦЕНТРАЦИЯЛЫ ҮШ ФАЗАЛЫ ОРТАЛАРДЫҢ АҒЫНЫН МОДЕЛЬДЕУ ЖӘНЕ ЕСЕПТЕУ.....	169
<b>Б. Оразбаев, Ж. Кужуханова, К. Оразбаева, А. Кишубаева</b> МҰНАЙДЫ БАСТАПҚЫ ӨНДЕУ КЕЗІНДЕ АТМОСФЕРАЛЫҚ ЖӘНЕРЕТИФИКАЦИЯЛЫҚКОЛОНОЛАРЫНЫҢ МОДЕЛЬДЕРІН ӘЗІРЛЕУ.....	181
<b>Д. Рахимова, А. Сарсенбаева, Ә. Турарбек, Ә. Ауезова</b> КӨП ТІЛДІ СҰРАҚ-ЖАУАП ЖҮЙЕЛЕРІНДЕ ЖАУАПТАРДЫҢ ДӘЛДІГІН АРТТЫРУ ҮШІН ТЕРЕҢ ОҚЫТУДЫ ҚОЛДАНУ.....	196
<b>Л. Рзаева, Д. Поголовкин, А.Мырзатай</b> ЦИФРЛЫҚ КРИМИНАЛИСТИКА ҮШІН NLP НЕГІЗІНДЕГІ МОДУЛЬДІК ХАТ АЛМАСУДЫ ТАЛДАУ ҚЫЗМЕТІН ӘЗІРЛЕУ.....	212
<b>А.Т. Санкибаев, И. Махамбаева, К. Канибайқызы, А. Темирбек</b> ТЕРБЕЛІСТЕР ҮДЕРІСІН WOLFRAM МАТНЕМАТИСА ЖҮЙЕСІНДЕ МОДЕЛДЕУ.....	234
<b>Н.М. Темирбеков, А.К. Тураров</b> МҰНАЙ ӨНДІРУДІҢ ГАЗЛИФТТІК ПРОЦЕСІНІҢ ТУРА ЖӘНЕ КЕРІ ЕСЕПТЕРІН ТҮЙІНДЕС ТЕНДЕУЛЕР ӘДІСІМЕН САНДЫҚ ШЕШУ.....	251
<b>З. Утемаганбетов, Х. Рамазанова, К. Бижанова, Р. Асылбаева</b> БІРӨЛШЕМДІ ДИФФУЗИЯ ТЕНДЕУІ ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ШАРТТАРДЫ КӨШІРУДІҢ АНАЛИТИКАЛЫҚ-САНДЫҚ ӘДІСІ.....	280
<b>М. Хизирова, К. Чезимбаева, А. Касимов, М. Ермекбаев</b> VANET ЖЕЛІЛЕРІНДЕ ТАРАТУ ТРАФИГІН ЖӘНЕ ТАРАТУ ӘДІСТЕРІН ЗЕРТТЕУ.....	294
<b>К. Якунин, Д. Құсайын, Равиль И. Мухамедиев, Н. Юничева, Н. Кульдеев</b> ҰШУ МАРШРУТТАРЫН ЖОСПАРЛАУ БАҒДАРЛАМАЛАРЫ МЕН ҰШҚЫШСЫЗ ҰШУ АППАРАТТАРЫН БАСҚАРУ ЖҮЙЕЛЕРІН ҰШТАСТЫРУ.....	317



## СОДЕРЖАНИЕ

## ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

<b>О. Ауелбеков, Е. Бостанов, Р. Беркутбаева, А. Сейдилдаева, И. Мусабекова</b> АНАЛИЗ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ УРОЖАЙНОСТИ В КАЗАХСТАНЕ С ПОМОЩЬЮ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ И ИИ.....	12
<b>С.Т. Ахметова, С.У. Исмаилов, А.А. Батырбеков, А.С. Исмаилова</b> ПРЕДПОСЫЛКИ СОЗДАНИЯ ВИРТУАЛЬНОЙ 3D МОДЕЛИ БЕСПИЛОТНОГО УНИВЕРСАЛЬНОГО ПРОПАШНОГО ТРАКТОРА.....	33
<b>А. Бекарыстанкызы, О. Мамырбаев, Д. Оралбекова, А. Еримбетова, М. Турдалыулы</b> ТЕСТИРОВАНИЕ КОРПУСА ДАННЫХ В ВИДЕ АУДИО-ТЕКСТ НА КАЗАХСКОМ ЯЗЫКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ CONFORMER .....	50
<b>Г.Т. Бекманова, М.А. Кантуреева, А.С. Омарбекова, Б.Ж. Ергеш, А.Б. Закирова</b> ИСПОЛЬЗОВАНИЕ И ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ.....	61
<b>Н.С. Есмухамедов, С. Сапакова, Сайед Абдул Рахман Аль-Хаддад, Д. Даниярова</b> РАЗРАБОТКА АРХИТЕКТУРЫ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ МЕДИЦИНСКИХ УЧРЕЖДЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА.....	74
<b>Т. Жукабаева, В. Десницкий, Е. Марденов, Н. Карабаев</b> УПРАВЛЕНИЕ ИНЦИДЕНТАМИ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ В ПОТ-СИСТЕМАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАНИЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ.....	92
<b>М.А. Илесбай, А.Б. Тынымбаев, С.Т. Мамбетов, А.Ш. Баракова, О.К. Джолдасбаев</b> ИНТЕГРИРОВАННЫЙ МЕТОД ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ СЖАТИЯ, ШИФРОВАНИЯ И РАЗДЕЛЕНИЯ ДАННЫХ.....	107

<b>Б.А. Кармбаев, Н. Мейрамбекулы, М. Ибраим, А.С. Байкенов, Г.Б. Ихсан</b> ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШЕСТИЭЛЕМЕНТНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ S-ДИАПАЗОНА ДЛЯ CUBESAT.....	125
<b>Н.Т. Карымсакова К.А. Ожикенов, М.Е. Болысбек, Р.Н. Бейсембекова</b> АРХИТЕКТУРА ПЛТАФОРМЫ МЕДИЦИНСКОЙ РЕАБИЛИТАЦИИ.....	140
<b>Д. Куанышбай, А. Шойынбек, К. Раббани, А. Бекарыстанкызы, А. Мухаметжанов</b> СРАВНЕНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ И ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ДЕПРЕССИИ ПО РЕЧИ.....	155
<b>Е.А. Нысанов, Ж.С. Кемельбекова, Э.Т. Абдрашова, С.Ж. Куракбаева, А.О. Байдибекова</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ТРЕХФАЗНЫХ СРЕД С ПЕРЕМЕННЫМИ КОНЦЕНТРАЦИЯМИ.....	169
<b>Б. Оразбаев, Ж. Кужуханова, К. Оразбаева, А. Кишубаева</b> РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ АТМОСФЕРНЫХ И РЕКТИФИКАЦИОННЫХ КОЛОНН ПРИ ПЕРВИЧНОЙ ПЕРЕРАБОТКЕ НЕФТИ.....	181
<b>Д. Рахимова, А. Сарсенбаева, А. Турарбек, А. Ауезова</b> ПРИМЕНЕНИЕ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОТВЕТОВ В МУЛЬТИЯЗЫЧНЫХ ВОПРОСНО-ОТВЕТНЫХ СИСТЕМАХ.....	196
<b>Л. Рзаева, Д. Поголовкин, А. Мырзатай</b> РАЗРАБОТКА МОДУЛЬНОГО СЕРВИСА АНАЛИЗА ПЕРЕПИСОК НА ОСНОВЕ NLP ДЛЯ ЦИФРОВОЙ КРИМИНАЛИСТИКИ.....	212
<b>А.Т. Санкибаев, И. Махамбаева, К. Канибайкызы, А. Темирбек</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРАЦИОННОГО ПРОЦЕССА В СИСТЕМЕ WOLFRAM MATHEMATICA.....	234
<b>Н.М. Темирбеков, А.К. Тураров</b> ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГАЗЛИФТНОГО ПРОЦЕССА ДОБЫЧИ НЕФТИ МЕТОДОМ СОПРЯЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ.....	251

<b>З. Утемаганбетов, Х. Рамазанова, К. Бижанова, Р. Асылбаева</b> АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПЕРЕНОСА КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ.....	280
<b>М. Хизирова, К. Чежимбаева, А. Касимов, М. Ермекбаев</b> ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАФИКА И МЕТОДОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СЕТЯХ VANET.....	294
<b>К. Якунин, Д. Кусайын, Р.И. Мухамедиев, Н. Юничева, Н. Кульдеев</b> СОПРЯЖЕНИЕ ПРОГРАММ ПЛАНИРОВАНИЯ МАРШРУТОВ ПОЛЕТА И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ.....	317

<https://doi.org/10.32014/2025.2518-1726.357>

UDC 517.624.2

© **Z. Utemaganbetov\***, **Kh. Ramazanova**, **K. Bizhanova**,  
**R. Assylbayeva**, 2025.

Yessenov University, Aktau, Republic of Kazakhstan.

E-mail: zinep816109@list.ru

## **AN ANALYTICAL AND NUMERICAL METHOD FOR TRANSFERRING BOUNDARY CONDITIONS FOR A ONE-DIMENSIONAL DIFFUSION EQUATION**

**Z. Utemaganbetov** — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Yessenov University, Aktau, Kazakhstan,

E-mail: zinep816109@list.ru, <http://orcid.org/0000-0003-4656-8964>;

**Kh. Ramazanova** — PhD, Associate Professor of Yessenov University, Aktau, Kazakhstan,

E-mail: hanym1981@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0003-2364-5699>;

**K. Bizhanova** — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor of Yessenov University, Aktau, Kazakhstan,

E-mail: karlygash.bizhanova@yu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0003-4586-3742>;

**R. Assylbayeva** — Master of physics, Assistant Professor of Yessenov University, Aktau, Kazakhstan,

E-mail: rakhila.assilbayeva@yu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0002-4354-8469>.

**Abstract.** Due to the complexity of boundary-value problems, in some cases it may turn out that the arsenal of available computational methods is insufficient to effectively solve the boundary-value problem. In this regard, it can be stated that the development of new methods for solving boundary value problems (even for the simplest and most well-studied second-order differential equations) still remains an urgent problem for the scientific community. *Results.* In this paper, we propose a new method that is an alternative to existing methods for numerically solving second-order linear differential equations with separated boundary conditions. *Scientific novelty.* A new method has been proposed, and based on it, an algorithm for the numerical solution of the boundary value problem (1)–(3) has been developed. Verified numerical methods for solving Cauchy problems, including solvers from application software packages such as Matlab, Python, etc., are used. The proposed method allows assessing the correctness of the problem — the existence and uniqueness of the solution. *Practical value.* The results obtained can be applied to obtain information about the existence and uniqueness of the boundary value problem under study. The described algorithm may have good prospects for account parallelization. It is possible to generalize the ideas of the

method described in this paper to other types of boundary conditions, as well as to boundary value problems for higher-order differential equations.

**Key words:** differential equations, sweep method, numerical solution, boundary values, diffusion, boundary value problem

©З. Утемаганбетов\*, Х. Рамазанова, К. Бижанова, Р. Асылбаева, 2025.  
Yessenov University, Ақтау, Қазақстан.  
E-mail: zinep816109@list.ru

## БІРӨЛШЕМДІ ДИФFUЗИЯ ТЕНДЕУІ ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ШАРТТАРДЫ КӨШІРУДІҢ АНАЛИТИКАЛЫҚ-САНДЫҚ ӘДІСІ

**З. Утемаганбетов** — физика-математика ғылымдарының кандидаты, Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университетінің қауымдастырылған профессоры, Ақтау, Қазақстан,

E-mail: zinep816109@list.ru, <http://orcid.org/0000-0003-4656-8964>;

**Х. Рамазанова** — PhD, Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университетінің қауымдастырылған профессоры, Ақтау, Қазақстан,  
E-mail: hanym1981@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0003-2364-5699>;

**К. Бижанова** — физика-математика ғылымдарының кандидаты, Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университетінің профессоры, Ақтау, Қазақстан,  
E-mail: karlygash.bizhanova@yu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0003-4586-3742>;

**Р.Б. Асылбаева** — физика магистрі, Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университетінің профессор ассистенті, Ақтау, Қазақстан,  
E-mail: rakhila. assilbayeva@yu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0002-4354-8469>.

**Аннотация.** Қарастырылып отырған теңдеу көбінесе күрделі теңдеулер үшін модельдік есептер ретінде әрекет етеді (сызықтық емес жүйелер, деградация және сингулярлық теңдеулер). Шеткі есептердің күрделілігіне байланысты кейбір жағдайларда қолда бар есептеу әдістерінің арсеналы қойылған шеткі есепті тиімді шешу үшін жеткіліксіз болып шығуы мүмкін. Осыған байланысты, шеткі есептерді шешудің жаңа әдістерін әзірлеу (тіпті ең қарапайым және жақсы зерттелген екінші ретті дифференциалдық теңдеулер үшін) ғылыми қауымдастық алдында әлі де өзекті мәселе болып қала береді деп айтуға болады. Нәтижелері. Бұл жұмыста жаңа әдіс ұсынылады, ол бөлінген шекаралық шарттары бар екінші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулерді сандық шешудің қолданыстағы әдістеріне балама болып табылады. Квадратуралардағы сәйкес біртекті теңдеу үшін Коши есебінің іргелі шешімдерін табатын жағдайларда, осы әдіспен, бастапқы-шеттік есептің шешімін аналитикалық түрде жазуға болады. Бұл жағдайда Грин функциянын құру процедурасына жүгінудің қажеті жоқ. Ғылыми жаңалығы. Жаңа әдіс негізінде (1)–(3) шекаралық есепті сандық түрде шешудің алгоритмі алынған. Бұл үшін Коши есебін шешуге арналған, қолданбалы бағдарламалар пакеттеріне (Matlab, Python және т.б.) кіретін тексерілген сандық әдістер мен solver-лер пайдаланылды. Бұл әдіс есептің дұрыстығын бағалауға мүмкіндік береді.

Бұл әдіс қолданыстағы әдістерге балама бола алады және кейбір есептерде неғұрлым тиімді нәтиже көрсетеді. Практикалық құндылық. Көрсетілген алгоритм шотты параллельдеу үшін жақсы перспективаларға ие болуы мүмкін. Осы жұмыста көрсетілген әдіс идеяларын шекті жағдайлардың басқа түрлеріне, сондай-ақ жоғары ретті дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерге жалпылау мүмкіндігі бар. Шағын модификациялардан кейін мұнда ұсынылған әдісті сызықтық дербес дифференциалдық теңдеулерді сандық шешу үшін де қолдануға болады.

**Түйін сөздер:** дифференциалдық теңдеулер, жүгіру әдісі, сандық шешім, шекаралық мәндер, диффузия, шекаралық есеп

©З. Утемаганбетов\*, Х. Рамазанова, К. Бижанова, Р. Асылбаева, 2025.

Каспийский университет технологий и инжиниринга имени Ш. Есенова,

Актау, Казахстан.

E-mail: zinep816109@list.ru

## **АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПЕРЕНОСА КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ**

**З. Утемаганбетов** — кандидат физико-математических наук, ассоциированный профессор Каспийского университета технологий и инжиниринга им. Ш. Есенова, Актау, Казахстан, E-mail: zinep816109@list.ru, <http://orcid.org/0000-0003-4656-8964>;

**Х. Рамазанова** – PhD, ассоциированный профессор Каспийского университета технологий и инжиниринга им.Ш. Есенова, Актау, Казахстан, E-mail: hanym1981@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0003-2364-5699>;

**К. Бижанова** – кандидат физико-математических наук, профессор Каспийского университета технологий и инжиниринга им.Ш. Есенова, Актау, Казахстан, E-mail: karlygash.bizhanova@yu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0003-4586-3742>;

**Р. Асылбаева** – магистр физики, ассистент профессора Каспийского университета технологий и инжиниринга им. Ш. Есенова, Актау, Казахстан, E-mail: rakhila.assilbayeva@yu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0002-4354-8469>.

**Аннотация.** Рассматриваемое уравнение часто выступают как модельные задачи для более сложных уравнений (нелинейных систем, уравнений с вырождениями и сингулярностями). При применениях метода прогонки и других существующих методов решения рассматриваемых краевых задач остается много недостатков. В некоторых случаях может оказаться, что арсенал имеющихся вычислительных методов недостаточно для эффективного решения поставленной краевой задачи, поэтому разработка новых методов для решения краевых задач пока еще остается актуальной проблемой перед научным сообществом. Результаты. Предлагается новый метод, который является альтернативой существующим методам численного решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с разделенными граничными условиями. В тех случаях, когда удастся найти фундаментальные решения задачи Коши для соответствующего однородного



уравнения в квадратурах, с помощью этого метода можно записать решение исходно-краевой задачи в аналитическом виде. В этом случае нет необходимости обращаться к процедуре построения функции Грина. Научная новизна. На основе нового метода получен алгоритм численного решения краевой задачи (1)–(3) с использованием проверенных численных методов для задачи Коши, включая solver'ы из программ (Matlab, Python и др.). Данный метод позволяет оценить корректность задачи, может служить альтернативой существующим методам и в ряде задач оказывается более эффективным. Область применимости метода шире, чем у аналогов для решения линейных краевых задач второго порядка. Практическая ценность. Полученные результаты могут быть применены для получения информации о существовании и единственности исследуемой краевой задачи. Изложенный алгоритм может иметь хорошие перспективы для распараллеливания счета. После небольших модификаций, метод может быть использован и для численного решения линейных уравнений частных производных.

**Ключевые слова:** дифференциальные уравнения, метод прогонки, численное решение, граничные значения, диффузия, краевая задача

**Введение.** При решении дифференциальных уравнений к которому относится и рассматриваемое уравнение одномерной диффузии, невозможно в общем случае выразить решения дифференциального уравнения через его коэффициенты. Поэтому для решения начальных или краевых задач часто вынуждены прибегать к помощи численных методов. Одним из наиболее эффективных и часто применяемых алгоритмов является метод прогонки и его различные модификации. В работах (Амосов, и др., 1994; Бахвалов, и др., 2002) и приведенных там ссылках, указаны проблемы, которые могут возникнуть при применениях метода прогонки и там же приведены альтернативные варианты методов прогонки для исследуемой краевой задачи. Непрерывный аналог метода прогонки называется дифференциальной прогонкой и сводится к решению задачи с начальными данными для одного нелинейного уравнения (Рикатти) и двух линейных уравнений первого порядка. На конечном этапе уравнение относительно искомого решения (линейное уравнение первого порядка коэффициентами которого являются решения двух других) интегрируется в противоположном направлении относительно первых двух. Таким образом, вычислительная устойчивость и следовательно применимость метода прогонки напрямую зависит от свойства решений уравнение Рикатти, на что существенно влияет поведение функции  $q(t)$ . В работах (Амосов, и др., 1994; Бахвалов, и др., 2002) приведены другие аналогичные альтернативные методы решения таких (в зависимости от знака коэффициента  $q(t)$ ) проблем вычислительной неустойчивости при решении методом прогонки. Тем не менее хотелось бы получить методы численного решения более высокого порядка точности чем в упомянутых работах.

Одним из широко используемых аналитических методов для решения

краевой задачи (1) - (3) является метод функции Грина. Дискретные представления метода функции Грина также находят широкое применение для численного решения исследуемой краевой задачи. В общей теории дифференциальных уравнений доказано, что функция Грина существует и единственно при условиях, что однородное ОДУ имеет только тривиальное решение. Это соответствует тому, что при рассмотрении задачи на собственное значение для данной краевой задачи имеется собственное значение равно нулю. Так как функция Грина строится при помощи всех фундаментальных решений соответствующего дифференциального оператора, то возникает задача их поиска, что представляет собой достаточно сложную задачу. Процесс построения самой функции Грина также представляет собой нелегкую задачу ввиду отсутствия какого-либо общего рецепта численного конструирования такого процесса. То есть универсальных методов построения функции Грина не существует. Поэтому желательно иметь методы, которые позволяют получать решение исследуемой краевой задачи без необходимости построения функции Грина.

Решать краевые задачи для дифференциальных уравнений существенно сложнее чем соответствующие задачи с начальными данными. В данный момент в арсенале современной вычислительной математики имеются обширный список эффективных численных методов решения задач с начальными данными. Такие методы имеются и для нахождения численного решения достаточно нетривиальных случаев (например, жесткие задачи, быстро осциллирующие решения и т.д.). При этом имеется возможность выбрать нужный метод для конкретного рассматриваемого класса задач.

Наиболее универсальные и достаточно эффективные, хорошо разработанные методы численного решения задач с начальными данными вошли в современный инструментарий вычислительных пакетов компьютерной математики и программ.

С краевыми задачами дело обстоит по-другому. Ввиду сложности данного класса задач, в некоторых случаях может оказаться, что арсенал имеющихся вычислительных методов недостаточно для эффективного решения поставленной краевой задачи. В связи с этим заметим, что *решение краевой задачи с помощью солверов входящих в системы компьютерной математики (например, в Матлабе «bvp4»)* не всегда приводит к *желаемым результатам. По этому поводу приведем цитату из книги (Шампайн, 2009): «Вообще говоря, решение ЗГУ — это более сложная задача, чем решение ЗНУ, и любая численная процедура может оказаться бесполезной, даже если пользователем были заданы адекватные предположения о виде решения и вполне достоверные оценки неизвестных параметров. Более того, численная процедура решения ЗГУ может успешно получить численное решение в случае, когда это решение не должно существовать! Несмотря на то, что численная процедура «bvp4» с доказала свою эффективность, ее нельзя считать универсальной и пригодной для решения всех задач.*

То же можно сказать и в отношении любой другой численной процедуры решения задачи с граничными условиями. В частности, вследствие того, что в «bvp4c» используется численный метод небольшого порядка, она не может быть применена при решении задач, требующих высокой точности вычислений, или в задачах, решения которых допускают резкие изменения значений» (конец цитаты). В связи с этим можно сказать, что разработка новых методов для решения краевых задач (даже для наиболее простых и хорошо исследованных дифференциальных уравнений второго порядка) пока еще остается актуальной проблемой перед вычислительным сообществом.

Целью данной работы является получение численного решения краевой задачи (1) - (3) с использованием хорошо зарекомендованных численных методов для решение начальной задачи из арсенала вычислительной математики, в частности тех «solvers» которые входят в состав в качестве рабочих инструментов пакетов прикладных программ таких как Матлаб, Питон и др. При этом метод решения призван информировать о корректности поставленной задачи, то есть позволяет узнавать о существовании и единственности решения.

### Материалы и методы

Рассмотрим следующую дифференциальную краевую задачу на отрезке  $t \in [0, T]$

$$(k(t)y'(t))' - q(t)y(t) = f(t) \quad (1)$$

$$\alpha_0 k(0)y'(0) - \beta_0 y(0) = \gamma_0 \quad (2)$$

$$\alpha_1 k(T)y'(T) - \beta_1 y(T) = \gamma_1 \quad (3)$$

При этом полагается, что  $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1, \gamma_0, \gamma_1$  - действительные числа удовлетворяющие условиям  $\alpha_0^2 + \beta_0^2 \neq 0$ ,  $\alpha_1^2 + \beta_1^2 \neq 0$  т.е. одновременно не могут обращаться в нуль. Где  $q(t), f(t), k(t)$  - дважды непрерывные функции, причем  $k(t) \geq k_0 = \text{const} > 0$ .

Данная задача имеет многочисленное практическое приложение во многих задачах естествознания, что описаны в многочисленных литературных источниках. Для поставленной краевой задачи необходимо разработать новый численный алгоритм, который служил бы альтернативой существующим и был бы лишен многих их недостатков.

Данное уравнение называется одномерным стационарным уравнением теплопроводности и возникает при математическом моделировании многих важных процессов. Например, это уравнение описывает установившееся распределение температуры  $y(t)$  в теплопроводящем стержне длины  $l = b - a$ . В этом случае  $k(t)$  - коэффициент теплопроводности,  $-(k(t)y'(t))'$  - плотность потока тепла;  $q(t)$  - коэффициент теплоотдачи ( $q(t)y(t)$  - мощность стоков тепла, пропорциональная температуре  $y(t)$ );  $f(t)$  - плотность источников тепла (при  $f < 0$  - плотность стоков тепла).

Это уравнение описывает также установившееся распределение

плотности нейтронов в реакторе, характеристики которого зависят от одной пространственной переменной  $t$ . В такой трактовке  $y(t)$ -это полный поток нейтронов,  $k(t)$  - коэффициент диффузии,  $q(t)$ -сечение поглощения,  $f(t)$ -плотность источников нейтронов. То же уравнение описывает и стационарные процессы диффузии газов (растворов) в пористых средах,  $y(t)$  рассматривается тогда как концентрация диффундирующего вещества. Поэтому уравнение (1) часто называют одномерным уравнением диффузии. Рассматриваемое уравнение имеет многочисленные приложения и в других областях техники и естествознания (деформации струн и стержней, распространение электромагнитных волн и другие и т. д.)

Решение исходной краевой задачи будем искать ее в виде

$$a(t)k(t)y'(t) = b(t)y(t) + v(t) \quad (4)$$

где функции  $a(t), b(t), v(t)$  - неизвестные функции, которые подлежат определению. Продифференцировав это выражение, имеем  $(a(t)k(t)y'(t))' = k(t)a'(t)y'(t) + (a(t)k(t)y'(t))' = v'(t) + b'(t)y(t) + b(t)y'(t)$

Подставляя сюда выражение для исходного уравнение  $(k(t)y'(t))' = q(t)y(t)$  и для производной искомого решение найденного из (4)

$$y'(t) = \frac{v(t) + b(t)y(t)}{k(t)a(t)}, \text{ при условии, что } a(t) \neq 0 \text{ для всех } t \in [0, T]$$

имеем  $a(t)f(t) + (a(t)q(t) - b'(t))y(t) + (k(t)a'(t) - b(t))y'(t) = v'(t)$ .

Отсюда приравнявая коэффициенты при и его производной  $y(t)$  к нулю получаем следующую систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Отсюда нетрудно убедиться, что это равенство выполнено, если

$$a'(t) = \frac{b(t)}{k(t)} \quad (5)$$

$$b'(t) = a(t)q(t) \quad (6)$$

$$v'(t) = a(t)f(t) \quad (7)$$

Значит, если известно решение этой системы, то уравнение для определения искомого решения имеет вид

$$a(t)k(t)y'(t) - b(t)y(t) = v(t)$$

На левом конце отрезка, т.е. при  $t = 0$  из (4) имеем  $a(0)k(0)y'(0) - b(0)y(0)$ . Сравнивая это равенство с краевым условием (2) получим начальные условия для неизвестных функции линейной дифференциальной системы в виде

$$a(0) = \alpha_0, \quad b(0) = \beta_0, \quad v(0) = \gamma_0 \quad (8)$$

А на правом конце отрезка, т.е. при  $t = T$  можно получить алгебраическую систему

$$a(T)k(T)y'(T) - b(T)y(T) = v(T)$$

$$\alpha_1 k(T) y'(T) - \beta_1 y(T) = \gamma_1$$

относительно самого решения  $y(T)$  и его производной  $y'(T)$ . Разрешив данную алгебраическую систему, получим для значения искомого решения и ее производной на правом конце отрезка получим

$$y(T) = \frac{\gamma_1 a(T) - \alpha_1 v(T)}{\alpha_1 b(T) - \beta_1 a(T)}, \text{ при условий } \alpha_1 b(T) \neq \beta_1 a(T), \quad (9)$$

$$\text{и соответственно } y'(T) = \frac{\gamma_1 b(T) - \beta_1 v(T)}{k(1)(\alpha_1 b(T) - \beta_1 a(T))}.$$

Таким образом при условии, что  $\alpha_1 b(T) \neq \beta_1 a(T)$ , эти значения определяются корректно, и служит индикатором существования единственного решения и его производной. Далее решая уравнение (4) слева направо точнее от  $t = T$  до  $t = 0$ , специально подобранным для этого численным методом (выбор численного метода должен зависеть от поведения функции  $a(t)$  и  $b(t)$ ) находим искомое решение и при необходимости и его производную.

Пусть, теперь дана система дифференциальных уравнений (4)-(7). Тогда продифференцировав выражение (4) и воспользовавшись дифференциальными выражениями (5)-(7) и соответствующими начальными условиями (8)-(9) приходим к исходной краевой задаче (1)-(3).

**Теорема:** Решение краевой задачи (1)-(3) является решением задачи с начальными условиями (8)-(9) линейной дифференциальной системы первого порядка представленных дифференциальными выражениями (4)-(7). И наоборот решение системы (4)-(7) с указанными начальными условиями совпадает с решением краевой задачи (1)-(3). Доказательство следует из рассуждений предыдущего пункта.

Заметим, что при необходимости систему (5)-(7) справа налево, то есть (от  $t = T$  до  $t = 0$ ), определив соответствующие начальные условия из краевого условия на правом конце (3). Тогда начальное условие  $y(0)$  и  $y'(0)$  определяется из краевого условия на левом конце с учетом соотношения (4) в нуле. А необходимость начать вычисления с другого конца отрезка может возникнуть в тех случаях, когда вычисления начатое с нуля в прямом направлении является вычислительно устойчивым, а начатое с правого конца в обратном направлении является неустойчивым.

Рассмотрим теперь немаловажный и более обозримый случай, когда коэффициент  $k(t) \equiv 1$ . В этом случае система дифференциальных уравнений (5) - (7) с начальными условиями (8) переписывается в виде

$$a''(t) = a(t)q(t), \quad (10)$$

$$a(0) = \alpha_0, \quad (11)$$

$$a'(0) = \beta_0 \quad (12)$$

$$v'(t) = a(t)f(t), \tag{13}$$

$$v(0) = \gamma_0 \tag{14}$$

$$a(t)y'(t) - a'(t)y(t) = v(t), \tag{15}$$

$$y(T) = \frac{\gamma_1 a(T) - \alpha_1 v(T)}{\alpha_1 b(T) - \beta_1 a(T)}, \quad \alpha_1 b(T) \neq \beta_1 a(T)$$

Таким образом, решение исходной краевой задачи сведется к решению задачи Коши для одного линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка и двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Заметим, что линейное однородное дифференциальное уравнение (9) с указанными начальными условиями имеет единственное решение (по теореме существования единственности задачи Коши) и удовлетворяет следующему однородному краевому условию на левом конце рассматриваемого отрезка

$$\alpha_0 a'(0) - \beta_0 a(0) = 0$$

Аналогично на правом конце при выполняется однородное краевое условие

$$\alpha_1 a'(T) - \beta_1 a(T) = 0$$

при начальных (концевых) данных  $a(T) = \alpha_1$  и  $a'(T) = \beta_1$ , и существует единственное решение. В дальнейшем полагаем, что однородная краевая задача имеет только тривиальное решение.

Решив уравнение (9) с начальными данными в точке  $t = 0$ , слева направо (от  $t = 0$  до  $t = T$ ) а начальными данными при  $t = T$ , справа налево (от  $t = T$  до  $t = 0$ ), подходящим численным методом входящих в состав рабочих инструментов математических пакетов или программ можем получить две соответствующие решения. Полученные решения соответственно обозначим через  $a_L(t)$  и  $a_R(t)$ . Эти решения линейно независимые, иначе краевое условие, выполненное в одном конце также автоматический, выполнялось бы и для другого конца, а это означало бы, что рассматриваемая однородная краевая задача имеет бесконечное много решений. Тем самым мы имеем два линейно независимых решения, которые образуют систему фундаментальных решений для однородного уравнения.

Далее дифференциальное уравнение (14), для функции  $a_L(t)$  и  $a_R(t)$  переписывается в виде

$$a_L(t)y'(t) - a'_L(t)y(t) = v_L(t)$$

$$a_R(t)y'(t) - a'_R(t)y(t) = v_R(t)$$



Где  $v_L(t)$  определяется как решение дифференциального уравнение  $v'_L(t) = a_L(t)f(t)$  с начальным условием  $v_L(0) = \gamma_0$  и соответственно  $v_R(t)$  находится интегрированием справа налево дифференциального уравнение  $v'_R(t) = a_R(t)f(t)$ , с начальным данным  $v_R(T) = \gamma_1$ . И наконец с помощью этих соотношений искомые выражение для решение краевой задачи (1) - (3) запишется в виде:

$$y(t) = \frac{a_R(t)v_L(t) - a_L(t)v_R(t)}{W(t)} \quad \text{и} \quad y'(t) = \frac{a'_R(t)v_L(t) - a'_L(t)v_R(t)}{W(t)} ;$$

где  $W(t)$  - определитель Вронского фундаментальной системы решений однородного уравнение  $a''(t) = a(t)q(t)$  которых обозначили через  $a_L(t)$  и  $a_R(t)$ . Как известно из общей теории дифференциальных уравнений,  $W(t) \neq 0$  везде на отрезке  $t \in [0, T]$ .

Кратко опишем ход алгоритма численного решения краевой задачи (1) - (3).

Решаются дифференциальные задачи с начальными данными слева направо, то есть от  $t = 0$  до  $t = T$ .

$$a_L''(t) = a_L(t)q(t) \quad a_L(0) = \alpha_0 \quad a'_L(0) = \beta_0$$

$$v'_L(t) = a_L(t)f(t) \quad v_L(0) = \gamma_0$$

Проверяется выполнение  $a_L(T) = \alpha_1$  и  $a'_L(T) = \beta_1$ , если эти равенства имеет место, то дальнейшие вычисления прекращается ввиду нарушения условий корректности искомого решение.

Решаются дифференциальные задачи с начальными данными справа налево, то есть от  $t = T$  до  $t = 0$ .

$$a_R''(t) = a_R(t)q(t) \quad a_R(T) = \alpha_1 \quad a'_R(T) = \beta_1$$

$$v'_R(t) = a_R(t)f(t) \quad v_R(T) = \gamma_1$$

Вычисляется вронскиан по формуле

$$W(t) = a'_R(t)a_L(t) - a'_L(t)a_R(t)$$

Вычисляется решение по формуле

$$y(t) = \frac{a_R(t)v_L(t) - a_L(t)v_R(t)}{W(t)} ; \quad \text{при необходимости производные}$$

от решение по формуле  $y'(t) = \frac{a'_R(t)v_L(t) - a'_L(t)v_R(t)}{W(t)}$ . Но если

возникло необходимость начать вычисления с правого конца, то алгоритм переписется заменой цифры 0 на букву T, а где буква T, на цифру 0.

### Результаты и обсуждение

В качестве модельного примера рассмотрим уравнение  $y''(t) + \omega^2 y(t) = 1$  с краевыми условиями  $y(0) = 0$  и  $y(T) = 0$ . Хотя данный пример простой, на таких примерах общепринято проводить апробацию и анализ новых методов. В этом случае  $q(t) \equiv -\omega^2 = \text{const} \neq 0$ ,  $f(t) \equiv 1$ ,  $\alpha_0 = \alpha_1 = \gamma_0 = \gamma_1 = 0$  и  $\beta_0 = \beta_1 = -1$ . Решая уравнение

$a''(t) = a(t)q(t)$  с начальными условиями  $a(0) = 0, a'(0) = -1$  находим, что  $a_L(t) = -\frac{\sin \omega x}{\omega}$ . А решение этого уравнение справа налево с данными  $a(T) = 0, a'(T) = -1$  имеет вид  $a_R(t) = \frac{\sin \omega(T-x)}{\omega}$ . Определитель

Вронского этих функции равен  $W(t) = \frac{\sin \omega T}{\omega}$ ; где  $\omega \neq \frac{\pi}{T}n, n = 1, 2, \dots$ .

Соответственно имеем  $v_L(t) = \frac{\cos \omega x - 1}{\omega^2}$  и  $v_R(t) = \frac{\cos \omega(T-x) - 1}{\omega^2}$ .

Подставляя эти выражения для для  $y(t)$  имеем  $y(t) = \frac{a_R(t)v_L(t) - a_L(t)v_R(t)}{W(t)} = \frac{\sin \omega T - \sin \omega(T-x) - \sin(\omega x)}{\omega^2 \sin \omega T}$ .

Непосредственной проверкой можем убедиться, что эта функция является решением краевой задачи (1) - (3).

Если  $\omega = \frac{\pi}{T}n, n = 1, 2, \dots$  то однородное уравнение имеет решение  $\sin\left(\frac{\pi}{T}n\right)t$ , которое удовлетворяют обоим краевым условиям, значит

решения линейно зависимы и их бесконечно много. А это противоречит нашему предположению о единственности решения. Данное обсуждение нового метода на основе этого примера подтверждает основное указанное выше преимущество предложенного подхода при решении исследуемой задачи.

### Заключение

В данной работе предложен новый метод, который может служить альтернативой существующим, для численного решения краевой задачи (1) -(3). Метод имеет более широкую область применимости, чем аналогичные методы для решения линейных краевых задач дифференциальных уравнений второго порядка. Алгоритм численного решения, который составлен на основе излагаемого метода эффективно работает и при знакопеременных коэффициентах исходного уравнение. В случаях, когда удастся найти фундаментальные решения задачи Коши соответствующего однородного уравнение в квадратурах, с помощью данного метода можно выписать

решение исходной краевой задачи в аналитическом виде. При этом отпадает необходимость обращаться к процедуре построения функции Грина.

По ходу реализации алгоритма, представленного данным методом, дается информация о существовании и единственности исследуемой краевой задачи.

Метод имеет более широкую область чем существующие методы, и позволяет получать искомое решение при произвольных непрерывных коэффициентах уравнение.

При необходимости параллельно с искомым решением с помощью предложенного алгоритма может быть вычислена производное от решения.

Изложенный алгоритм может иметь хорошие перспективы для распараллеливания счета. Есть возможность обобщить идеи метода, изложенного в настоящей работе на другие типы краевых условий, а также для краевых задач для дифференциальных уравнений более высоких порядков. После небольших модификаций представленный здесь метод может быть использован и для численного решения линейных уравнений частных производных. Ради справедливости хотелось бы отметить, что первоначальная идея вышеизложенного метода принадлежит Отелбаеву М.О., и получила развитие в работах (Амосов и др., 1994; Бахвалов и др., 2002).

Недостатки и преимущества излагаемого здесь метода, могут быть выяснены на основе практики применения этого метода специалистами по вычислительной математике.

#### Литература

Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченкова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. М.: «Высшая школа», 1994. — 741 с.

Бабенко К.И. Основы численного анализа. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. — 408 с.

Бахвалов Н.С. Численные методы. — М.: Наука, 1973. — 654 с.

Ильин В.П., Кузнецов Ю.И. Трехдиагональные матрицы и их приложения. — М.: Наука, 1985. — 208 с.

Калиткин Н.Н., Альшина Е.А.. Численные методы. —М.: Книга 1, Численный анализ. М.: Издательский центр «Академия», 2013. — 304 с. — (Университетский учебник. Серия Прикладная математика и информатика).

Утемаганбетов З.С., Нигметова Г.Н., Урбисина Б.Т. Метод переноса краевых условий численного решения 1-ой краевой задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Вестник КазНТУ. Серия физико-математическая. — №5, 2015. — С. 493-501 .

Utemaganbetov Z. S. Alternative and Expanded Version of the Sweep Method for the Numerical Solution of the First Boundary Value Problem for Second-Order Linear Differential Equations. Life Science Journal 2013;10 (12s). —P. 603-611.

Utemaganbetov Z. S. Diyarova L. D., Nigmatova. G. N. Alternative and Expanded Version of the Sweep Method for the Numerical Solution of the Second and Third Boundary Value Problem for Second-Order Linear Differential Equations Life Science Journal 2014;11(8s) — P. 620-632.

Шампайн Л.Ф., Гладвел И., Томпсон С. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB: Учебное пособие. Пер. с англ. И. А. Cambridge University Press, 2003. СПб.: Издательство «Лань», 2009. — 304 с.

Khan, A., Ghafoor, A., Khan, E., et al. Solving one- and two-dimensional advection-diffusion type

initial boundary value problems with a wavelet hybrid scheme. *Boundary Value Problems*, 2025(37). — P. 1-24.

Rodrigo, C., & Thamwattana, N. Analytical approach to solving linear diffusion–advection–reaction equations with local and nonlocal boundary conditions. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*. 2024; 47(7). — P. 6551-6571.

Anani, K. (2023). Analytical approximations in short times of exact operational solutions to reaction diffusion problems on bounded intervals. arXiv preprint arXiv:2305.12911. — P. 1-19.

Hussain, M., et al. Numerical Approximation of One-Dimensional Transport Model Using an Hybrid Approach in Finite Volume Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2023. — Issue 1. — P. 1-13.

Hwang, G. Initial-boundary value problems for the one-dimensional linear advection–dispersion equation with decay. *Zeitschrift für Naturforschung A*, 2020. — 75(7). — P. 601–612.

Kravchenko, V. V., Otero, J. A., & Torba, S. M. Analytic approximation of solutions of parabolic partial differential equations with variable coefficients. arXiv preprint arXiv:1706.06126. — 2017. — P. 1–8.

Carr, E. J. Advection improves homogenized models of continuum diffusion in one-dimensional heterogeneous media. arXiv preprint arXiv:1908.02417. 2019. — P. 1–8.

Silva, W. P., et al. One-dimensional numerical solution of the diffusion equation to describe wood drying: comparison with two- and three-dimensional solutions. *Journal of Wood Science*, — 2015. 61, — P. 364–371.

### References

Amosov A.A., Dubinskij Yu. A., Kopchenova N.V. (1994) *Vychislitelnye metody dlya inzhenerov*. [Computational methods for engineers]. — Vysshaya shkola, Moskow. — 741 p. (in Russian)

Babenko K.I. (2002) *Osnovy chislennogo analiza*. NIC [Fundamentals of numerical analysis]. — Moskow-Izhevsk. — 408 p. (in Russian)

Bahvalov N.S. (1973) *Chislennyye metody* [Numerical methods]. — Nauka, Moskow. — 654 p. (in Russian)

Ilin V.P., Kuznecov Yu.I. (1985) *Trehdiagonalnye matricy i ih prilozheniya* [Tridiagonal matrices and their applications]. — Nauka, Moskow: — 208 p. (in Russian)

Kalitkin N.N., Alshina E.A. (2013) *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Izdatelskij centr «Akademija». — Moskow. — 304 p. (in Russian)

Utemaganbetov Z.S., Nigmatova G.N., Urbisinova B.T. (2015) *Metod perenosa kraevykh uslovij chislennogo resheniya 1-oj kraevoj zadachi dlya linejnykh differencialnykh uravnenij vtorogo poryadka* [A method for transferring boundary conditions for the numerical solution of the 1st boundary value problem for second-order linear differential equations]. *Vestnik KazNTU Seriya fiziko-matematicheskaya*. — 493 p. (in Russian)

Utemaganbetov Z. S. Alternative and Expanded Version of the Sweep Method for the Numerical Solution of the First Boundary Value Problem for Second-Order Linear Differential Equations. *Life Science Journal* 2013;10 (12s). — P. 603-611. (in Eng.).

Utemaganbetov Z. S. Diyarova L. D., Nigmatova. G. N. Alternative and Expanded Version of the Sweep Method for the Numerical Solution of the Second and Third Boundary Value Problem for Second-Order Linear Differential Equations *Life Science Journal* 2014; 11(8s). — P. 620-632. (in Eng.).

Shampajin L. F., Gladvel I., Tompson S. (2009) *Reshenie obyknovennykh differencialnykh uravnenij s ispolzovaniem MATLAB* [Solving ordinary differential equations using MATLAB]. *Uchebnoe posobie*. Per. s angl. I.A. — Cambridge University Press, Sankt-Peterburg. — 304 p. (in Russian)

Khan, A., Ghafoor, A., Khan, E., et al. Solving one- and two-dimensional advection-diffusion type initial boundary value problems with a wavelet hybrid scheme. *Boundary Value Problems*, 2025(37). — P. 1-24. (in Eng.).

Rodrigo, C., & Thamwattana, N. Analytical approach to solving linear diffusion–advection–reaction equations with local and nonlocal boundary conditions. *Mathematical Methods in the Applied*

Sciences. 2024; 47(7). — P. 6551-6571. (in Eng.).

Anani, K. (2023). Analytical approximations in short times of exact operational solutions to reaction diffusion problems on bounded intervals. arXiv preprint arXiv:2305.12911. — P. 1-19. (in Eng.).

Hussain, M., et al. Numerical Approximation of One-Dimensional Transport Model Using an Hybrid Approach in Finite Volume Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2023. — Issue 1. — P. 1-13. (in Eng.).

Hwang, G. Initial-boundary value problems for the one-dimensional linear advection–dispersion equation with decay. *Zeitschrift für Naturforschung A*, 2020. 75(7). — P. 601–612. (in Eng.).

Kravchenko, V. V., Otero, J. A., & Torba, S. M. Analytic approximation of solutions of parabolic partial differential equations with variable coefficients. arXiv preprint arXiv:1706.06126. 2017. — P. 1–8. (in Eng.).

Carr, E. J. Advection improves homogenized models of continuum diffusion in one-dimensional heterogeneous media. arXiv preprint arXiv:1908.02417. 2019. — P. 1–8. (in Eng.).

Silva, W. P., et al. One-dimensional numerical solution of the diffusion equation to describe wood drying: comparison with two- and three-dimensional solutions. *Journal of Wood Science*, 2015. 61. —P. 364–371. (in Eng.).

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

**[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)**

**<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>**

**ISSN 2518-1726 (Online),**

**ISSN 1991-346X (Print)**

Директор отдела издания научных журналов НАН РК *А. Ботанқызы*

Редакторы: *Д.С. Аленов, Ж.Ш. Әден*

Верстка на компьютере *Г.Д. Жадыранова*

Подписано в печать 20.06.2025.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

20,0 п.л. Заказ 2.